■「進行性破壊を考慮した新しい斜面安定解析法」への討論に対する回答

Reply to the comments on the paper “A new method of slope stability analysis considering progressive failure”

大西一賢 Kazumasa ONISHI／香川県庁 Kagawa Prefectural Office

蔣 景彩* Jing-Cai JIANG／徳島大学 Tokushima University

1. はじめに

著者らの論文に対し討論いただき大変光栄に思っている。ご指摘事項の中には討論者の誤解や本論文頁数制限などで説明不足によるものが幾つか存在するので、それらを解消するための解説・説明を行った後、討論者の指摘事項に回答したい。

2. 解説・説明

1) モール・クーロンの破壊規準とせん断面の破壊角

モール・クーロンの破壊規準は、破壊時の応力円に接する包絡線が σ （垂直応力）- τ （せん断応力）座標上で直線となったときをいい、通常応力で表示されることが多い。

$$\tau_f = c + \sigma \tan \phi \cdots \cdots \text{式(1)}$$

ここで τ_f -破壊時のせん断応力、 σ -垂直応力、 c -粘着力、 ϕ -せん断抵抗角。

地盤内のある点における応力状態はモールの応力円で表すことができる。応力円が式(1)の包絡線に接するときに、その点で（局所的な）破壊が生じることになり、せん断面の傾斜角（せん断面と最大主応力面がなす角度、以降、破壊角と呼ぶ） ω は式(2)のように表される。この関係は、主応力により表されるせん断面上の垂直・せん断応力を式(1)に代入し誘導することができるが、応力円と包絡線の関係（図-1）からも容易にわかる¹⁾。

$$\omega = 45^\circ + \frac{\phi}{2} \cdots \cdots \text{式(2)}$$

地盤内のある点において任意方向の（せん断）面における応力状態がその点を囲む微小な長方形要素の釣り合いから誘導されていること、実際に式(2)を利用するにはモール・クーロンの包絡線（つまり強度定数 c と ϕ ）を決める必要があること等を考えると、式(2)の関係は全ての点において強度定数（ c と ϕ ）がそれぞれ異なる非均質な地盤には適用できないかもしれない。しかし複数の層を有する非均質斜面で各層をそれぞれ均質な地盤と見なすことができれば、この関係は十分適用可能となる。

図-1 土の破壊規準と主応力の関係

なお、厳密的に式(2)は強度の異方性が顕著な地盤に適用できないと言ってよい。例えば非常に薄い弱層（弱面）を有する斜面はこれに該当する。なぜならばこの場合、弱層のせん断強度が著しく弱いので、破壊時のせん断面（すべり面）が主応力の方向（又は式(2)）に依存せず弱層に沿って発生することになると考えられるからである。

2) 局所・全体安全率および本研究の位置づけ

焦点を絞って議論すべく局所破壊が発生しない（安定する）均質な盛土斜面の例を挙げて説明する。盛土を段階的に施工し最終的に出来上がった斜面を図-2に示す。同図には変形解析のためのFEMメッシュと安定解析のためのスライス分割も模式的に示されている。周知のように盛土の段階的施工をシミュレートしつつ、荷重増加に伴う逐次変形過程を追跡して行く解法は斜面の変形解析といい、通常有限要素法（以降、従来のFEMと呼ぶ）が用いられる。一方、施工過程（応力-変形関係）を考慮せず斜面が出来上がったときの安全性にのみ注目する方法を安定解析といい、極限平衡法（以降、LEMと呼ぶ）等が利用される。

FEM変形解析により図-2(a)における各要素の応力とひずみが得られているとしよう。FEM応力場に基づく斜面安定解析法が幾つか提案されているが²⁾⁻⁴⁾、いずれの研究においても図-2(a)に仮定されるすべり面に対し、すべり面に沿う局所安全率と全体安全率がそれぞれ式(3)、式(4)で定義される。ここで各要素における局所安全率の値が異なること及び安全率の算出に（変形を

* 連絡著者／corresponding author
〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町2-1
2-1, Minamijyosanjima-cho, Tokushima-shi, Tokushima, 770-8506, Japan

(a) 有限要素分割と仮定すべり面

(b) 仮定すべり面とスライス分割

図-2 盛土斜面の例

用いることなく) 応力のみが利用されていることに注意されたい。

各要素の局所安全率:

$$F_i = \frac{\tau_{fi}}{\tau_i} = \frac{\tau_{fi} \Delta l_i}{\tau_i \Delta l_i} = \frac{(c + \sigma_i \tan \phi) \Delta l_i}{\tau_i \Delta l_i} \quad \text{.....式(3)}$$

すべり面に沿う全体安全率:

$$F = \sum_{i=1}^n \tau_{fi} \Delta l_i / \sum_{i=1}^n \tau_i \Delta l_i \quad \text{.....式(4)}$$

ここで \$\tau_{fi}\$-各要素内のすべり面に発揮し得るせん断応力(強度), \$\tau_i\$-(釣り合いを保つため発揮される)せん断応力の大きさ, \$\sigma_i\$-垂直応力, \$\Delta l_i\$-すべり面の長さ, \$n\$-すべり面全体が横切る要素の数。

FEM応力場における全体安全率 \$F\$ を特定するには, 最小安全率を有する臨界すべり面を見出す必要がある。この難点を解消すべく, 全体安全率と臨界すべり面を一挙に獲得できる強度低減FEMが開発されてきた⁵⁾⁻⁶⁾。

図-2 (b) に示されているように当該盛土斜面をスライスに分割し, LEMによる安定解析を行うこともできる。このとき, 各スライス底面における局所安全率は式(3)に倣って次式で定義されることになる。

$$F_i = \frac{R_{fi}}{T_i} \quad (i=1, 2, \dots, n, n \text{ はスライスの分割数}) \quad \text{.....式(5)}$$

ここで, \$R_{fi}\$ は各スライス底部に発揮し得る抵抗力, \$T_i\$ は釣合せん断力 (the equilibrium shear force)⁷⁾ と呼ばれ, 「釣り合い」保持or「平衡状態」維持のために動員される抵抗力である。無論, 各スライス底部の局所安全率の値が異なることは言うまでもない。

本研究はFEM応力場と同じように各スライス底面の局所安全率 \$F_i\$ を求めるため提案したものである。本提案法によれば各スライス底面の \$T_i\$ と \$F_i\$ が得られるため, 式

(4)と同様な定義式, つまり本論文の式(20)を用いて全体安全率を簡単に算出することができる。

従来の極限平衡法は全てのスライスに同じ局所安全率 \$F_i\$ を有し, かつ全体安全率 \$F\$ と等しい (つまり \$F_i = F\$) という暗黙の仮定を持ち込んでいるため, 単一安全率法と呼ばれることがある。この仮定は各スライス底面の発揮し得るせん断抵抗力が全て同じ割合で動員されていると仮定することと同義である。このとき, 式(5)を以下の式に書き下ろすことができる。

$$R_{f1} = F_1 T_1 = F T_1, \\ R_{f2} = F_2 T_2 = F T_2, \quad \therefore \sum_{i=1}^n R_{fi} = \sum_{i=1}^n F_i T_i = F \sum_{i=1}^n T_i \quad \text{.....式(6-1)}$$

$$\dots, \\ R_{fn} = F_n T_n = F T_n,$$

$$F = \sum_{i=1}^n R_{fi} / \sum_{i=1}^n T_i \quad \text{.....式(6-2)}$$

式(6)は「斜面の全体安全率 \$F\$ はすべり面に発揮し得るせん断抵抗力の総和と実際に動員されているせん断抵抗力の総和の比により算定される」ことを意味し, わが国の土質力学教科書等⁸⁾⁻⁹⁾で述べられている安全率の定義と全く同じである。

スライス底面に発揮し得るせん断抵抗力 \$R_{fi}\$ は式(1)のモール・クーロンの破壊規準により評価されるとき, 式(6-2)をさらに以下のように書き改めることができる。

$$\sum_{i=1}^n T_i = \frac{\sum_{i=1}^n R_{fi}}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n (c \Delta l_i + N_i \tan \phi)}{F} \quad \text{.....式(7)} \\ = \sum_{i=1}^n \left(\frac{c}{F} \Delta l_i + \frac{\tan \phi}{F} N_i \right)$$

ここで, \$\Delta l_i\$ はスライス底面の長さ, \$N_i\$ はスライス底面に作用する垂直力である。

式(7)の前半は「すべり面に沿って発揮し得る抵抗力の合計を \$1/F\$ に減じたとき, 各スライス底部に動員される抵抗力の合計が土塊の平衡状態保持に必要な最低限の抵抗力となり, 斜面が丁度すべるかすべらないかの限界状態に至る」ことを意味し, 故にこのような方法は「極限平衡法」と名付けられていると思われる。式(7)の最右辺に注目すると, 全体安全率は「すべり面に沿って斜面が極限平衡状態になるように, せん断強度定数を低減させる係数」として定義することもできる。このような安全率の定義は, 周知のように強度低減FEMにも導入されている^{5), 6)}。

式(7)の全体安全率を計算するに当たって, 式(7)中の \$N_i\$ と \$T_i\$ を如何に求めるかが重要となる。この手掛かりとなるのは, そもそも「式(7)の \$F\$ が力学 (or 物理) 的に正しく, 意味のある安全率であるためには, \$N_i\$ と \$T_i\$ が力学 (or 物理学) の要請する基本原理を満たすものでなければならない」との概念である。要するに「すべり面と地表面で囲まれたすべり土塊に作用している諸々の力

の下で、このすべり土塊は釣り合い (or 平衡状態) になければならない」ということである¹⁰⁾。

上述した議論の要点を纏めると以下ようになる:

- i) 図-2に示す盛土斜面の安定性を評価するには、盛土の施工に伴う荷重増加による逐次変形過程をシミュレートできる変形解析法 (例えばFEM) 及び (形成過程の応力-歪み関係に一切触れることなく) 斜面が出来上がったときの状態にのみ注目する安定解析法 (例えばLEM) がある。
- ii) 実際の斜面ではすべり面に沿って場所ごとに局所安全率が異なる事実が存在する。この事実を再現するため、斜面が出来上がるまでのプロセスをシミュレートし、応力-歪み関係を考慮できる従来のFEMは最も理にかなった解法と言える。FEM応力場ですべり面を仮定すると、変形解析から得られる各要素の応力を用いて、すべり面に沿う場所ごとの局所安全率と全体安全率を求めることができる。無論、これら安全率の算出に (変形を用いることなく) 応力のみが利用される。
- 本研究は (土の応力-ひずみ関係に触れることなく) 斜面が出来上がったときの状態にのみ注目し、FEM応力場と同じように各スライス底面の局所安全率を求める解法である。本手法は、FEM応力場での安定解析法と同じ局所・全体安全率を定義しているため、従来のFEMの簡便法と考えることができる。FEMに比べれば、本手法の最大の特徴は実務斜面設計上によく使用される (数少ない) パラメータで各スライス底面の局所安全率及びすべり面に沿う全体安全率を簡単に求めることができる点である。
- iii) 従来のLEM (単一安全率法) は全てのスライスに同じ局所安全率を有し、かつ全体安全率に等しいと仮定するが、これは各スライス底面の発揮し得るせん断抵抗力が全て同じ割合で動員されていると仮定することと同義である。このような安全率の定義は強度低減FEMにも導入されている。こうした観点から従来のLEM法 (単一安全率法) を強度低減FEMの簡便法と位置づけてもよいと考えられる。
- iv) 安全率は土のせん断強度と実際に発揮されるせん断抵抗の比として定義され、釣り合い状態の保持に必要な (動員される) せん断抵抗力が発揮し得るせん断抵抗力に占める割合 (の逆数) を表すものである。安全率は全ての釣り合いを満たして始めて力学 (or 物理学) 的に意味のある指標になる。即ち、局所安全率は各スライスが釣り合いを、また全体安全率はすべり土塊全体が釣り合いを満たすように求めなければならないのである。

3) 本研究の適用範囲

地盤または斜面が外力の作用を受けると、この外力が作用した部分及びこれと隣接する部分の地盤は変位・変形を起こそうとするが、斜面内でこの変位・変形に抵抗する内力が生じることになる。この内力が討論者の指摘事項6)でも述べられているように変位・変形とともに

順次に他の部分に伝わっていく。そして斜面は最終的に外力の大きさに応じて2通りの状態を見せることになる。1つは斜面全体として外力と釣り合った状態に達し安定する場合; 他の一つは地盤内のある点で発生した局所的な破壊域あるいは降伏域が徐々に拡大し、最終的に斜面全体破壊へ繋がっていく場合。

前者の場合は、前節2)で説明したように、本手法によれば与えられた臨界すべり面の各点の局所安全率と全体安全率を求めることができる。後者の場合、本研究は従来のFEMに近い発想で荷重増分法を提案し、局所破壊域の分布や作用外荷重の増大に伴う破壊域の拡大の様子を、近似的とは言え表現することを可能にした。但し、本手法は変形を考慮しないLEMに立脚するため、厳密的には剛性が高く破壊時のひずみが非常に小さい (剛塑性に近い) 土で構成される斜面にしか適用できないかもしれない。このような土は例えば有名なロンドンクレイや中国の黄土、一部の砂質土或いはセメント混入による改良土等が挙げられる。しかし、前述したように本手法は変形を必要としない (変形が未知のままの) 安定解析法であり、ピーク強度に達するまでのひずみが大きい地盤にも適用可能と考えられる。

3. 指摘事項に対する回答

まず指摘事項1)について回答する。破壊角を求める式(1)の代わりに、本論文は以下の式を利用している。

$$\omega_i = 45^\circ + \frac{\phi_m}{2} \dots\dots\dots \text{式(8)}$$

前章1)で説明したように、式(8)が適用できる地盤条件は式(2)のそれと同じである。即ち、複数の層を有する斜面で各層をそれぞれ均質な地盤と見なすことができれば、式(8)は十分適用可能と考える。従って、本手法は“均質な地盤”に制限する必要は全くないと言ってよい。

地すべりの事例を取り上げていただいているが、図からすべり面の大半は直線状になっていると見受けられ、非常に薄い弱層or弱面に沿って発生した地すべりであると思われる。前章で説明したように、このような地すべりは本手法の適用対象外となる。因みに本論文に掲載されている事例以外にも様々な均質・非均質な斜面について検討を行っているが、討論者の図-3に示すような滑らかでないスライス間力分布は得られたことはない。

前章の2)で説明したように、本提案法はFEM応力場での安定解析法と同じ局所・全体安全率を定義しているので、本論文の解析事例のように従来のFEMの結果と比較・検討することが有意義である。しかし、討論者の計算に使用されたM&P法と比べてもあまり意味ない。なぜなら両手法は全く異なる仮定に基づいており、比較に必要な基礎条件が殆ど揃っていないからである。即ち、各スライスの局所安全率が異なる値を有する本手法に対

し、M-P法では各スライスの（局所）安全率が等しいとしているため、両手法によるスライス底面のせん断力とスライス間力は当然それぞれ異なる。本論文の解析事例に示すように、本手法による全体安全率を従来のLEMのそれと比較することが可能である。

指摘事項2)の中には「 S_i と N_i を算出するために必要な次のスライス間力(E_{i+1} , X_{i+1})をどのように算定しているかも説明されていない」とあるが、これは本手法の解析手順の誤解によるものと思われる。本手法は最下端(or最上端)のスライスから逐次解析することではなく、最初に全てのスライス間力(の初期値)を一斉に仮定し解析を進めていく手順を取っている。その過程において全てのスライスで解析手順④の条件が満たされることを保証(確認)している。「スライス底面の応力を均等分布としている」とのご指摘については補足説明する。スライス底面の実際の応力分布は不明であるが、図-3(a)に示すように曲線形状になると想定されよう。これを図-3(b)のような直線分布で近似することができ、さらに図-3(c)のような均等分布と仮定することが可能である。本研究はスライス側面応力の算出式を誘導する際に上述の均等分布を用いているが、解の過程で式(11)により側面応力の平均値を求めているので、解が収束する段階でスライス底面左端と右端での垂直応力の値が一般に異なっている。スライス底面両端の垂直応力が分かっている、分布形状が実際に未知なので底面の垂直力 N_i の作用点は不明である。そのため、式(17)を用いて N_i の作用位置を算出している。 N_i の大きさは本論文の式(16)で計算され、底面の垂直応力の分布は必要ない。

指摘事項3)については、本論文では N_i の作用位置はモーメントの釣り合いが満たされているかどうかを確認するため用いられており、底面ミドルサードの少し外側にあっても問題ないと考え。勿論式(17)で計算した N_i の作用点は著しくミドルサード外やスライスの外側に出るようなケースがあれば、スライス間力の作用位置を見直すといった対応も考えられるが、今のところそのような事例には至っていない。なお、定式化の過程において各スライスでモーメントの釣り合い式も考えると、式数が n 個増えるが、未知数として側面と底面での垂直力の作用点 $2n-1$ 個が加わるので、かえって不静定次数は上がる¹⁾。そのため、本提案法はモーメントの釣り合

図-3 スライス底面に作用する応力分布

い式を直接 F_i の計算過程に持ち込んでいない。

指摘事項4)については、スライス側面に作用する応力を土圧と同様、三角形分布としているので、均質な斜面ではスライス間力 X はスライス高さの1/3に作用することになるが、複数の層を有するスライスでは、本論文の図-4(b)に示す方法で X の作用点は求められ、スライス高さのミドルサードの範囲に入ることになる。より合理的なスライス間応力の分布が分かる場合には、その分布から合力の作用位置を求めればよいと考えている。なお、地表面に荷重が作用する場合やテンションクラックが入っている場合等に対し、本論文の式(12)や式(13), (14)を適宜修正すれば柔軟に対応する(再定式化する)ことが可能となる。

指摘事項5)については、本提案法は局所安全率 F_i が1.0より小さくなったスライスに対し、 $F_i=1.0$ となるようにせん断力とせん断抵抗力を等しくするとともに、式(19)で算出した残差力 R_i を隣接スライスに均等に配分しているが、ご指摘の通り配分後に対象スライスの力の釣り合いを再検証していない。そのため、厳密には残差力配分後の力の釣り合いが保証されなくなる。一例として図-4には本論文の図-11(a)のケースの力の多角形を示す。スライスNo.2は $F_i<1.0$ となったため、 $F_i=1.0$ となるようにせん断力を修正したが、修正後の力の多角形が閉じていない。今後、残差力配分後の力の釣り合いが厳密に保証される解析手順を構築する必要がある。

指摘事項6)については、前章3)で説明した「本研究の適用範囲」の内容がそのまま本質問の回答となる。実際の地盤はあまりにも複雑であるため、土質力学的なアプローチとして出来るだけ合理的といえる仮定条件を設けて、様々な事例を通して検証していくことが解析理論を展開していく上で重要と考える。本研究は従来の極限平衡法と違って、土圧理論やモール円などを導入し、極めて合理性のある仮定や論理的な理論展開を行っている。本手法がどのような地盤に適用できるかは、読者(技術者)は本手法の誘導過程を理解した上で適切に判断してくれると信じている。即ち、本手法は変形を考慮しないLEMに立脚するため、厳密的には剛塑性に近い材料で構成される斜面に問題なく適用できると言える。また

図-4 $F_i<1.0$ から $F_i=1.0$ に修正した前後の力の多角形

ピーク強度に達するまでのひずみが相対的に小さい地盤にも適用可能と考えられる。しかし、本手法は変形を必要としない安定解析手法であり、ひずみが大きい斜面にも適用できる可能性があるが、適用範囲と限界を明らかにするためには本論文の結論にも述べているように今後さらなる検討を要する。

実際の地盤の複雑さや初期応力・斜面の形成過程の不明瞭さ等を考えれば、理論上合理的とは言えあまり複雑な方法は必ずしも実態に近い(精度のよい)解析結果をもたらすとは限らない。また実務の観点から斜面安定性評価や対策工設計を行う際に解析のミスをしなことが重要なポイントの一つである。同一問題に対し複数の解析手法や異なる解析ツールによる比較検討が解析ミスを避けるための有効手段であり、本手法はその際の選択肢の一つと成り得ると考える。

指摘事項7)は、討論者の誤解(変形解析と安定解析を混淆すること)によるものではないか。前章2)で説明したように、図-2に示す斜面の安定性評価はFEM応力場に基づき行えるが、極限平衡法による解析も可能である。前者は斜面が出来上がるまでの過程を考慮するのに対し、後者は斜面が出来上がったときの状態にのみ注目する。周知のように実際の斜面ではすべり面に沿って場所ごとに局所安全率が異なる事実が存在する。即ち、斜面の釣り合いを保つために必要な(動員される)抵抗力が発揮し得るせん断抵抗力に占める割合は各スライスで異なる。本研究はこの事実を極限平衡法の枠組みで再現することに成功したと言える。討論者の質問事項に「全体が1つの剛体なので、滑動に関する安全率は1つしか存在しない」とあるが、これは従来の極限平衡法(単一安全率法)に持ち込まれた仮定の一つに過ぎず、実態とは全く違うのである。

指摘事項8)では“全体安全率(本論文の式(20)を非円弧すべりに適用した場合、力の加算にスカラーの加算法則を適用することになり、算出される値は物理量が定義されていない値となる)”との指摘がある。また同様な指摘は、日本地すべり誌に掲載されている討論者の「論説」^[12]に従来の極限平衡法に対してもなされている。例えば、「論説」^[12]では「Fellenius法を非円弧地すべりに適用した場合、滑動力の総和の計算は、方向の違う力(ベクトル)をスカラー和として単純加算することになり、力の加算法則に違反する」と批判している。

上記の記述から、討論者は安全率算定式の分子項のスカラー和や分母項のスカラー和が「力の加算法則に違反する」ことを問題としていることが明白である。これは一見、理にかなっているように見えるが、実は極めて誤解を招きかねない指摘であると言わざるを得ない。例えば以上の論理をFellenius法に当てはめるとどうなるかを見てみよう。討論者の指摘によると、円形すべりを対象としたFellenius法をそのまま非円弧地すべりに適用すると、安全率式の分子・分母項は力の加算法則に違反

することになる。これは力の加算法則に違反しないように、分子・分母項は「ベクトルの加算法則」に従って加算しなければならないと指摘することと同義である。すなわち、力の加算法則の一つである「ベクトルの加算法則」に従って、スライス底面ごとの R_i を合成した合ベクトル(分子項)と、 T_i を合成した合ベクトル(分母項)との比で安全率を算定すればよいと解釈できる。討論者の論理からすると、分子項も分母項もベクトルの加算法則に従って加算しているため問題点が解消されたと言える。しかしながら、それには実に大きな矛盾点が隠されてしまっている。仮にそれぞれ R_i と T_i の合ベクトルで安全率式を算出できるとすれば、安全率の式はベクトルの比(ベクトルの割り算)となるため、数学的にも意味を持たなくなる。また、仮に合ベクトルの大きさで安全率を計算できるとしても、二つの合ベクトルは(安全率が丁度1.0のときを除いて)当然作用方向が異なるので、方向の違うベクトルの大きさの比を取るものの物理的意味はやはり不明である。要するに、討論者の指摘は問題の本質をそらしているため、安全率算定式の問題点を明確に議論することができないと言わざるを得ない。

上述した討論者の指摘は明らかに極限平衡法への誤解によるものである。この誤解を引き起こす原因として二つの点が考えられる。一つは安全率算定式を単純に数学的問題として捉え、「力またはモーメントの釣合(平衡)」という力学・物理的な視点を完全に欠けていることである。事実、討論者は「論説」で安全率算定式の分子・分母の“スカラー和”を問題点として指摘しているが、「釣合」や「平衡」という言葉を全く言及していない。もう一つは安全率の定義や求め方に対する理解不足であると考えられる。

周知のように、極限平衡法に基づく安全率は以下の手順で算定される: まず、スライス底面に実際に動員される抵抗力 T_i が発揮し得るせん断抵抗力 R_i に占める割合の逆数として式(5)で安全率を定義する; 次に式(5)の T_i を各スライス底面に作用させ、スライスに働く全ての力の下で各スライス・土塊全体の釣合条件を考慮することですべり面上の垂直力 N_i と T_i を求める(この過程で N_i と T_i のみならず全ての力は自然にベクトルとして扱われる); そして最後に求められた N_i と T_i の値を式(7)に代入し未知数となる安全率を算定する。

前章で説明したように、式(7)は従来の極限平衡法(単一安全率法)の枠組みで提案された全ての安全率算定式に適用できる。すなわち、式(7)の安全率式の分子・分母項にある N_i と T_i はその大きさのみを表し、そもそも“スカラー”である。 N_i と T_i はすべり土塊が釣合状態を満たすように求める過程で自然にベクトルとして扱われるため何ら問題ない。要するに、安全率式の N_i と T_i はすべり土塊が釣り合いを満たすように求めなければならないが、既存の安全率算定式の中に、釣合条件が満たされていない手法はあるから問題である。

上述した解説に従うと、既存の斜面安定解析法について論理明快な議論をすると共に、その問題点を正確に捉えることができる。例えば上述の説明をFellenius法に当てはめると、その本質の問題点がはっきり見えてくる。すなわち、円弧すべりを対象としたこの手法はすべり土塊全体のモーメントの釣合条件が満たされているが、非円弧すべりにそのまま適用すると、力・モーメントの釣合条件が共に満たされなくなり、計算された安全率も意味を持たなくなる（当然、その帰結として安全率の計算精度が極めて悪くなる）。或いはFellenius法を非円弧地すべりに適用しようとする、少なくとも土塊のモーメントの釣合が満たされるように安全率を再定式化しなければならない（この際、安全率式の分子項・分母項にモーメントの回転半径が入ってくる）。しかしこの場合、力の釣合条件が満たされていないため、計算された安全率の値は回転中心の位置によって変化することになり¹³⁾、やはり解が不安定である（文末の付録の解説を参照されたい）。斜面の安定率を精度よく算定するためには、Fellenius法ではなく力・モーメントの釣り合いがすべて満たされる安全率算定式を使用しなければならない。

纏めとして、本研究では全スライスの全ての釣合条件及びすべり土塊全体の全ての釣合条件が満たされるように、解として各スライス底面の T_i と N_i が得られているため、本論文の式(20)に代入し全体安全率を求めるには何ら問題ない。前章で説明したように、式(20)の全体安全率式の定義式は、FEM応力場での安定解析法のそれと全く同じであり、すべり面の形状と関係なく適用できる。

4. まとめ

本研究は従来のFEMの簡便法として極限平衡法の枠組み内で進行性破壊を考慮できる新しい手法を提案した。本手法は従来の極限平衡法と違って、土質力学的なアプローチ（土圧理論やモール円など）を導入し、合理性のある仮定や論理的な理論展開を行っている。解析手順をさらに改良する余地が残っているが、解析事例の結果からわかるように本研究の仮定や適用条件に合致する場合、本手法は十分適用可能と考える。

5. おわりに

本論文に対する討論の機会を与えていただき大変感謝している。本討論を通して本研究の位置づけや適用範囲をより明確に記述することができ、また安全率の定義や局所・全体安全率についても深く議論することができた。このような討論は筆者らのみならず読者にも有益であると考え。本研究の適用範囲や改良すべき点等に絞って議論できればよいのに、討論者の質問に回答するには安全率の基本概念や変形・安定解析の基本部分についての説明・解説に多くの紙面を費やしてしまわざるを得なかった。これらを通して斜面安定解析法の問題点をより正確・明確に把握し、論理的で合理的な方法論の展開に

つながることができれば幸いである。

参考文献

- 1) 社団法人土質工学会 (1993): ジオテクノート④モールの応力円。
- 2) Yamagami, T., and Ueta, Y. (1988). Search for critical slip lines in finite element stress fields by dynamic programming, Proc. 6th Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck, Austria, Rotterdam: Balkema, Vol. 2, pp. 1347–1352.
- 3) Zou, J. Z., Williams, D. J., and Xiong, W. L. (1995). Search for critical slip surfaces based on finite element method, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 32, No. 2, pp. 233–246.
- 4) Pham H. T. V., and Fredlund D. G. (2003). The application of dynamic programming to slope stability analysis, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 40, pp. 830–847.
- 5) 蔡飛・鶴飼恵三 (2003): 斜面安定性の評価－極限平衡法と弾塑性FEMとの比較, 地すべり, Vol. 39, No. 4, pp. 9–16
- 6) 鶴飼恵三・若井明彦・石井武士・萩迫栄治 (2003): 地盤技術者のためのFEMシリーズ①「はじめて学ぶ有限要素法」, 地盤工学会, pp. 156–157.
- 7) Duncan, M. J. & Wright, S. G. (2004): Soil strength and slope stability, JOHN WILEY & SONS, INC., pp. 55–89.
- 8) 河野伊一郎, 八木則男, 吉国 洋 (1990): 土の力学, 第九章 斜面安定, 技報堂出版, pp. 173–194. 1) 社団法人土質工学会 (1993): ジオテクノート④モールの応力円。
- 9) 石原研面 (2005): 土質力学 (第2版), 第11章 斜面の安定, 丸善株式会社, pp. 267–292.
- 10) 山上拓男 (2001): 斜面の安定と変形解析総説: LEMとFEMの応用第I編, 日本地すべり学会誌, Vol. 38, No. 3, pp. 9–15.
- 11) 榎明潔 (2007): 摩擦体としての土における安定と変形の解析法, 電気書院.
- 12) 榎田充哉 (2012): 斜面防災分野の学術論文に蔓延する不思議な数学, 日本地すべり学科誌, Vol. 49, No. 3, pp. 106–108.
- 13) Fredlund, D. G. & Krahn, J. (1977): Comparison of slope stability methods of analysis, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 14, No. 3, pp. 429–439.

付録

釣合状態にある複数の力によるモーメントの総和は、その中心の位置と無関係に一定であることを説明する。

直角座標平面xoyにある物体（剛体）に複数の力 $F_j = (F_{xj}, F_{yj})$ （ここで F_{xj}, F_{yj} は F_j のx, y軸における成分である）がそれぞれ作用点 $P_j(x_j, y_j)$ に作用しているとする。便宜上、原点oに関するモーメントについて考える。この時、上記の各力 F_j によるモーメントの総和 M_o は次式で表される:

$$M_o = \sum_j (F_{yj}x_j - F_{xj}y_j) \dots\dots\dots (a)$$

次に、座標系xoyをx方向にm, y方向にnだけ平行移動してできた新しい座標系Xo'Yの中で、原点o'に関するモーメントについて考える。Xo'Y座標から見た各力 F_j の成分と作用点の位置をそれぞれ (F_{xj}, F_{yj}) と (X_j, Y_j) とすると、両座標系の関係から、以下の式を書き下ろすことができる。

$$F_{Xj} = F_{xj}, F_{Yj} = F_{yj} \dots\dots\dots (b-1)$$

$$X_j = x_j - m, \quad Y_j = y_j - n \quad \cdots \cdots (b-2)$$

式(a)を参照し, 新しい原点 o' に関する各力のモーメントの総和 $M_{o'}$ は

$$M_{o'} = \sum_j (F_{Yj} X_j - F_{Xj} Y_j) \quad \cdots \cdots (c)$$

式(b-1)と(b-2)を式(c)に代入し整理すると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} M_{o'} &= \sum_j (F_{Yj}(x_j - m) - F_{Xj}(y_j - n)) \\ &= \sum_j (F_{Yj}x_j - F_{Xj}y_j)m + \sum_j F_{Yj} + n \sum_j F_{Xj} \\ &= M_o - m \sum_j F_{Yj} + n \sum_j F_{Xj} \quad \cdots \cdots (d) \end{aligned}$$

各力 F_j が全体として釣り合っているとき, $\sum_j F_{Xj} = 0$, $\sum_j F_{Yj} = 0$ となるので,

$$M_{o'} = M_o \quad \cdots \cdots (e)$$

すなわち, 釣合状態にある複数の力によるモーメントの総和は, その中心の位置と無関係に一定であることを意味する. 換言すると, 釣合条件を満たさない複数の力によるモーメントの総和は回転中心の位置によって変化することになる.

(原稿受付2016年3月9日, 原稿受理2016年4月20日)