接合体の熱応力の解析 (Ⅳ) —傾斜機能材料の中間層—

相模工業大学 材料工学科 木村 修

足利工業大学 川畠 俊雄

Osamu Kimura and Toshio Kawashima : Analysis of Thermal Stresses in a Ceramic-Metal Joint with Thermal Expansion Mismatch (IV) - having an interlayer of functional gradient materials -

In this paper, we apply our theory hitherto developed to a ceramic-metal joint with an interlayer of functional gradient materials. Thermal stress occurring in the ceramic part of the joint is discussed as a function of the layer thickness. The effect of the layer is found remarkable to diminish thermal stresses, when it is sufficiently thick.

(Received December 21, 1989)

1. まえがき セラミックス—金属系の接合体の内部に導入される熱応力の解析結果についてこれまで報告してきた^{1), 2), 3)}。今回は傾斜機能を有する材料を中間材として用いてセラミックス—金属の接合体を形成したときに残留する熱応力について解析を行なったので、その結果について報告する。セラミックスの膨張係数が金属の膨張係数より小さい”圧縮接合体”を取り扱うのはこれまでと同様である。中間材としては、(a) セラミックスの組成から金属の組成まで連続的に変化するものと、(b) 金属やセラミックスより膨張係数の小さい材料との傾斜機能を有するものを選び議論した。

2. 解析方法 Fig. 1に中間層(厚さ d)を有する円筒状の接合体(半径 a , 長さ無限大)を示す。これはセラミックス B (膨張係数 β)—金属 A (膨張係数 α) 接合体の間に他の金属層 C (膨張係数 γ) を挿入して応力緩和を図ったものであり、接合体は高温 t で形成され、室温 t_0 にまで冷却されてきたものとする。なお、簡単のために最初は同一の弾性定数を有するものとして議論する。この接合体のセラミックス ($z=z$) に働く最大の引っ張り応力は既に議論したように³⁾、セラミックスの側面 ($r=a$) に働き、界面 CB ($z=0$) からの応力と界面 AC ($z=-d$) からの応力の代数和である。

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zz}^{CB} + \sigma_{zz}^{AC} \quad (1)$$

即ち、膨張量のミスマッチが各界面に局在しているため、界面が応力の発生源として解釈できることを意味する。なお、各応力は次のように与えられる。ここで $f(z)$ は論文³⁾で定義された関数であり、Table 1 にその数値を示す。なお、 E, ν はヤング率およびポアソン比であり、弾性定数 D は $E/(1-\nu)$ で表される。また、 η_1, η_2 はそれぞれの界面の膨張量の差 ξ_1, ξ_2 で決定される応力である。

$$\sigma_{zz}^{CB} = -\eta_1 f(z) \dots \eta_1 = E/(1-\nu) \cdot (\beta - \gamma) \cdot (t - t_0) = D \xi_1 \quad (2)$$

$$\sigma_{zz}^{AC} = \eta_2 f(z+d) \dots \eta_2 = E/(1-\nu) \cdot (\alpha - \gamma) \cdot (t - t_0) = D \xi_2$$

ここでは $\alpha > \beta > \gamma$ と想定したので、 $\eta_2 > \eta_1$ となる。最大の応力は CB の界面即ち $z=0$ に働くので、 $f(0)$ と $f(d)$ について議論すればよい。中間層 C が傾斜機能を有する場合には論文³⁾で示したように、弾性定数 D の値に A, B の弾性定数 D_A と D_B の調和平均を用いるとよい。

$$D = \frac{2D_A D_B}{D_A + D_B} \quad (3)$$

3. 中間層がセラミックスと金属との中間の傾斜機能を有する場合の残留応力

Fig. 2に金属とセラミックスの傾斜機能材料のモデルを示す。この材料も金属とセラミックスの接合体と同じく温度 t で形成され、室温 t_0 にまで冷却されてきたものとする。従って、やはり膨張係数の差により熱応力が残留するものと考えられる。これは上に述べた中間層をさらに多分割した極限として理解される。今、理想的な傾斜機能材が $z=0$ と $z=-d$ との間に N 層形成されているものとする、膨張係数は各段階で一様に分割されるものとする。従って、各層間の膨張量の差は $(\alpha - \beta)(t - t_0)/(N+1) = \xi/(N+1)$ となる。そこでセラミックス側から数えて第 i 層と $i-1$ 層との境界面 (Fig. 2のC点)に働く引っ張り応力 σ_i は、膨張係数の小さい層からの寄与が圧縮、大きい層からの寄与が引っ張りであるから、(2)式で与えられる関数 $f(z)$ を用いて

$$\sigma_i = \frac{\eta}{N+1} \left\{ \sum_{k=0}^{N-i} f(kd/N) - \sum_{k=1}^i f(kd/N) \right\} \quad (4)$$

のように与えられる。ここで η は弾性定数 D_A と D_B を用いて

$$\eta = \frac{2D_A D_B}{D_A + D_B} \xi \quad (5)$$

で与えられる。従って、最大の残留応力はセラミックスと機能材との接合面のセラミックス側 (Fig. 2のA点)に発生し、その値は

$$\sigma_{zz} = \frac{\eta}{N+1} \sum_{k=0}^N f(kd/N) \quad (6)$$

となる。Table 2に $d=2a$, $d=a$, $d=0.5a$ の各厚さに対して、 $N=1 \sim 10$ まで変えたときに σ_z がどのように変化するかを示す。厚さが厚いほど、層の数が多いほど応力は減少する。つぎに、層の数を十分大きくしたときの極限値を求める。(6)式において、 N が十分に大きいと

$$\sigma_{zz} = \eta \sum_{k=0}^N \frac{1}{N} f(kd/N) \quad (7)$$

$$\rightarrow \frac{\eta a}{d} \int_0^{d/a} f(z) dz = \frac{\eta a}{d} g(d) \quad (8)$$

Table 1にこの積分値 $g(d)$ を示す。 d が $2a$ より大きいと $g(d)$ は一定値0.256となる。従って、 $d=2a$ の場合には σ_{zz} は 0.128η となって、直接接合体の場合¹⁾ ($=\eta/2$)の1/4にまで低下する。しかし、 $d=a$ の場合には 0.240η となり、約半分残留し傾斜機能の効果が薄れる。さらに、 $d=0.5a$ の場合には 0.355η となり、70%残留することになり、これ以上層の厚さを薄くすると残留応力減少の観点からは効果が期待できないこととなる。また、Table 2から見いだされるように、残留応力の減少には $d=2a$ では多層化が効果的であるのに対し、層の厚さが薄くなるにつれて効果が減少し、 $d=0.5a$ の場合にはほとんど効果がない。ただし、多層化したほうが膨張量のミスマッチの飛躍が少ないため、せん断応力が少なくなる³⁾。一方、中心軸上($r=0$)で σ_{rr} は最大となり、金属側で引っ張り応力となる¹⁾。その値は金属と傾斜材との界面 (Fig. 2のB点)で最大となり、A点での σ_{zz} と同じ値をとる。従って、もし傾斜機能材の機械的強度が低い場合には、この点での破断にも注

意しなければならない。

4. 中間層が金属やセラミックスより膨張係数の小さい材料の傾斜機能材で構成されている場合の残留応力

上に述べたように、ただ単に中間層をセラミックスと金属との傾斜機能材で構成してもセラミックスの残留応力を完全には除去できない。そこで、論文³⁾で述べたように中間層にセラミックスや金属より膨張係数の低い材料を選べばよい。しかし、中間層とセラミックスとの間に膨張量の急激な差があると、上で述べたように引っ張り応力は除去できてもせん断力が働くことになる。従って、両者を同時に除去するためにはやはりこの材料 C との間に傾斜機能を持たせるとよい。また上に述べたように金属 A との間にも傾斜機能をもたせる必要がある。Fig. 3 にこのような理想的傾斜機能をもつ中間層で接合された接合体のモデルを示す。中間層の厚さは $d (=d_1+d_2)$ であり、BC 間 (d_1) はセラミックス B と材料 C との傾斜機能材で、CA 間 (d_2) は金属 A と材料 C (膨張係数 γ) との傾斜機能材で構成されている。(2) 式で用いた記号を用いると、(8) 式より、A 点で働く応力は次式で与えられる。

$$\sigma_{zz} = -\eta_1 g(d_1)/d_1 + \eta_2 \{G(d) - G(d_1)\} / d_2 \quad (9)$$

なお、 $d_1 \rightarrow 0$ で $g(d_1)/d_1 \rightarrow f(0)$ 、 $d_2 \rightarrow 0$ で $\{g(d) - g(d_1)\} / d_2 \rightarrow f(d)$ となる。

やはり、 $\alpha > \beta > \gamma$ のように設定しているので、 $\eta_2 > \eta_1$ となる。そこで、 d と η_2 / η_1 が与えられれば、 d_1 をある臨界値 d_0 以上にすると σ_{zz} を負にすることが出来る。Fig. 4 にこの臨界値 d_0 を d をパラメーターとして η_2 / η_1 の関数として示す。たとえば、 $d = 0.8a$ のときは、 $\eta_2 / \eta_1 = 1.99$ に対して、 $d_0 = 0.2a$ となる。従って、 $d_1 > 0.2a$ とすれば、 σ_{zz} を負にすることが出来る。図に示されるように、 d が小さくなるにつれて、 η_2 / η_1 の値は 1 に近付くので、あまり d が小さいと γ が負でなければならなくなり、 σ_{zz} を零にすることは不可能となる。なお、 η_1 および η_2 を求める際には弾性定数としてそれぞれ D_B と D_C および D_C と D_A の調和平均を用いるのが適当と考えられる。つぎに、 $g(d)$ の値を用いて実際にアルミナ-鋼接合体について傾斜機能材として Mo を用いた場合について説明する。なお、この計算に用いた諸定数は Table 3⁴⁾ に示した。また、 $t-t_0 = 975^\circ\text{C}$ とする。これらの定数を用いると、 Al_2O_3 -Mo 界面では $\eta_1 = 1.21\text{GPa}$ 、Mo-Steel 界面では $\eta_2 = 2.81\text{GPa}$ であるから、 $\eta_2 / \eta_1 = 2.32$ である。従って、 $d = 1.0a$ では $d_0 = 0.2a$ 、 $d = 0.8a$ では $d_0 = 0.5a$ となる。そこで、この場合、 σ_{zz} の残留応力について議論する。まず、 Al_2O_3 -Steel が直接接したとすると最大応力は 0.98GPa となるので²⁾、これを基準とする。 σ_{zz} は d が大きい場合には d_1 の厚さに対して余り激しくは変化しない。例えば、 $d = 0.8a$ に対して $d_1 = 0.3a$ で 0.055GPa (6%)、 $d_1 = 0.2a$ で 0.089GPa (9%) しか残留しない。しかし、 $d = 0.4a$ の場合には $d_1 = 0.4a$ としても、 0.277GPa (27%) も残留する。結論として、セラミックスよりも膨張係数の小さい中間材を用いて傾斜機能をもたせる場合には、中間材の厚みを十分厚く ($0.8-1.0a$) すればよい。傾斜機能をもたせない単層板では、(1) - (3) 式を用いて計算すると $0.5a$ で十分であるが、この場合は厚さは少なくても、せん断応力が生じるという問題がある。

文 献

- 1) 木村, 川島: 粉体及び粉末冶金, 34(1987), 325
- 2) 木村: 粉体及び粉末冶金, 34(1987), 518
- 3) 木村, 川島: 粉体及び粉末冶金, 36(1989), 1
- 4) K. Suganuma, T. Okamoto, M. Koizumi and M. Shimada: Comm. of J. Amer. Ceram. Soc., 67 (1984), C256

Table 1
Numerical values of stress function
 $f(d)$ and $g(d)$

d/a	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
$f(d)$	0.5000	0.4485	0.3840	0.3215	0.2844	0.2138	0.1704	0.1337
$g(d)$	0.0000	0.0477	0.0894	0.1248	0.1539	0.1777	0.1898	0.2120

d/a	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
$f(d)$	0.1033	0.0768	0.0588	0.0275	0.0140	0.0084	0.0025	0.0008
$g(d)$	0.2238	0.2329	0.2397	0.2484	0.2529	0.2550	0.2557	0.2558

Table 2
Stress in multi-layered composites of
thickness d as a function of layer
number

Layers	1	2	5	10	∞
$d = 2a$	0.250	0.186	0.151	0.140	0.128
$d = a$	0.279	0.258	0.247	0.243	0.240
$d=0.5a$	0.357	0.355	0.355	0.355	0.355

Table 3
Values of Young's modulus (E), Poisson's
ratio (ν), Elastic constant (D) and Thermal
expansion coefficient (α)

Materials	E (GPa)	ν	D (GPa)	α (10^{-6})
Steel	196	0.25	261	14.0
Al_2O_3	372	0.27	510	8.1
Mo	323	0.38	521	5.7

Fig. 1 Ceramic-metal joint
with a uniform interlayer

Fig. 4 Relation between FGM
layer thickness d for which
 $\sigma_{zz}(d_0)=0$ and stress ratio η_2/η_1
as a function of interlayer
depth d

Fig. 2 Ceramic-metal joint
with an interlayer of a
functional gradient mate-
rial

Fig. 3 Ceramic-metal joint
with an interlayer of du-
plicated functional gradi-
ent materials