スプライン関数を用いた長体状態量計測法

A method for measurement of state quantities of long-body sensor complex using spline function

小島義孝^{a)*}・大熊俊明^{a)}・川島正樹^{a)}・大塚 悟^{b)}

Yoshitaka KOJIMA, Toshiaki OHKUMA, Masaki KAWASHIMA and Satoru OHTSUKA

Abstract

We have developed a new practical method to obtain both geometric and mechanical information on the ground and the buried structures such as displacement, deformation and load by setting a long-body sensor complex into the ground and measuring its inclination and strain at each point. This method, called the spline measurement method, utilizes the long-body sensor complex and a spline function of B-spline basis. We have conducted not only numerical simulations, but also bending experiments of long-bodies at both laboratory and in-situ site using actual pipes. Measurement of active landslide was also carried out. The applicability of proposed method was widely examined in addition to referring to the principle and theory of spline measurement. Discussions were made on adopting conditions, accuracy and further problems of proposed method.

Key words : long-body sensor complex, B-spline, state quantities, interpolation

和文要旨

挿入型／設置型傾斜計，パイプひずみ計のような管状物体等の長体を地盤に埋設してその変形時の傾斜・ひずみなどのセンサ情報から地盤や地中構造物の変位・変形・力等に関する幾何学および力学的情報を得るための実用的で一般的な計測法を開発した。本方法では複数の種類のセンサを備えた長体複合センサとB-スプラインを基底関数としたスプライン関数を利用する。精度的な検討を行うために，余弦関数の組み合わせや弾性支承上の梁理論で得た形状を利用した数値実験および巻込み型変位計やひずみゲージをアルミ管などに取り付けて変形させる室内モデル実験および野外実験を行い，良好な結果を得た。また，現場計測事例も紹介する。本論文では，本法の原理および理論，適用条件，特徴，精度，問題点などについて述べる。

キーワード：長体複合センサ，B-スプライン，状態量，補間

1. はじめに

光波測距儀，GPS，レーザー計測，写真計測等，地表に存在する物体の位置や形状をmmオーダーあるいはサブmmオーダーで精確に計測する技術の近年の発展には目を瞠るものがある。それに引き換え，地盤内部の変形量や地中構造物の形状などを精確に計測する技術や研究は非常に遅れている感が否めない。地すべりの分野では，個別の地すべりに対する移動機構や特性の解明は，地表部では主として地表踏査，光学機器・GPS・伸縮計・地盤傾斜計などを用いた測量・変動計測によって行われ，地中部では各種物理探査や，ボーリングによる地層構成調査，及びボーリングを利用した，孔内検層やパイプひずみ計・孔内傾斜計・多層移動量計・縦型／斜め型伸縮計などの変動計測器を利用して行われることが多い。

しかし，例えば，降雨による地下水の上昇あるいはすべり面上での間隙水圧の上昇とともにどのようにして地すべりが動き出すのかモニタリング結果を詳細に解析する例は少ない。安価でリアルタイムに高精度（以下，精度ということばは狭義の精度（precision）と正確さ（ac-

curacy）の両方の概念を含む意味で用いる）に地盤内部の変位・変形を計測できる手段がなかったのが主な原因と考えられる。

地すべり分野で，代表的な地中変動計測器であるパイプひずみ計・孔内傾斜計をとってみると次のような弱点が目に付く。

活動しているすべり面の位置を把握できるとされるパイプひずみ計は，ひずみの累積傾向とひずみゲージの位置からすべり面を判定するが，通常の使用法では変位ではなく曲げひずみ値を測定するために，直截的な変動状況の把握が困難で，すべり面の位置の精確な判定にも熟練を要する。ただし，現在では，ひずみから変位に変換して定量的な変位計測を可能にする方法がいくつか提案されている¹⁾²⁾³⁾。

挿入型の孔内傾斜計は50cmピッチで計測することもあり，比較的精度に求めることができるが，通常，手動計測であり，リアルタイムにデータを得るのが困難である。自動昇降装置を備えればリアルタイムにデータを取得可能であるが，メンテナンスも含めると一般に費用がかかる。設置型傾斜計は自動計測可能であるが，1個のセンサが比較的高価なので，2～3m間隔で用いられることが多く，十分な精度を得るのが困難場合もある。

このような地中変動計測器の弱点を克服するものとして，筆者らは，先に孔内傾斜計のガイドパイプや塩ビ管

* 連絡著者／corresponding author

a) 五大開発株式会社

Godai Kaihatsu corporation

〒921-8051 石川県金沢市黒田1丁目35番地

1-35, Kuroda, Kanazawa, Ishikawa, Japan

b) 長岡技術科学大学

Nagaoka University of Technology

〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町1603-1

1603-1 Kamitomioka, Nagaoka, Niigata 940-2188, Japan

(本論文では、このように他の次元に比べて1つの次元の大きさが卓越している物体を長体という)にひずみゲージ・傾斜センサなどのセンサを離散的に取り付けた、長体複合センサを用いて安価で高精度で多様な計測が可能な「伝達マトリクスを用いた長体状態量計測法」⁴⁾(以下、TM法という)を開発した。しかし、伝達マトリクス計算の段数が25段あたりを越すと倍精度でも誤差が累積して計算不能になり、また、境界条件を導入しにくいという難点があった。その難点を解消するために、B-スプラインを基底関数とするスプライン関数⁵⁾⁶⁾⁷⁾⁸⁾(区分境界で滑らかな区分的多項式関数2.2.2(1)参照)を利用したスプライン計測法(2.1節参照)を開発した。本計測法ではTM法の欠点のほとんどがほぼ完全に排除されている。以下、その詳細について述べる。

2. スプライン計測法

2.1 スプライン計測法とは

スプライン計測法は、地盤に設置した長体複合センサや杭や管渠などの地中構造物に直接各種センサを取り付けたもの(以下、両者を区別せず、長体複合センサという)とスプライン関数を利用して地盤や地中構造物の変形に関する諸量や状態量を計測する方法である。このスプライン計測法という用語は筆者らの造語であり、本研究では本用語を用いることにする。本研究で、長体(複合センサ)の状態量とは長体の(中心線の)形状のある位置(x)での関数値とその導関数値の組($y(x)$, $y'(x)$, $y''(x)$, $y'''(x)$...)からなる幾何学量の組(ベクトル量)を指すか、またはその一部の導関数値を梁の力学を用いて対応する物理量に変換したもの($y(x)$, $y'(x)$ [$\theta(x)$], $M(x)$ [または $\varepsilon(x)$], $S(x)$, ...)のことをいう。 θ は傾斜角(たわみ角), M は曲げモーメント, ε は曲げひずみ, S はせん断力である。以下では、簡単のために、地盤の変形量や移動量を計測する場合は地盤に埋め込まれた長体複合センサと地盤は一体となって変形し、地盤の変形を正しく反映するものと仮定する。スプライン関数の利用の仕方には、大きく分けてスプライン関数が必ず既知データ点を通る補間法と必ずしも既知データ点を通らなくてもよい平滑化法の2種類があるが、本論文では主として補間法について述べる。スプライン計測法は、長体複合センサの主センサに傾斜計を用いれば、変位の算出精度は孔内傾斜計とほぼ同等か同等以上である。主センサとしてひずみゲージを用いれば、従来パイプひずみ計では困難であった変位での表現が可能になるなど性能が向上する。要素センサに幾何学的状態量の個々の成分を計測できる各種センサを混在させて用いることができるため、従来の孔内傾斜計やパイプひずみ計などの計測法を一般化し、統一した計測法と言うこともできる。

2.2 計測原理と計測理論

2.2.1 計測原理

スプライン計測法の計測原理は、空間内の長体の形状を一意に定めるために、基底関数にB-スプライン等を用いたスプライン関数で表現し、そのパラメータを境界条件と長体状態量ベクトルの成分の計測値から定めるものである。問題は長体の形状の空間内での確定である。長体の形状は本質的に幾何学的量であり、それを得るための手段として物理的な手段(センサ)を必要とする。そのための要素センサは傾斜計、ひずみゲージ、光ファイバーセンサなど長体の幾何学的状態量の成分を得ることができるものであればどんなものでもよい。

ただし、節点間に配置できる状態量成分の計測データ数には一定の制約がある(2.2.2(2)参照)。

2.2.2 計測理論

(1) スプライン関数とB-スプライン⁵⁾⁶⁾⁷⁾⁸⁾

スプライン関数は区分的多項式関数といわれる。すなわち、節点と呼ばれる(x)座標に設けた点の間の小区間では多項式関数で表し、かつ、小区間の境界点(節点)のところでは関数値をできるだけ滑らかにして全区間にわたり連結したものである。

m次のスプライン関数は、節点で関数とそのm-1階導関数までが連続である。スプライン関数は小区間ごとに直接多項式で表す場合(直接表現)のほか、切断べき関数やB-スプライン(基底関数)を使った方法などさまざまな表現法がある。

切断べき関数はそれ自身が1個の節点(以下の例では節点は ξ_i)をもつスプライン関数であるが、変数のべき乗の右下に+記号をつけて表示され、次のように定義される。

$$(x - \xi_i)_+^m = \begin{cases} (x - \xi_i)^m & x > \xi_i \\ 0 & x \leq \xi_i \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

B-スプラインは、最小の節点と最大の節点の間でのみ0でない値を持つC-スプラインの一種で、一般のスプライン関数を表すときの基底関数となるものである。m次のB-スプラインはm次の切断べき関数のm階差分商で定義され⁵⁾、m+2個の節点を必要とする。節点位置kで始まる、m次のB-スプラインは次式で表される。

$$B_{mk}(x) = B_m(x, \xi_k, \xi_{k+1}, \dots, \xi_{k+m+1}) = \frac{\prod_{i=k}^{k+m+1} (\xi_i - x)_+}{\prod_{i=k}^{k+m+1} \phi'_{m+2}(\xi_i)}$$

$$\phi'_{m+2}(\xi_i) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{m+2} (\xi_i - \xi_j) \dots\dots\dots(2)$$

例えば、間隔1の等間隔節点がある場合で節点位置1から始まる2次のB-スプラインは図-1の節点1から4の範囲の山形の曲線になる。この2次のB-スプラインは4個の節点を要し、(2)式を具体的に書き表した(3)式を用いて、表-1のように区間ごとに計算すると得られる。図-1には節点2から始まる2次のB-スプラインとそれらを後述の(4)式で正規化したB-スプラインも載せている。しかし、高次のB-スプラインの実際の計算には計算が煩雑なので、切断べき関数計算は用いず、後述するドブア・コックスの漸化式を用いることが多い。

$$B_{21}(x) = \frac{(1-x)_+^2}{(1-2)(1-3)(1-4)} + \frac{(2-x)_+^2}{(2-1)(2-3)(2-4)} + \frac{(3-x)_+^2}{(3-1)(3-2)(3-4)} + \frac{(4-x)_+^2}{(4-1)(4-2)(4-3)} \cdots \cdots (3)$$

$$= \frac{(1-x)_+^2}{-6} + \frac{(2-x)_+^2}{2} + \frac{(3-x)_+^2}{-2} + \frac{(4-x)_+^2}{6}$$

B-スプラインでは、節点間隔の変化に対して関数値が大きく変化して使いにくいので m 次の正規化された次のB-スプライン $B'_{mk}(x)$ が多用される。

$$B'_{mk}(x) = (\xi_{k+m+1} - \xi_k) B_{mk}(x) \cdots \cdots (4)$$

以下では、B-スプラインはすべて正規化されたものを用い、プライム “'” もつけず、 $B_{mk}(x)$ のように表記する。

有限対象領域内の節点である内部節点（本論文では境界点も含む）が n 個の場合で m 次のスプライン関数 $s(x)$ はB-スプラインの線形結合によって次のように表される。

$$s(x) = \sum_{k=1}^{n+m-1} d_k B_{mk}(x) \cdots \cdots (5)$$

ここで、 d_k は線形関数(5)式の係数である。 m 次のB-スプラインは $m-1$ 次のB-スプラインから次のドブア・コックスの漸化式⁽⁴⁾⁽⁷⁾で計算できる。

$$B_{mk}(x) = \frac{\xi_{k+m+1} - x}{\xi_{k+m+1} - \xi_{k+1}} B_{m-1,k+1}(x) + \frac{x - \xi_k}{\xi_{k+m} - \xi_k} B_{m-1,k}(x) \quad (6)$$

図-1 2次のB-スプライン（実線）と正規化B-スプライン（破線）

Fig. 1 B-spline (solid line) and normalized B-spline (broken line) in secondary degree

表-1 切断べき関数を用いたB-スプラインの計算表 [(3)式の計算]

Table. 1 Calculation table for B-spline in using truncated power function

項	区間	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$
	各項の式			
1	$-(1-x)_+^2/6$	0	0	0
2	$(2-x)_+^2/2$	$(2-x)_+^2/2$	0	0
3	$-(3-x)_+^2/2$	$-(3-x)_+^2/2$	$-(3-x)_+^2/2$	0
4	$(4-x)_+^2/6$	$(4-x)_+^2/6$	$(4-x)_+^2/6$	$(4-x)_+^2/6$
$B_{21}(x)$		$(x-1)_+^2/6$	$(-2x^2+10x-11)/6$	$(4-x)_+^2/6$

$s(x)$ の l 階導関数($l \leq m$) $D_x^{(l)}s(x)$ は次式で計算できる。ただし、 D_x は微分演算子である。

$$D_x^{(l)}s(x) = \sum_{k=1}^{n+m-1} d_k B_{mk}^{(l)}(x) \cdots \cdots (7)$$

$B_{mk}^{(l)}(x)$ は、次式で与えられる $B_{mk}(x)$ の微分を l 回繰り返すことによって得ることができる。

$$D_x B_{mk}(x) = m \left[\frac{B_{m-1,k}(x)}{\xi_{k+m} - \xi_k} - \frac{B_{m-1,k+1}(x)}{\xi_{k+m+1} - \xi_{k+1}} \right] \cdots \cdots (8)$$

(2) スプライン計測理論

$s(x)$ を0階導関数とすれば、スプライン関数およびその導関数は(5)式を含む形の(7)式で一般的に表現できる。(7)式を用いて、併せて N 個の計測データと境界条件を与えて、連立一次方程式を構成し、係数 d_k を決定すると、 $s(x)$ およびその導関数はすべて求まる。ここで、節点は前述したようにスプライン関数 $s(x)$ を構成する各小区間での多項式を区切る点のことであり、値はないかまたはあっても既知でなくてもよい。また、本論文では x 座標と、任意に設定したスプライン関数値や計測値などの組をデータ点というが、データ点の x 座標をデータ点 x 座標という。境界条件も x 座標を持ち、値を持つという意味ではデータ点に含めることができる。節点は、内部節点とB-スプラインの一次結合で表すために付加した付加節点に分けられる。データ点 x 座標と節点は同じであつてもよいし、異なつてもよい。節点やデータ点 x 座標は同じ座標位置で重複していてもよい。ただし、節点が重複するとはその間の多項式関数がないことを意味し、データ点 x 座標が重複するとは同じ点でスプライン関数値およびその導関数値のうち複数個が存在するということを意味する。

データ点の数を N 個とし、その x 座標を $(x_1, x_2, \dots, x_M)$ で表す。 M は、重複データ点は1個と見做して数えた、重複を許さないデータ点 x 座標の個数である。節点は n 個とする。一般にデータ点の x 座標は重複している。

その場合でも、スプライン関数およびその導関数がいかに定まるためには、境界条件を含めてデータ点を N 個取り、シェーンバーク・ホイットニー条件のほかに導関

図-2 節点とデータ点の配置例

Fig. 2 Example for arrangement of knots and data points

数値が混在する場合に必要な関係（後述）を満たす必要がある。図-2は、スプライン計測が行える（スプライン関数が一意に定まる）データ点、節点の数、データ重複度およびそれらの配置の1例を示している。

スプライン関数およびその導関数はデータ点を通ることから、データ点の値を集めたベクトル y 、データ点 x 座標に関するB-スプラインの値を集めた行列 A 、(5)、(7)式の係数ベクトル d 間には次のような関係がある。

$$y = Ad \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$y = \{D_x^{(l_1)}s(x_{i_1}), D_x^{(l_2)}s(x_{i_2}), \dots, D_x^{(l_N)}s(x_{i_N})\}^T \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$A = \begin{bmatrix} B_{m1}^{(l_1)}(x_{i_1}) & B_{m2}^{(l_1)}(x_{i_1}) & \dots & B_{ms}^{(l_1)}(x_{i_1}) & \dots & B_{mN}^{(l_1)}(x_{i_1}) \\ B_{m1}^{(l_2)}(x_{i_2}) & B_{m2}^{(l_2)}(x_{i_2}) & \dots & B_{ms}^{(l_2)}(x_{i_2}) & \dots & B_{mN}^{(l_2)}(x_{i_2}) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ B_{m1}^{(l_s)}(x_{i_s}) & B_{m2}^{(l_s)}(x_{i_s}) & \dots & B_{ms}^{(l_s)}(x_{i_s}) & \dots & B_{mN}^{(l_s)}(x_{i_s}) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ B_{m1}^{(l_N)}(x_{i_N}) & B_{m2}^{(l_N)}(x_{i_N}) & \dots & B_{ms}^{(l_N)}(x_{i_N}) & \dots & B_{mN}^{(l_N)}(x_{i_N}) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここで、

$$0 \leq l_s \leq m \quad (1 \leq s \leq N)$$

$$1 \leq i_t \leq N \quad (1 \leq t \leq M)$$

$$N = n + m - 1$$

$$d = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}^T \quad \dots\dots\dots(12)$$

である。

節点とデータ点 x 座標の数と位置を一致させなくてもよいが、その場合、節点とデータ点の間には(9)式の連立一次方程式の行列の正則性に関係する次のシェーンバーク・ホイットニー条件を満たす必要がある。

$$\xi_k < x_k < \xi_{k+m+1} \quad \dots\dots\dots(13)$$

ξ_k ; k 番目節点

x_k ; k 番目データ点 x 座標

m ; スプライン関数の次数

また、境界条件の代わりに他のデータ点を用いれば、境界条件は必ずしも用いなくてもよい。データ点を重複させる場合を含む、一般的な節点・データ点 x 座標の配置に対してスプライン関数を確定させるには、著者らの経験によれば、次のような条件をシェーンバーク・ホイットニー条件に加える必要がある。すなわち、二つの節点間で、ある階数の微分値で単独で設定できるデータの最大数は、 l を微分値の階数とすると、 $(m+1-l)$ 個であり、複数の階数の微分値を同時に用いる場合の設定可能数は、ある階数に着目した場合、それより高階の導関数値の設定個数の和がその着目階数の導関数値の最大設定可能数を超えないようにする必要がある。この場合、データ点の総数は $N=n+m-1$ であり、どこかの区間で、少なくとも1個の関数値を与えなければならない。

3. シミュレーションによる性能評価

3.1 シミュレーションの目的と方法

スプライン計測法の有効性を検証するために、適当な理論曲線を作成し、2階導関数値をデータとし、誤差を付与しない場合と付与した場合で、もとの曲線の形状等をどれだけ再現（シミュレート）できるかを検討した。このシミュレーションは、CPUクロック数1GHz、メモリー1Gbyte程度のPCでC++言語でプログラムを組んで倍精度で実施した。事例では、実際に地盤変形の計測に用いる直径55mm、センサピッチ50cm、長さ100m程度の長体複合センサを想定した。

3.2 理論曲線の生成、データ取り出しと誤差の付加

使用した理論曲線は余弦関数の組み合わせで(14)式を用いて作成した。

$$y(x) = \sum_{i=1}^4 (A_i \cos(B_i \cdot \pi \cdot x + C_i \cdot \pi) + D_i) \quad \dots\dots\dots(14)$$

係数は表-2のとおりである。

理論曲線は図-3のように x 軸の幅は100mで最大振幅2~4m程度の4つの凸部と3つの凹部を持つ形状をしている。これから、50cmごとに2階導関数値、両端の関数値を取り出し、再計算用の入力データとした。この2階の導関数値は、構造力学・材料力学の梁理論¹⁰⁾により次式などで曲げひずみと対応付けられるので、誤差は μst （マイクロストレイン）単位で表したひずみで与えた。

$$\varepsilon(x) = -r \cdot y''(x) \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここで、 r は長体の半径（=27.5mm）である。

各データ点に誤差を与える場合は値として $\pm 2 \mu\text{st}$ 、位置座標として $\pm 5 \text{ mm}$ を一様乱数を使って各データに付加した。また、両端の変位は理論値を与えた。この条件で、5次のスプラインを用いて、10,000回繰り返して計算し、最大の誤差分布を与える曲線形状を求めた。

3.3 結果および検討

結果は図-3および図-4にまとめた。理論曲線からのひずみデータをそのまま（誤差なしで）用いて再現した場合の最大誤差は0.001mm程度であり、ほぼ完全に再現できている。

次に、位置の誤差 $\pm 5 \text{ mm}$ 、曲げひずみの誤差 $\pm 2 \mu\text{st}$ を全データにランダムに与えて再現解析をした場合、最大約39mmの誤差が100mの長体の中央部に出現した。ただし、変位の既知データを20m程度ごとに与えれば、この誤差を2mm以下に抑えることができる。誤差分布

表-2 理論曲線の係数
Tab.2 Coefficients of theoretical curve

i	A_i	B_i	C_i	D_i
1	1	0.02	0	0
2	1	0.04	0	0
3	1	0.08	1	1
4	0.5	0.01	0	0

をガウス分布 (最大 $\pm 2 \mu\text{st}$) にするともっと小さな最大誤差で再現できることも確認した。(15)式から管径が大きくなると、誤差の影響は小さくなることもわかる。

また、誤差がない、一端での変位と50cm程度の間隔のひずみデータがあれば全体の長体形状はほぼ正確に再現できるが、誤差があると試行ごとにランダムに他端が大きく変動し、曲げひずみ値から変位を安定的に再現するには両端の変位が既知であることが必要であることもわかった。

上記と別に、鋼管杭 (杭長30m, 杭径350 $\times$ 25mm) に1,958kNの変形三角形分布荷重を作用させたときの杭の変形状を弾性支承上の梁理論で作成してひずみデータを取り出し、誤差を付加して作成したデータに対して、スプライン関数を用いて分布荷重の形状等を推測する検討を実施した。詳細は文献⁹⁾に示すが、良好な推測結果を得た。

4. 実験による性能評価

4.1 野外実験

4.1.1 実験の目的と方法

数値シミュレーションで本計測法の有効性が確認できたので、より実際に近い形でスプライン計測法を性能評価し、a) 地すべり計測、b) 盛土地盤沈下量計測、c) トンネル計測現場 d) 山留め計測などへの適用を考慮してセンサー特性、精度・正確さなどの技術的基礎資料を得るために実大野外実験を行った¹¹⁾。ここではその概略を述べる。主要計測性能評価実験では、図-5に示す

図-3 理論曲線形状再現
(入力データ誤差なし)

Fig. 3 Simulation of theoretical curve (no error in input data)

図-4 理論曲線形状再現
(入力データ誤差あり, 各データ $\pm 2 \mu\text{st}$, $\pm 5 \text{ mm}$)

Fig. 4 Simulation of theoretical curve (random errors of $\pm 2 \mu\text{st}$ in strain and $\pm 5 \text{ mm}$ in length are considered in input data.)

ような計測装置を用いた。

実験の方法は、まず、 $\phi 55 \text{ mm}$, 長さ18mのアルミ管長体にひずみゲージを0.5mピッチで貼付けて主センサとし、両端には巻込み式変位計を取り付けて長体複合センサを作成した。野外実験地で約75cm幅で深さ1m程度溝を掘り、これに作成した長体を設置し、掘削土を埋め戻して強制変位装置(チェーンブロック, エアージャッキ)により長体を変位させることにより行った。実験ケースは、①覆土なし②全面覆土③部分覆土の3ケースであった。巻き込み型変位計計測, ひずみ計測はデータロガー (T社製TDS303) で行った (図-5参照)。計測されたひずみ及び両端部変位から、スプライン計測法で変位の算出を行った (以下, これを計算変位と呼ぶ)。一方, 長体の変形状態を測量的方法 (レベル) と巻込み式変位計でも行った (以下, これを実測変位と呼ぶ)。スプライン計測の精度の評価は, 計算変位と実測変位を比較することで行った。

4.1.2 変形実験結果および検討

①覆土なしのケースでは, 計算変位と $x=11 \text{ m}$ 地点に設置した確認用巻き込み式変位計での実測結果を比較すると, $x=12.5 \text{ m}$ の位置での約10cmの強制変位で誤差は0.7mm, 約20cm程度までの強制変位に対して計測を行っても最大誤差は2mm以下という比較的良好な結果が得られた (図-6参照)。

②全面覆土および③部分覆土実験の場合の結果は精度が良くなかった。最良でも, 部分覆土の場合の約10cmの変位で最大16mmの誤差が発生し, 全面覆土の場合は

図-5 野外実験模式図 (文献¹¹⁾より引用)

Fig. 5 Schematic figure for field test apparatus

図-6 計測結果 (覆土なし)

Fig. 6 Measurement result (No soil cover)

もっと誤差は大きかった。この原因は、主として覆土による局所変形の発生などの影響のためであると判断される。

4.2 室内実験

4.2.1 実験の目的と方法

先に実施した野外実験から、ひずみ長体を使う場合は、地上や空中で精確に計測されても、地中（特に、活動中のすべり面付近）では礫や均質・不均質地盤を介して偏荷重が作用する恐れがあり、正しく計測されない恐れがあることがわかったので、偏荷重の計測精度への影響を確認する必要がある。実際、室内での簡単な偏荷重載荷試験を実施すると、局所変形が発生し、それによる見掛けひずみが生じ、正しく曲げひずみが得られないことがあり得ることが判明した¹¹⁾。筆者らはその局所変形を排除し、長体の中心線の形状が正しく再現できるように、内管と外管を持つ二重管構造の長体を開発した。

この二重管長体（ $L=3.0\text{m}$ ）を用いて、すべり面付近での地すべり変動を模擬した変形を与えた時の二重管構造の挙動把握と変位の精度検証を目的として室内実験を行った。実験装置は、図-7の模式図に示すように、地すべりのすべり面における移動地塊と不動地盤の間の不連続性を表現できるような構造とした。すべり面を想定した箇所は、長体左端から1.05~1.15mの位置とし、不動地盤に相当する二重管は番線で補強した厚さ1.2cmの木枠で拘束し、さらにそれを単管パイプで固定した。移動地塊側も木枠で拘束し、その移動地塊相当の木枠全体をチェーンブロックで変位させることで実験地すべり変位を最大5cm与えた。二重管長体は、外管の変形を接地幅10mmのスペーサ（0.5m間隔）を介して内管に伝える構造となっており、ひずみゲージは内管に貼付けられている。ひずみゲージは基本的に0.5mピッチで設置し、ひずみの変化の大きいと想定される実験すべり面付近は0.05mから0.10m間隔に設置した（図-7参照）。長体の両端は巻込み式変位計により変位を計測し、荷重計により荷重を計測した。巻込み式変位計計測、荷重計計測、ひずみ計測は汎用データロガー（T社製TDS303）で行った。精度検証は、スプライン計測法による計算変位とレベル計測（6箇所）の実測値を比較することによって行った。計算変位は、境界条件（両端の計測変位と計測荷重から梁の理論を用いて算定した3階微分値）および計測ひずみ値から(15)式を用いて算定した2階微分値を用いて(9)式で算出している。

4.2.2 実験結果および検討

図-8に、変位を1~5cm与えた時の曲げひずみの変化を示す。曲げひずみは1.25m位置を除いて変位量に比例して増加している。最大変位時の最大の曲げひずみは1.55mの位置で、 $5,028\mu\text{st}$ であった。図-9には5cmの最大変位時において、全ひずみデータと0.5mピッチに間引いたひずみデータを用いた場合の計算変位とレベル実測値を示す。全ひずみデータを用いたときは、レベル

実測値の最大誤差は左端から0.6mの位置で1.3mm（相対誤差は2.6%）であり、一方、0.5mピッチに間引いたひずみデータを用いた場合は、最大1.9mm（相対誤差は3.8%）の誤差であり、精度的には前者にやや劣るものと思われる。変位を1~5cm与えた時のせん断力の変化を図-10に示す。すべり面の位置に沿ってせん断力が増加する。これは、理論上でも指摘されており¹²⁾、現場計測¹³⁾でも確認されている（5.計測事例参照）。図の下部の矢印は長体を支持する位置とその向きを表す。センサを密に配置した0.5mから1.5mでは、実験地すべり変位の増加とともに、曲げひずみとせん断力がほぼ一定の比率で増減している。せん断力図で、スペーサ間でせん断力が一定の値を示す傾向にあるのは、外管に作用した力はスペーサを通じてのみ内管に伝えられることによる。

5. 計測事例

5.1 概要

以下に示す計測事例は、石川県能登地方の地すべり地におけるスプライン計測例である¹³⁾。当地付近は東西方向に伸びた標高100~200mの丘陵地であり、地すべりは新第三紀中新世の流れ盤の凝灰岩類の中で発生している。西からA-Fの6個の地すべりブロックが認められ、そのうち、Aブロックの末端のサブブロック（長さ約20m、幅約25m）について、平成16年7月から平成17年2月にかけて観測をおこなった。ボーリングコア判定によるす

図-7 室内実験模式図

Fig. 7 Schematic figure of laboratory test apparatus

図-8 室内実験結果（曲げひずみ）

Fig. 8 Result of bending strain

図-9 室内実験結果(計算変位と実測変位比較)

Fig. 9 Comparison of displacements between spline and direct measurements

図-10 室内実験結果(せん断力)

Fig. 10 Result of shear force

べり面深度は浅く、約3.5mであった。長体複合センサは、安価で時間的に連続した変位計測を行うために、ひずみゲージを主体とする2重管ひずみ長体(全長11m, ゲージ配置: 2方向4ゲージ, ピッチ0.5m)を用いた。頭部変位計測には伸縮計, 光波測距儀, 孔内傾斜計を併用したが最終的には安定した値を示す孔内傾斜計を用いた。

5.2 結果

図-13に長体のせん断力図, 図-14に降雨地すべり変動図を示す。

せん断力図からは, 最大値の増大傾向から深度約3.1mがすべり面と判定される。この結果は, ボーリングデータからの判定値約3.5mより, 約30cm浅くなり, このために本現場では対策工としてのアンカーの規格が1ランク下がった。

平成16年7月10~14日の降雨と地すべり移動量の関係を示す。7月10~11日にかけて130mm連続降雨量が観測されたが, 降り始めから約6時間後からの約2時間の間に0.9mmの地すべり変動量が観測された。1週間に1度の頻度で観測されている孔内傾斜計ではこの急激な変動は検知できていない。また, 当地では連続降雨量が20mm以上になると地すべり変動を開始することもわかった。本現場における孔内水位は通常低くすべり面以

図-11 地すべり地平面図

Fig. 11 Plane figure of landslide

図-12 スプライン計測装置配置模式図

Fig. 12 Schematic arrangement of in-situ units for spline measurement

下であるが, 自動観測されていないので, 連続降雨時の地下水位の変動状況はわからず, 地下水位と地すべり変動の関係はわかっていない。

6. スプライン計測法の特徴および課題

6.1 スプライン計測法の特徴

理論的検討やシミュレーション, 室内実験, 現場実験および計測事例などの一連の研究・実験で判明したスプライン計測法の主要な特徴以下に示す。

(1) 本計測法は長体複合センサとスプライン処理の2つの要素からなり, 長体複合センサの個々のセンサの計測値および与えられた境界条件の離散的な情報を用いて補間(または平滑化)により長体(複合センサ)形状曲線

図-13 長体のせん断力図
Fig. 13 Distribution of shear force in long-body

図-14 降雨地すべり変動図
(平成16年7月10~14日)

Fig. 14 Relationship between rainfall and landslide motion

全体を再現するものである。

(2) 本計測法はスプライン関数を用いた単なるデータ補間や解析とは異なり, その精度が長体複合センサの構造に密接に関係した1つの計測法である。計測においては, 計測値が静的または動的に変化し, 当初の境界条件も変わることが予想され, また, 要素センサ数が増えて整合するデータが増えた場合でも安定した形状を維持する必要がある。スプライン計測法では長体の任意位置で高階の微分情報を正しく取り込めるようになっているので正しい境界条件と計測値を確保でき, 局所性を持つB-スプラインを基底に持つスプライン関数を採用しているこ

とで全体安定性に優れた高精度の計測を実現する。

(3) 本計測法は幾何学的な空間の中の長体形状曲線の全情報すなわち幾何学的状態量(形状とその微分量または微分係数の組)と梁の力学などにより得られる力学的状態量(たわみ, 傾斜角(たわみ角), 曲げモーメント, せん断力など)を区別して考える。力学量を求めたい場合は, 幾何学的状態量と力学的状態量との関係をもとに最後に求める。こうすることにより, 力学的仮定が原因の誤差を最小にすることができる。したがって, 梁の理論などを境界条件の算定に用いることはあっても, 梁の支配方程式から得られた梁の形状そのものを計測に利用することはない。あくまで, 長体の計測変位および変位の高階の微分係数を数学的に同定する計測手法である。

(4) 本計測法による長体の幾何学的形状の再現精度は幾何学的状態量ベクトルの成分を検出する要素センサ(変位センサ, 傾斜センサ, ひずみセンサ, 荷重センサなど)の個別精度とその設置間隔および境界条件に依存する。したがって, どのような構造の長体複合センサを用いるかに依存する。

(5) 要素センサとしては状態量成分が計測できるものなら何でもよく, センサ配置も自由に変えられる。各種センサ(変位センサ, 傾斜センサ, ひずみゲージ, 光ファイバーセンサ, 荷重センサなど)を無制限ではないがある程度自由に組み合わせさせて使え, 経済性, 精度, リアルタイム性などのうち, どれを重視するかによって非常に柔軟な計測が行える。

(6) 本質的な問題として, 個別センサ設置点の情報が全体の曲線形状を代表できるものでないと精度が悪くなる。これは, 状態量の取り出し間隔できるだけ小さくすることにより改善されるが, センサ費用は増大する。

(7) 境界条件は理論的に自明な値を用いてもよいし, 計測してもよい。計測する場合には動的な形状計測が可能である。境界条件は特別なものではなく, 長体の各位置での状態量(0~m階微分値またはそれらに対応する物理量)と区別することもなく同等に扱える。

(8) 目的の計測量に, 計測対象量の微分階数が近いセンサを用いるほうが精度を上げることができる。変位を計測するには, ひずみゲージより傾斜センサのほうが精度が上がるが, せん断力や外力を測定するには傾斜センサよりひずみゲージのほうが優れている。

(9) ひずみゲージで変位・変形計測する場合に, 長体複合センサの両端の変位は同時に別の手法で計測されるなど既知でないと精度よく安定した計測が行えない。また, 長体複合センサの径または厚さが大きくなるほど誤差の影響が小さくなるので精度が上がる。さらに, 純曲げに近い状態での計測ではなく, 地中で外力が実際に作用し変形している場合は, 局所的な変形のために, 曲げ誤差が生じて大きく精度に影響するので, 二重管長体にするなどの対策が必要である。二重管長体の外管は局所変形を緩和する作用がある。内管への荷重伝達はスパーサを

通して行われるが、たいていの場合、著しく精度に影響しない。しかし、荷重計測値から算定した3回微分値を境界条件または計測値として入力すると精度があがる。

(10) TM法では30センサ以上は処理不可であるが、スプライン計測法ではセンサ数に事実上制限がない。

(11) スプライン計測法は、長体の形状が地盤の変形形状と一致すると考えて間接的に地盤の変形情報を得る用途と地中・地上構造物(管や杭など)に直接・間接にセンサを設置してそれ自体を長体とみなして内力分布や変形状況を求める用途の2つがある。特に、可視化困難で、内部で作業できない地中での高精度の変形計測や比較的安価なひずみゲージを用いて、変位や変形のリアルタイム計測を行う場合に威力を発揮する。

6.2 スプライン計測法の課題

スプライン計測法は次のような課題を抱えている。

(1) 長体複合センサをどう構成するかが高精度計測を行うのに重要である。各種センサの配置と長体複合センサの構造が問題で、安価で使いやすい長体複合センサが求められている。

(2) 実際に、スプライン計測を高精度にかつ経済的に実施するために、端部変位計測をどう実現するかも頭を悩ますところである。地すべり変動計測では鉛直に長体を設置することが多いが、その場合、下端を不動点とし上端は伸縮計、光波測距儀やGPSなどで端部変位計測を行うことが多い。安価で精度の高い端部変位計測法の開発が望まれる。

(3) 地すべり計測では、孔内傾斜計のガイド管が地盤の変形とともに破壊したり塑性変形することがある¹⁴⁾。このような場合、その過程を解析したり、長体複合センサが地盤に追従するかどうかを検討するためには、長体と地盤の相互作用の力学を構築することが必要である。

7. 終わりに

スプライン計測法は従来の地盤変形等の計測法を発展させた新しい計測法である。本方法は、すでに実際のいくつかの地すべり現場で適用されて、雨量と地すべり移動量との関係を明らかにするなどの結果が得られている。また、本質的に不連続な変形などに対しても節点を重複させることにより、その不連続性を表現可能であり、端部計測の問題を解決すれば動的な計測にも対応できるなど、岩盤崩壊予知や地震分野への適用など将来への発展性もある。一般に、計測という観点からは、現象に対して独立に(現象に影響を与えることなく)現象を支配す

る物理量を計測できることが望ましいが、センサとの相互作用を積極的に解析することにより、現象を把握することも可能である。このような手段として、スプライン計測法をさらに発展させることは価値があると著者らは考えている。

謝 辞

本研究にあたり、野外実験・室内実験では五大開発株式会社の皆様に大変お世話になりました。特に平澤彰久、石原浩、小西満の各氏には長体複合センサ作成、実験装置作成に大変ご尽力をいただきました。また、鱈洋一博士には原稿全体に目を通していただき、有益なご助言をいただきました。ここに、深く、感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 小島義孝・山田壽政・速水博秀・館中隆志(1992):パイプひずみ計による地すべり挙動の解析法, 第31回地すべり学会研究発表講演集, pp.209-212.
- 2) 早川嘉一・相田忠明・福本安正・真島寿(1997):パイプひずみ計による水平移動量の推定(1), 第36回地すべり学会研究発表講演集, pp.353-356
- 3) 早川嘉一・相田忠明・佐々木友和(2002):変位解析法に基づくすべり層変位の定量解析, 地すべり, Vol. 39, No. 2, pp. 75-83.
- 4) 小島義孝, 五十嵐生男, 劉維徳, 速水博秀(2000):伝達マトリクス法による杭の各種状態量の一般計測法, 地すべり, Vol. 37, No. 1, pp.4-10.
- 5) 川上一郎(2007):「数値計算の基礎」, <http://www7.ocn.ne.jp/~kawa1/>, pp.333-372
- 6) 桜井明編著(1981):スプライン関数入門, 東京電気大学出版局, pp.1-67.
- 7) 市田浩三・吉本富士市(1979):スプライン関数とその応用, 教育出版株式会社, pp.10-28.
- 8) de Boor, C. (2001): A Practical Guide to Splines, Rev.ed., Springer, New York pp. 89-90.
- 9) (社)日本地すべり学会(2006):「地すべり解析における有限要素法の利用に関する研究委員会」報告書, pp.49-51.
- 10) 宮本博・菊池正紀(1987):材料力学, 裳華房, pp.40-95.
- 11) 川島正樹, 平澤彰久, 大熊俊明, 小島義孝(2004):B-スプラインを用いた地盤変位・構造物状態量の計測, リアルタイム災害情報検知とその利用に関するシンポジウム論文集, 土木学会 エネルギー土木委員会 大地震時のリアルタイム地盤変位把握技術の開発小委員会, pp.131-136
- 12) 小島義孝, 関家史郎, 大熊俊明(2006):複数のすべり面を持つ地すべりに対する受働杭型くさび杭の定式化, 日本地すべり学会, Vol.43, No.5, pp.9-19.
- 13) 川島正樹・平澤彰久・小西満・小島義孝(2005):スプライン計測法を用いた地すべり変位計測事例, 第44回日本地すべり学会研究発表会 地すべり2001 講演集, pp.309-311.
- 14) 石井靖雄・藤沢和範(2005):孔内傾斜計設置用ガイドパイプの変形状況の現地確認と孔内傾斜計計測値の比較, 日本地すべり学会誌, Vol. 42, No. 3, pp.24-31.

(原稿受付2007年7月31日, 原稿受理2008年2月18日)