特集

数値計算法の新たな展開 —マルチフェーズ輸送現象の高精度予測手法—

粒子法による連続体の数値解析*

越 塚 誠 一**

Numerical Analysis of Continuous Media Using Particle Methods*

by KOSHIZUKA Seichi**

キーワード MPS 法, 非圧縮性流れ, 弾性体, 大変形

1. はじめに

これから紹介する粒子法はラグランジュ記述によるメッシュレス法のことであり, 連続体の力学を表す偏微分方程式をメッシュを用いることなく離散化する数値解析法とする^{1, 2)}.

宇宙物理学の分野で開発された SPH 法 (Smoothed Particle Hydrodynamics)³⁾は, 星の生成のような極めて密度変化の大きな圧縮性流れの問題に適用されてきた. MPS 法 (Moving Particle Semi-implicit) は筆者が考案した粒子法で, 半陰的アルゴリズムによって非圧縮性流れを解析できる^{4, 5)}. コンピュータグラフィックスにおいても粒子を用いる描画方法が盛んに研究されている⁶⁾.

2. 流体解析

MPS 法の離散化の原理は, 微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルを用いることである. 勾配 (gradient), 発散 (divergence), Laplacian に対する粒子間相互作用モデルをメッシュに頼らずに構築し, これらのモデルを支配方程式に代入することで, 偏微分方程式を粒子の運動方程式に離散化する. 粒子間相互作用モデルでは, それぞれの粒子が近傍の他の粒子とのみ相互作用するようにする (図 1).

非圧縮条件は, 粒子数密度が一定であるという条件で表す. この非圧縮条件と運動量保存則の圧力勾配項を陰的に, その他の項を陽的に計算すると, 全体のアルゴリズムとしては半陰的になる. 陰的な部分では圧力のポアソン方程式が得られ, そのソース項は粒子数密度の一定値からの差となる. ソース項は有限体積法では速度の

発散であるから, ここが MPS 法の特徴といえることができる.

自由表面も粒子数密度から判定する. 自由表面の外側には粒子が存在しないので粒子数密度が低下する. 各粒子の位置で粒子数密度を計算し, これがある値よりも小さければその粒子は自由表面上にあるとみなし, 圧力のポアソン方程式を解く際に, 圧力ゼロのディリクレ境界条件を与える. この境界条件は単純で, 自由表面形状を描く必要が無いので, 流体の分裂や合体にもそのまま適用できる.

自由表面流れの計算例として⁷⁾, 台上に打ち上げる波の計算結果を図 2 に示す. この問題は, 船舶甲板への打ち込み水挙動に関する検証実験を解析したものである. 半円形状の台の縁から水が一斉に打ち上げ, 半円の中心に集中する 3 次元的な挙動が計算されている. これは実験においても観察されている. このように粒子法は, 大変形を伴う自由表面流れに対して有用である.

図 3 に固液の相変化を伴う熱流動解析の計算例を示す⁸⁾. 仮想的な原子炉の溶融事故において, コンクリート上に落下した溶融炉心の挙動を解析したものである. 中心部は溶融炉心, 周囲はコンクリート, 上部は冷却水である. 溶融炉心は高温で, 放射性物質の崩壊により発熱してい

図 1 MPS 法における粒子間相互作用モデルの概念

*原稿受付 平成18年 1月20日

** 東京大学 The University of Tokyo

図2 台上に打ち込む水の挙動の解析例

図3 熔融炉心-コンクリート相互作用（固液間の相変化を伴う熱流動）の解析例

る。熔融炉心の融点よりもコンクリートの融点が高いため、熔融炉心とコンクリートの境界において、熔融炉心が凝固するとともにコンクリートが融解する。熱輸送の方程式を MPS 法で離散化すれば伝熱を計算できる。流体は動くことのできる粒子として、固体は空間に位置が固定された粒子として表現し、相変化は粒子を動かしたり止めたりすることでモデル化する。図3では、凝固した炉心物質の上部が部分的に崩壊して熔融炉心が冷却水中に噴出し、その後、崩壊部分が再び凝固して元の状況に戻る事が示されている。

これらの例にあるように、MPS 法は自由表面流れの問題や相変化を伴う複雑熱流動の問題を扱うことが容易である。

3. 構造解析

弾性体の運動方程式を MPS 法の粒子間相互作用モデルで離散化すると、結果として、粒子同士が垂直ばねと剪断ばねで接続されていることと等価な運動方程式が得られる。ハミルトンの正準方程式として定式化することもでき、その場合には時間差分としてシンプレクティックスキームを適用することで、エネルギー保存に優れた弾性解析をおこなうことができる⁹⁾。

構造解析においても粒子法の利点は大変形解析にあると考えられる。図4にゼリーの変形挙動の高速度カメラによる撮影画像、MPS 法による2次元弾性解析、計算結果にもとづいたコンピュータグラフィックスを示す⁹⁾。落下したゼリーの大変形が実験画像と同じように計算できていることがわかる。さらに、弾性体の破壊についても計算されている¹⁰⁾。こうした粒子法の利点は生体力学に適していると考えられ、研究が進められている。

図4 弾性体の大変形解析の例

4. コンピュータグラフィックス

コンピュータグラフィックス (CG) は計算力学においては計算結果の可視化のための技術として用いられてきた。計算力学の目的が工学製品の設計や安全性の確認であるとするならば、計算結果の定量的な数値が重要であり、計算結果の可視化はあくまでも付加的な役割にとどまる。一方、映像制作においては本物らしい、あるいは、美しい映像を作ることが求められる。すなわち、高品質の映像を効率的に制作する技術が必要であり、定量的な数値や精度は問題とされない。コンピュータグラフィックスの研究はこうした方向で進んできた。しかしながら最近では、物理法則にもとづいたシミュレーションをおこなうことが結局は高品質の映像につながるという考え方が広がっており、物理ベース CG と呼ばれている。このような状況から、シミュレーションの研究とコンピュータグラフィックスの研究は急速に接近している (例えば参考文献 11))。粒子を用いる CG 手法は Particle Systems と呼ばれ、流体の動きを計算するのに用いられてきた。最近では SPH 法や MPS 法も使われている^{12, 13)}。

図2に示した計算結果にもとづいてコンピュータグラフィックス技術を用いて描画した例を図5に示す。ここでは粒子上の情報を格子上の情報に内挿してから自由表面形状を描いている。運動する船体と波との相互作用をリアルタイムでシミュレーションと CG ができれば、操船シミュレータが構成できる。シミュレーション手法に

図5 打ち込み水挙動のシミュレーション結果にもとづいたコンピュータグラフィックス

MPS法を用いれば、砕波や甲板冠水などの自由表面の複雑な挙動を表現できるので、現在は困難とされている荒天候時の操船シミュレータが実現できる。

5. おわりに

粒子法は界面の大変形を扱うことが容易であるため、流体解析においては自由表面流れや相変化を伴う混相流の解析に用いられ、構造解析では大変形や破壊の解析に用いられてきた。こうした問題は従来のメッシュを用いる有限体積法や有限要素法では本質的に扱うことが困難であることから、近年、粒子法の研究が盛んになってきている。さらに、シミュレーションとコンピュータグラ

フィックスを融合することで新しい展開が追究されており、そこでも粒子法は有力な手法となっている。

参考文献

- 1) 越塚誠一, “粒子法”, 丸善 (2005).
- 2) Li, S. and Liu, W. K., “Meshfree Particle Methods”, Springer (2004).
- 3) Lucy, L. B., “A Numerical Approach to the Testing of the Fission Hypothesis”, *Astron. J.*, 82, 1013-1024 (1977).
- 4) Koshizuka, S., Tamako, H. and Oka, Y., “A Particle Method for Incompressible Viscous Flow with Fluid Fragmentation”, *Comput. Fluid Dynamics J.*, 4, 29-46 (1995).
- 5) Koshizuka, S. and Oka, Y., “Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid”, *Nucl. Sci. Eng.*, 123, 421-434 (1996).
- 6) 千葉則茂, “ながれのビジュアルシミュレーション—リアルな表情を求めて—”, *ながれ*, 23, 97-105 (2004).
- 7) Shibata, K., Koshizuka, S., Oka, Y. and Tanizawa, K., “A Three-dimensional Numerical Analysis Code for Shipping Water on Deck Using a Particle Method”, *Proc. 2004 ASME Heat Transfer/Fluid Engineering Summer Conf.*, Charlotte, July 11-15, 2004, HT-FED04-56477.
- 8) Koshizuka, S. and Oka, Y., “Application of Moving Particle Semi-implicit Method to Nuclear Reactor Safety”, *Comput. Fluid Dynamics J.*, 9, 366-375 (2001).
- 9) Koshizuka, S., “Moving Particle Semi-implicit (MPS) Method –A Particle Method for Fluid and Solid Dynamics–”, *IACM expressions*, No.18, 4-9 (2005).
- 10) 宋武燮, 越塚誠一, 岡芳明, “MPS法による弾性構造体の動的解析”, *日本機械学会論文集 (A)*, 71 (1), 16-22 (2005).
- 11) Osher, S. and Fedkiw, R., “Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces”, Springer (2003).
- 12) Müller, M., Charypar, D. and Gross, M., “Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications”, *Eurographics/SIGGRAPH Symposium on Computer Animation*, San Diego, July 26-27, 2003.
- 13) Premoze, S., Tasdizen, T., Bigler, J., Lefohn, A. and Whitaker, R. T., “Particle-Based Simulation of Fluids”, *EUROGRAPHICS 2003*, Granada, September 1-6, 2003.