質量保存型—CIVA—安定化有限要素法による地すべりを起因とする造波解析

Analysis of water waves due to landslide

by mass conservative—CIVA—stabilized Finite Element Method

吉松弘行^{a)*}, 大塚政伸^{a)}, 檜山和男^{b)}

Hiroyuki YOSHIMATSU, Masanobu Otsuka and Kazuo KASHIYAMA

Abstract

Landslide mass flowing into a reservoir causes a giant wave that runs up until high altitude on the steep slope and generates water breaking of high wave height with high speed. This giant wave brings greatly serious disasters and the establishment of prediction method of water wave is expected. This paper discusses a numerical method which is the guarantee of mass conservation and is the restrain of numerical oscillation due to the discretization of convection term for shallow water equations by using stabilized finite element method. The presented scheme uses the mass conservation equation expressing directly the water altitude for governing equation. Analytical scheme introduces the retainment of mass conservation by using the integrated CIVA method and the shock-capturing term resulting from the securement of second-order accuracy. The presented analysis method is applicable for water waves analysis containing the moving boundary on the steep slope and confirms the utility in comparison with model analysis.

Key words : landslide, water waves, stabilized FEM, CIVA, numerical analysis

和文要旨

地すべり地塊の貯水池への突入を起因とする造波は、高い標高域まで傾斜面を遡上するとともに波高の高い速度の大きな段波を生じる。このため大規模の造波災害をもたらす、その予測手法の確立が望まれている。そこで浅水長波方程式を用いて質量の保存性の保障と移流項の離散化に起因する数値振動とを抑制した安定化有限要素法による造波解析手法を検討した。当解析は地すべり地塊の貯水池突入を勘案するため連続条件の支配方程式を水面標高表示にし、積分表示のCIVA法による質量保存の確保と水面標高の二次精度を確保することより得られる衝撃捕捉項を導入した。提案された手法は数値振動が少なく、急傾斜面の移動境界部で解析が可能であること及びその有用性をモデル解析との比較を通して確認した。

キーワード : 地すべり, 津波, 安定化有限要素法, CIVA, 数値解析

1. はじめに

最近、中国の四川省を中心域として大規模の人的被害を伴う地震（M8.0, 2008年5月12日, 14時28分）が発生し、多くの山体崩壊や地すべりによる地すべりダムが形成された。これら地すべりダムは、余震による新たな地すべり地塊の貯水池への突入を起因として波高の高い造波などによる越水決壊の二次災害の危険性が生じている。これまでにこの造波現象は、著しく大きな波高で高い標高域まで遡上をなし、大規模の災害をもたらしている¹⁻⁵⁾。

これら災害を未然に防止するためには、造波現象の波形特性やその規模などに関する予測手法の確立が必要である。しかしながら、発生する造波は、貯水池へ突入する地すべり地塊の速度や規模などの影響を強く受け、また造波の遡上高さは斜面地形の影響を強く受ける。このため複雑な解析条件及び境界条件の設定が必要であり、解析手法として領域を非構造格子で離散化する有限要素法が有利である。造波解析に用いられる支配方程式は、過去の災害事例が長波現象による水位変動に起因するとして鉛直方向に平均流速を設定する浅水長波方程式が用いられる⁶⁾。この浅水長波方程式は、移流項を介在する

ため極めて数値計算の安定性が悪く数値振動を発生しやすいこと及び移流に伴う空間諸量の数値拡散が発生することによって、解析精度の低下が見られていた。

このため発生する数値振動の抑制と適切な数値粘性の付加による解析精度の向上が必要であり、これまで時間項の高精度化⁷⁾、SUPG法による移流項の高精度風上化⁸⁾、空間諸量の三次精度表示などによる解析精度の向上⁹⁾を図るため安定化有限要素法による検討を進めてきた。

このため移流方程式の理論解を用いてその空間諸量のプロファイルも移流させて解析精度の向上を図るCIP (Cubic Interpolation Pseudo-particle) 法を用いている¹⁰⁻¹²⁾。このCIP法は、構造格子の領域設定を行う差分法で開発された計算スキームであり、非構造格子の要素網の空間領域設定においても適用できるように三次多項式の係数不足と対象性を考慮して係数低減を図るCIVA (Cubic Interpolation Volume/Area coordinate) 法¹³⁾を適用している。CIVA法は移流項と非移流項を分離して解析するSemi-Lagrange法であり¹²⁾、質量の保存性は高いものの完全に保証されたものではない。これまでに格子ボルツマン法¹⁴⁾や有限体積法¹⁵⁾による質量保存型の解析手法が提案されているものの、有限要素法による解析手法はまだ提案されていない。

当論文では、移流方程式は水面表示のCIVA法で解析するものの、質量の保存性を確保するため水深表示によ

* 連絡著者 / corresponding author

a) ㈱アイエスケー

Institute of Slope Technology Co., Ltd
〒101-0052 東京都千代田区神田小川町3丁目8番地
Ogawa-cho-3-8, Kanda, Chiyoda-ku, Tokyo, Japan

b) 中央大学理工学部土木工学科

Department of Civil Engineering Chuo University

るCIVA法のパラメータを拘束する手法を追加し、質量の保存を確保する質量保存型-CIVA-安定化有限要素解法を提案する。これまで固定格子のEulerian法による造波の斜面遡上解析では、移動境界部の部分水没要素の陸域節点に負の水深値を設定しなければならず¹⁶⁾、質量の保存性の確保に苦慮しているのが現状である^{17,18)}。また保存すべき質量が保存されない解析はその精度が保証されていないとの指摘もある¹²⁾。そこで理論的に質量保存性を満足する質量保存型-CIVA-安定化有限要素法を新たに提案し、傾斜地盤の遡上解析において、移動境界要素の陸域節点に移流フェーズ計算時に求められる水深高を適用する新たな解析手法を提案する。

本論文の構成は、第2章で本解析に使用する平面二次元の浅水長波の支配方程式について述べる。第3章では移流項の分離解法のCIVA法による質量保存型の解析手法、非移流方程式の有限要素法による定式化ならびに数値振動を抑止するための安定化計算法について、第4章では急傾斜面への遡上解析をなすため移動境界部の水深条件の設定手法について、第5章ではダム水塊の破壊による段波解析や水路底面の変動を起因とする造波の水理模型実験などとの比較を通して、提案する解析手法の精度の確認及び有用性について述べる。

2. 解析に使用する平面二次元浅水長波方程式

いま、非圧縮粘性流体の支配方程式を鉛直方向の速度差が小さいとして平均化すると、質量の連続条件と運動量に関する浅水長波方程式が得られる¹⁹⁾。ここで風力による自由水面のせん断力、コリオリ力、大気圧の不均等分布力を見捨てる、水深 h を水面標高 η と貯水池底面標高 z の差 $h = \eta - z$ とすれば地すべり地塊の貯水池突入を起因とする造波解析の支配方程式として次式が得られる⁹⁾。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathbf{K}_1}{\partial x_i} + \mathbf{R} = 0 \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \eta \\ uh \\ vh \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \\ U \\ V \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} U \\ uU \\ uV \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} V \\ vU \\ vV \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (2)$$

$$\mathbf{K}_1 = - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \frac{\partial U}{\partial x} \\ \varepsilon \frac{\partial V}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_2 = - \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \frac{\partial U}{\partial y} \\ \varepsilon \frac{\partial V}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (3)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial z}{\partial t} \\ gh \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} \\ gh \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} \end{bmatrix} \quad \cdots \cdots (4)$$

ここに、 η は水面標高、 h は水深高、 z は貯水地盤高、 u 、 v は x 、 y 軸方向の流速、 U 、 V は x 、 y 軸方向の流束、 g

は重力の加速度、 ε は水深平均の水平渦動粘性係数、 ρ は流体相の平均密度、 τ_{bx} 、 τ_{by} は造波の貯水池地盤に作用する底面抵抗力で次式により与えられる。

$$\begin{aligned} \tau_{xb} &= \rho gh \frac{n^2 U \sqrt{U^2 + V^2}}{h^{10/3}} \cdots \cdots \cdots (5) \\ \tau_{yb} &= \rho gh \frac{n^2 V \sqrt{U^2 + V^2}}{h^{10/3}} \end{aligned}$$

ここに、 n はマンニングの粗度係数である。

3. 有限要素法による質量保存と安定化項の計算法

3.1 CIVA法による質量保存型解析の内挿補間と安定化有限要素法の定式化

(1)式の支配方程式は移流項を含むので移流フェーズと非移流フェーズに部分段階法により分離される。移流方程式はCIVA法により解析され、非移流方程式は三角形一次要素の同次補間 (P1/P1: 流速・圧力一次) を用いて離散化され解析が進められる。この分離解法は、まず移流フェーズを解析し、次いで非移流フェーズが解析されることによって質量の保存性は高い¹²⁾ものの、その保存性が保証されているわけではない。このため構造格子による離散化を行うCIP法では、三次内挿関数に質量保存を完全保証する拘束条件を付加したCIP-CSL4法²⁰⁾や三次内挿関数の積分形を用いたCIP-CSL2法²¹⁾が提案されている。

いま、CIVA法による水面標高の移流点の三次内挿関数は面積座標を用いて次式で与えられる。

$$\eta(L) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i L_i + d \sum_{j,k=1(j \neq k)}^3 \beta_{jk} (L_j^2 L_k + c L_1 L_2 L_3) \quad \cdots \cdots (6)$$

ここに、 i, j, k は三角形の節点番号、 L_i は要素の面積座標、 α_i 、 β_{jk} は要素の拘束条件より決定される係数、 d は一次と三次内挿関数の調節パラメータである。

c は粘性パラメータで三次内挿関数が全要素領域で任意の曲率を与えるように0.5の値が用いられる。しかし、このパラメータは任意に設定できる。ここでは立石ら¹⁴⁾

が格子ボルツマン解析で適用した質量保存法を準用し、質量保存を保証する解析手法を提案する。すなわち、
1) 水面標高表示のCIVA法を水深表示によるCIVA法に変換する。

$$h = \eta(L) - z(L) \quad \cdots \cdots (7)$$

2) 水深量を積分して要素積分量 m_e を求める。

$$\begin{aligned} m_e &= \iint_S \eta L ds - \iint_S \sum_{i=1}^3 z_i ds \\ &= \frac{S}{3} (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) - \frac{S}{3} (z_1 + z_2 + z_3) \cdots \cdots (8) \\ &\quad + (\beta_{12} + \beta_{13} + \beta_{21} + \beta_{23} + \beta_{31} + \beta_{32}) \left(\frac{S}{30} + c \frac{S}{60} \right) \end{aligned}$$

ここに、 S は三角形の要素面積である。

3) 上式より質量保存を満足するようにパラメータ c を設定する。

4) 求められたパラメータを用いて(6)式のCIVA法より各計算時刻ごとの水面標高を求める。

なお、要素積分量 m_e の時間発展形として要素節点における移流計算より得られる流束 U , V を用いて各要素ごとの質量の変化として次式により要素積分量の値を求める。

$$m_e^{n+1} = m_e^n - \sum_{i=1}^3 \Delta t \int_{l_i} (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) dl \quad \dots\dots\dots(9)$$

ここに、添字 n は時間項、 l は各要素辺長、 $\mathbf{F}$ は流束(U , V)であり、 $\mathbf{n}$ は各要素辺の方向余弦(n_x , n_y)である。

3.2 非移流方程式の有限要素法による定式化と安定化項の導入

移流項の卓越する流れにおいては、ソース項や急激な変化をなす境界層付近で局所的な数値振動が発生し、安定した解が得られない²²⁾。そこで、支配方程式の作成時の打ち切り誤差を二次精度まで求めて得られた二回微分項を衝撃捕捉項として設定する²³⁾。これら衝撃捕捉項を含めて重み付き残差方程式を求めると次式が得られる。

<連続式>

$$\int_{\Omega} w \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial t} + h(\mathbf{u} \cdot \nabla) - \frac{\partial z}{\partial t} - u \cdot \nabla z \right\} d\Omega \\ + \sum_{i=1}^{nel} \int_{\Omega} \delta_1 (\nabla w \cdot \nabla \eta) d\Omega + \sum_{i=1}^{nel} \int_{\Omega} \delta_2 (\nabla w \cdot \nabla z) d\Omega = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 w は任意値の重み関数である。

上式の第1項は質量の連続方程式の非移流項で、第2項は水面標高に関する衝撃捕捉項、第3項は貯水池地盤の変化量に関する衝撃捕捉項である。

なお、衝撃捕捉項係数は、Codina²⁴⁾によって次式で与えられる各要素ごとに基礎方程式の離散化残差を最小にする方向の要素特性長さを用いる。

$$\delta_1 = \tau_1 \frac{R_1^2}{|\nabla \eta|^2}, \quad \delta_2 = \tau_2 \frac{R_2^2}{|\nabla z|^2} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\tau_1 = \frac{h_e}{2|\mathbf{u}_{||1}|}, \quad \tau_2 = \frac{h_e}{2|\mathbf{u}_{||2}|} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$h_e = 2 \left(\sum_{i=1}^{nel} \mathbf{S} \cdot \nabla \mathbf{N}_a \right)^{-1} \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここに、

$$R_1 = r - \frac{1}{2} \mathbf{h} \cdot \nabla r \\ r = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial t} \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$R_2 = r_z - \frac{1}{2} \mathbf{h} \cdot \nabla r_z \\ r_z = \frac{\partial z}{\partial t} + u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} \quad \dots\dots\dots(15)$$

$\mathbf{u}_{||1}$, $\mathbf{u}_{||2}$ はそれぞれ水面標高及び貯水池地盤の微分値ベクトルの直角方向の速度ベクトル、 $\mathbf{S}$ は流速の単位方向成分、 $\mathbf{N}_a$ は形状関数であり、 nel は各要素の節点数、 $\mathbf{h}$ は安定化パラメータの要素長である。連続式における衝撃捕捉項の残差係数の計算においては、高精度の質量保存を図るため二次微分の残差計算を実施する²³⁾。

なお、 x 軸及び y 軸方向の運動方程式の重み付き残差方程式は文献9)に詳述されているので参照されたい。

4. 急傾斜面の遡上解析のための移動境界手法

これまで流体の斜面遡上解析としては水面標高表示の浅水長波の支配方程式を用いて、急傾斜面のDrying-wettingの移動境界部の解析条件として、Drying節点に負の水深値を与えて解析が行われている¹⁶⁾。この負の水深値はDrying-wettingの移動境界を有する要素内で水面標高が水平であると仮定し、洪水氾濫解析で用いられている手法¹⁷⁾を適用して求めている。

一方、傾斜面の遡上解析において水面標高の水面勾配を用いることによって、斜面上の碎破現象まで含めて解析する手法がLynettら²⁵⁾によって提案されている。この解析手法を非構造格子の要素レベルで実施するように拡張し、その有用性について検討を行ってきた²⁶⁾。しかし、境界条件であるDrying節点を水面形状より負値の水深として設定する手法は、水面勾配の外挿法により境界条件を設定する手法のため質量の保存性について確認を行う必要がある。そこで、以下の手法を提案する。

1) 水面形状の勾配の外挿による陸域負値の設定手法(水面勾配法と称する)

当手法の解析手順は以下の通りである²⁶⁾。

- (1) Drying-wettingの移動境界部の要素を抽出する。
- (2) Wetting節点の空間諸量を用いて次式よりDrying節点に負の水深値を外挿する。

$$h_{Drying} = \eta_{Drying} - z \\ \eta_{Drying} = \eta_{Wetting} - l_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \right)_{Wetting} \\ - l_y \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \right)_{Wetting} \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 l_x , l_y はDrying-wettingの節点間の x , y 座標上の水平距離である。

- (3) 得られたDrying節点の負値の水深条件で非移流フェーズの値を有限要素法で解析する。

2) 連続方程式の移流フェーズ計算において求められた水面標高による陸域負値の設定手法(移流法と称する)

- (1) 連続方程式の分離解法の移流フェーズ計算において水面標高 η^* を求める。
- (2) 陸域の負値を地盤標高との差として求める。

$$h = \eta^* - z \quad \dots\dots\dots(17)$$

- (3) 上式で得られた水深高の条件で非移流フェーズの値を有限要素法で解析する。

3) CIVA法の要素積分量 m_e による陸域負値の設定手法(要素積分量法と称する)

(1) CIVA法の要素積分量を求める。

$$m_e = \iint_S \gamma(L) ds - \iint_S \sum_{i=1}^3 z_i ds \quad \dots\dots\dots(18)$$

(2) 要素積分量を要素節点値で線形近似し, 陸域の負値を求める。

$$h_i = \frac{3m_e}{S} - (h_j + h_k) \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここに, i をDrying節点とする。

(3) 上式で得られた水深高の条件で非移流フェーズの値を有限要素法で解析する。

なお, 当解析では, 解析要素の水深があらかじめ設定した閾値の水深より全て小さい場合には陸域であるとして計算領域から削除する移動境界手法を用いている¹⁶⁾。

5. 数値解析

5.1 移動境界を有する水ダム破壊による段波解析

前節で述べた標高表示による質量保存型の解析精度を確認するため, 理論解の求められている長さ110mの水路に0.8mの水位差を有する段波の右端方向への伝播問題を解析した。解析当初水路50mより右端部は流水の存在しないDrying領域となっている。現実解析では, 渦動粘性力や底面抵抗力を考慮するが, 水深に比例する移流波速に起因する数値振動の抑制効果を確認するため, 解析条件は理論解との比較のため底面抵抗力及び粘性力を無視する。タイムステップ $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ 秒, 水深閾値 1.0×10^{-5} m, 要素分割幅は段波進行方向に1.0mである。

図-1, 2に段波の水深分布及び流速分布を示す。移動境界の発生位置に理論解との相違が見られるものの, Drying-wettingの移動境界部の水位は衝撃捕捉項の作用で数値振動が抑制され⁸⁾, 理論解及び内田ら²⁷⁾の完全保存保証型CIP-CSL2法による解析結果とよく一致している。

図-3は, CIVA法に基づく質量保存性の解析を適用した場合としない場合について解析時刻ごとの総質量 V_c と初期総質量 V_0 との比を示す。移流方程式の数値解析に厳密解を用いるCIP法は, 質量の保存性の比較的高いことが報告されているが¹²⁾, 提案手法はより一層の質量の保存性が確保されていることを確認できる。

浅水長波の運動方程式の解析において高次関数の内挿補間を行うと, 急勾配流れの水面形状をなす境界層付近で数値振動が発生する。この問題の解析事例として長さ100mの水路に0.8mの水位差を有する段波の右端方向への伝播問題を解析した。解析当初水路50mより右端部は0.05mの流水が見られるWetting領域となっている。解析条件は, 理論解との比較のため底面抵抗力及び粘性力

図-1 ドライベッドの水ダム破壊問題の造波水深のシミュレーション

Fig. 1 Simulation of wave height of water dam breaking problem on drying bed.

図-2 ドライベッドの水ダム破壊問題の造波流速のシミュレーション

Fig. 2 Simulation of wave velocity of water dam breaking problem on drying bed.

を無視し, タイムステップ $\Delta t = 1.0 \times 10^{-3}$ 秒, 水深閾値 1.0×10^{-5} m, 段波の伝搬方向の要素分割幅は1.0mである。

図-4に水深分布の解析結果を示すが, 安定化項の影響で急勾配流れを有する移動境界部における数値振動もなく, 水面形状及び移動境界の先端位置とも理論解及び内田ら²⁷⁾の解析結果とよく一致している。(6)式で示されるCIVA法の内挿補間の粘性パラメータ c の値を調整す

ることは、数値粘性を付加する効果があることが明らかにされており¹³⁾、今回適用した質量保存手法によって数値計算の安定性がより図られていることが理解できる。

これら解析結果が理論解及び内田ら²⁷⁾の解析結果とよく一致していることより判断して、今回提案する安定化有限要素法による解析手法は水位及び流速に関する複雑な制御手法を用いず、質量の保存性が確保できる汎用性の高い手法であると考えている。

5.2 孤立波の傾斜面への進行・遡上解析

前節で述べた傾斜面への遡上解析における移動境界部の要素に陸域負値を与える手法について、30°の急傾斜

図-3 ドライベッドの水ダム破壊問題の質量保存の時刻変化
Fig.3 Time history of mass conservation of water dam breaking problem on drying bed.

図-4 ウエットベッドの水ダム破壊問題の造波水深のシミュレーション
Fig.4 Simulation of wave height of water dam breaking problem on wetting bed.

面の孤立波の遡上解析の水利模型実験との比較を行う。解析条件は底面抵抗力及び粘性力を無視し、タイムステップ $\Delta t = 2.25 \times 10^{-4}$ 秒、流束 U, V を水深 h で除算して流速 u, v を求める際の打ち切り水深(水深閾値) 1.0×10^{-4} m, 要素分割幅0.05mである。

図-5は、水面勾配法によって移動境界要素の陸域に負値を与えて質量保存性を考慮した傾斜面の遡上解析結果である。孤立波の遡上及び降下状況が水利模型実験とよく一致している。

図-6は、移流法によって解析された孤立波の遡上、降下の解析結果である。これによれば前述の水面勾配法による手法とほぼ同様の孤立波の傾斜面上への遡上、降下現象の解析結果が得られる。当手法はCIVA法の従来手法の一連の解析過程で陸域の負値を設定できる手法であり、4節で述べた解析手法の中で最も簡便な手法である。

図-7は、要素積分量法による孤立波の傾斜面上の遡上、降下の解析結果である。陸域節点が2箇所以上存在する場合には拘束条件の不足から同じ負値を与えると仮定する。また、水面形状の波形プロファイルは要素内で線形であると仮定されており、当手法による解析では、従来の洪水氾濫解析において設定される水平な水面形状の解析条件と類似した降下量の少ない結果が得られる。

図-8は、質量保存性の時間変化について解析したのである。固定格子のEulerian法では、運動方程式の圧力項の取り扱いで移動境界の陸域節点に負値を設定しなければならない。この節点値は境界条件であり、支配方程式以外の条件で設定することが望ましく、水面形状の勾配より設定されている。しかしながら、この手法は質

図-5 水面勾配法による振幅 $A=0.19$ の波高を有する孤立波の30°傾斜面の遡上シミュレーション

Fig.5 Simulation of run-up of a solitary wave with amplitude $A=0.19$ on an inclined plane $\theta=30^\circ$ by water level gradient method.

量の連続条件を満足するものでないが, 提案する解析手法によって傾斜地盤の遡上解析においても質量の保存性が確保されている。

以上の解析結果から判断すると, CIVA法の一連の解析過程の中で移動境界要素の陸域に負値を設定する簡便な移流法が有用な手法であると言える。

図一 6 移流法による振幅 $A=0.19$ の波高を有する孤立波の 30° 傾斜面の遡上シミュレーション

Fig. 6 Simulation of run-up of a solitary wave with amplitude $A=0.19$ on an inclined plane $\theta=30^\circ$ by advection method.

図一 7 要素積分量法による振幅 $A=0.19$ の波高を有する孤立波の 30° 傾斜面の遡上シミュレーション

Fig. 7 Simulation of run-up of a solitary wave with amplitude $A=0.19$ on an inclined plane $\theta=30^\circ$ by element integral method.

5.3 水路底面の隆起による造波解析

今回提案する解析手法は, 地盤の変化量を支配方程式に直接取り込んだ手法である。そこで水路底面の隆起による造波解析モデルとして移動地塊と不動地塊の節点間において最も変化量が激しく, 移流項の離散化精度の検討が可能なモデルとして, 図-9に示す長さ 7.2m , 水深 0.2m の水槽で, 左端より 2.44m の区間にわたり水路底面のピストンが次式で表される速度の鉛直隆起によって形成される造波の水力模型実験²⁸⁾との比較を実施した。

$$\zeta(t) = \zeta_0(1 - e^{-at}) \dots \dots \dots (20)$$

ここに, ζ は所要時刻におけるピストンの隆起量, ζ_0 , a は所要時刻におけるピストンの隆起量を制御するパラメータである。水力模型実験における造波形成には次の3通りの条件が与えられている²⁸⁾。

(1) Impulsive motion

$$\zeta_0/h_0 = 0.2, \quad t_0\sqrt{gh_0}/b = 0.069$$

(2) Transitional motion

$$\zeta_0/h_0 = 0.1, \quad t_0\sqrt{gh_0}/b = 0.39$$

(3) Creeping motion

図一 8 孤立波の傾斜面遡上の質量保存の時刻変化
Fig. 8 Time history of mass conservation of run-up of a solitary wave on an inclined slope.

図一 9 地すべり地塊の鉛直侵入による造波実験モデル
Fig. 9 Experiment model of water wave due to vertical rising up landslide block.

$$\zeta_0/h_0 = 0.3, t_0\sqrt{gh_0}/b = 8.70$$

解析条件は, 段波の伝播解析と同様に数値解析の精度と安定性を検討する目的で, 水路底面の抵抗力及び流体相の粘性力を無視し, タイムステップ $\Delta t = 0.01429$ (無次元表示), 要素の分割幅は 0.103m の均等分割である。

図-10の上段図は, Impulsive motionの隆起運動をなすピストンの左端位置 ($X=0.0\text{m}$) における水面標高の時間変化量を, 下段図はピストン右端位置 ($X=2.44\text{m}$) におけるそれを示したものである。柿沼らのVOF関数を用いた三次元造波解析結果²⁹⁾とよく一致している。なお解析時刻 $t\sqrt{g/h_0} = 20$ 近傍の短周期の振動は, 提案手法が浅水長波方程式による平面二次元解析の鉛直方向の流速を平均化した解析手法であり, このため急激な鉛

図-10 Impulsive motionの水路底面のピストン隆起による造波の波高解析

Fig. 10 Analysis of wave height by rising up channel bottom of impulsive motion.

直方向の水深変化をなす箇所では, 造波の短周期振動が再現されていないことに起因していると思われる。

図-11の上段図は, Transitional motionのピストンの左端位置 ($X=0.0\text{m}$) における水面標高の時間変化量を, 下段図はピストン右端位置 ($X=2.44\text{m}$) におけるそれを示したものである。浅水長波近似による提案手法の解析結果はピストンの隆起運動が急激でないことより, 水理模型実験及び柿沼ら²⁹⁾の三次元造波解析結果と非常によく一致している。

図-12の上段図は, Creeping motionのピストンの左端位置 ($X=0.0\text{m}$) における水面標高の時間変化量を, 下段図はピストン右端位置 ($X=2.44\text{m}$) におけるそれを示したものである。提案手法の解析結果は水理模型実験より柿沼らの三次元造波解析と非常によく一致を示す。なお, 質量保存性については, $t\sqrt{g/h_0} = 20$ の時刻まで

図-11 Transitional motionの水路底面のピストン隆起による造波の波高解析

Fig. 11 Analysis of wave height by rising up channel bottom of transitional motion.

$V_c/V_0=1.0$ 値の解析結果が得られており, 非常に高い質量の保存性が確認されている。当解析では, ピストンの運動及び右端境界条件は柿沼らと同じ条件を適用し, 右端部の端面が造波の通過する不拘束条件として設定している。このためこの時刻以降は, 造波が解析範囲より伝播流出することより V_c/V_0 値が漸減する解析結果となっている。

5.4 地塊の貯水池への水平突入による造波解析

当解析は, 長さ約4m, 幅約30cmの閉鎖水域の右端から長さ38.5cm, 高さ5.5cmの立方体を平均速度0.91m/秒で水路底面に沿って水平に突入させ, 波高及び波速特性を検討した水理模型実験³⁰⁾との比較である。

解析条件は, 数値解析の精度と安定性を確認する目的で水路底面の抵抗力及び粘性力を無視し, タイムステップ $\Delta t=1.0\times 10^{-4}$ 秒, 水路長0.9m, 要素の分割幅0.03m

の均等分割である。水理模型実験では水路長が約4mであるが, 解析範囲は地すべり地塊の水平突入による造波現象を解析するため, 0.9mの範囲に限定し, 右端部では水深及び流速に関して造波が通過とする不拘束条件で解析を行い, 造波の水面形状を0.6mまで表示してある。

図-13によれば, 水理模型実験と解析結果に造波標高の相違が見られるものの, 水理模型実験が8.5cmの非常に浅い水深の水路内に平均速度0.91m/秒の地塊厚さ5.5cmの急激な水平方向の突入を起因とする水理模型実験であることを考慮すると, 全体的な造波形状及び波速はよく一致していると考えている。また, 図-14に質量保存の時間変化量を示すが, 急激な地すべり地塊の突入を起因とする波速の大きな造波現象の解析であるにも関わらず非常に高い保存性を示すことが確認される。

6. 結論

地すべり地塊の貯水池突入を起因とする造波災害を予知・予測するために, 複雑な地形や境界条件に適合可能な非構造格子を基本とする安定化有限要素法による解析手法を検討した。得られた結論は以下の通りである。

- 1) 地すべり地塊の貯水池への突入条件を支配方程式に組み込むために水面標高の表示式を用いるが, 水深高を導入して要素積分を行うCIVA法による質量保存性が確保される手法を提案した。
- 2) 急傾斜面における移動境界部の陸域に負値を設定する境界条件の設定手法として, 水面形状のプロファイルが簡単に考慮できる手法を提案した。この手法は, 従来実施されている差分法を基本とする水面形状の勾配より設定する手法と同程度の精度を有することを確認した。
- 3) 各種の造波現象の理論解, 数値解析及び水理模型実験との比較を通して, 提案手法の解析結果は種々の安定化項の影響で数値振動もなく, 精度の高い汎用性の高い解析手法であることを確認した。

今後は, 提案する解析手法の現実問題への適用性及び精度向上を図るため, 安定化項の設定係数の高精度化や現実問題での解析事例の蓄積が残された課題である。

参考文献

- 1) Muller, P. (1964) : The slide in the Vajont Valley, Jour. of the Inter. Society of Rock Mechanics, Vol. 2, pp. 148-212
- 2) Miller, D. (1966) : Giant waves in Lituya Bay, Alaska. U. S. G. S. Professional Paper, 354-C, pp. 51-83
- 3) Jorstad, F. A. (1968) : Waves generated by landslides in Norwegian fjord and lakes, Publication 79, Norwegian Geotechnical Institute, Oslo, Norway, pp. 13-31
- 4) Davidson, D. D. and McCartney, B. L. (1975) : Water waves generated by landslides in reservoir, Proc. of ASCE, Vol. 101, No. HY12, pp. 1489-1501
- 5) 相田 勇(1982) : 山崩れによる津波, 海洋科学, Vol. 9, pp. 31-38
- 6) Slingerland, R. L. and Voight, B. (1982) : Occurrence, proper-

図-12 Creeping motionの水路底面のピストン隆起による造波の波高解析

Fig. 12 Analysis of wave height by rising up channel bottom of creeping motion

図13 水平方向の侵入地塊による造波の波高解析

Fig. 13 Analysis of water wave height due to horizontal inserting landslide block.

図一14 水平方向の侵入地塊による造波の質量保存の時刻変化
Fig. 14 Time history of mass conservation of water wave due to inserting landslide block.

ties, and prediction models of landslide generated water waves, Rockslides and Avalanches, Vol. 2, Elsevier Science Publication, pp. 317-397

- 7) 吉松弘行 (2001): 有限要素法による貯水池斜面の地すべりを起因とする造波解析, 地すべり, Vol. 38, No. 2, pp. 32-40
- 8) 吉松弘行, 桜庭雅明 (2002): 安定化有限要素法による地すべりを起因とする造波解析, 地すべり, Vol. 39, No. 2, pp. 45

- 53

- 9) 吉松弘行, 榎山和男 (2005): CIVA-安定化有限要素法による地すべりを起因とする造波解析, 地すべり学会誌, Vol. 43, No. 3, pp. 3-13
- 10) Yabe, T and Aoki, T (1991): A universal solver for hyperbolic equation by cubic-polynomial interpolation I. Comput. Phys. Commun., Vol. 66, pp. 219-232
- 11) 榎原孝文, 棚橋隆彦, 松本昌昭 (1997): CIP法の有限要素法化 (3次元移流方程式の検証), 日本機学会論文集, No. 63/609, pp. 1612-1619
- 12) 矢部 孝, 内海隆行, 尾形陽一 (2003): CIP法, 森北出版, 222 p.
- 13) Tanaka, T (2003): Development of highly accurate interpolation methods for mesh-free simulation (III), Analysis of accuracy and stability. Inter. Jour. Numer. Methods in Fluids, Vol. 41, pp. 675-694
- 14) 立石絢也, 榎山和男 (2005): 保存型CIVA法を用いた格子ボルツマン法流体解析, 計算工学講演会論文集, Vol. 10, pp. 131-134
- 15) 田中伸厚, 田口鷹矢 (2005): 非構造格子に基づくCIVA有限体積法の移流項保存形評価スキーム, 計算工学講演会論文集, Vol. 10, pp. 73-75
- 16) 登坂宜好, 矢川元基 (1995): 計算力学 (IV)-自由・移動境界問題の近似解析-, 養賢堂, 266p.
- 17) Horritt, M. S. (2002): Evaluating wetting and drying algorithms for finite element models of shallow water flows. Inter. Jour. for Numer. Methods in Engng. Vol. 55, pp. 835-851
- 18) Brufau, P., Navarro, P. G. and Cendon, M. E. V. (2004): Zero mass error using unsteady wetting-drying conditions in shallow flows over dry irregular topography, Inter. Jour. for Nu-

- mer. Methods in Fluids, Vol. 45, pp. 1047-1082
- 19) 川原睦人, 野村卓史, 樫山和男, 奥田洋司 (1998): 有限要素法による流れのシミュレーション, 日本数値流体力学学会有限要素法研究会, シュプリンガー・フェラーク東京, 298p.
- 20) Tanaka, R., Nakamura, T. and Yabe, T. (2000): Constructing exactly conservative scheme in a non-conservative form, Comput. Phys. Commun., Vol. 126, pp. 232-243
- 21) Nakamura, T., Tanaka, R. Yabe, T. and Takizawa, K. (2001): Exactly conservative semi-Lagrangian scheme for multi-dimensional hyperbolic equation with directional splitting techniques, Jour. Comput. Phys., Vol. 174, pp. 171-207
- 22) Huges, T. J. R., Mallet, M. and Mizukami, A. (1986): A new finite element formulation for computational fluid dynamics: II, Beyond SUPG, Comput. Methods in Appl. Mech. and Engng., Vol. 54, pp. 341-355
- 23) Onate, E. (2004): Possibilities of finite element in computational mechanics. Inter. Jour. for Numer. Methods in Engng., Vol. 60, pp. 255-281
- 24) Codina, R. (1993): A discontinuity-capturing crosswind-dissipation for the finite element solution of the convection-diffusion equation. Comput. Methods in Appl. Mech. and Engng., Vol. 110, pp. 325-342
- 25) Lynett, P. J., Wu, T. R. and Liu, P. L. -F. (2002): Modeling wave runup with depth-integrated equations. Coastal Engng. Vol. 46, pp. 89-107
- 26) 吉松弘行, 丹羽 論, 樫山和男 (2008): CIVA-安定化有限要素法による地すべりダムの土石氾濫解析, 地すべり学会誌, Vol. 45, No. 1, pp. 35-44
- 27) 内田龍彦, 河原能久 (2006): 二次元浅水流の保存型CIP陽解法の開発とその検証, 応用力学論文集, Vol. 9, pp. 917-924
- 28) Hammack, J. L. (1973): A note on tsunami: their generation and propagation in an ocean of uniform depth, Jour. Fluid Mech., Vol. 60, pp. 769-799
- 29) 柿沼太郎, 秋山 実 (2006): 海底面の変動に伴う津波発生過程の数値解析, 土木学会論文集B, Vol. 62, No. 4, pp. 388-405
- 30) 道上正視, 檜谷 治, 木戸正二 (1996): 貯水池内での土砂流入に伴う水面波に関する実験的研究, 鳥取大学工学部研究報告, Vol. 27, No. 1, pp. 105-112

(原稿受付2008年7月28日, 原稿受理2009年2月2日)