厳密な一般分割法のやさしい解き方

A simple solution of the general limit equilibrium method of slices.

古 谷 保*

Tamotsu FURUYA

Abstract

Some of the limit equilibrium methods of slices commonly used for computing the factor of safety are the Fellenius method, the simplified Bishop method, the Janbu method, the Spencer method (1967, 1973) and the Morgenstern-Price method. In these methods, the Spencer method (1973) and the Morgenstern-Price method are called the general limit equilibrium method of slices that satisfy both moment equilibrium and forth equilibrium of the slices contained above an assumed slip surface. These method are applicable to general slip surfaces. As it is desirable to use the accurate method in order to accumulate the case histories, Morgenstern-Price method that is considered to be reasonable is often utilized for analyzing the stability of slopes. However, this method has spread only to a few Institute in Japan because of it's difficulty and complexity.

On the other hand, the Spencer method (1967) is the simple one that satisfy moment equilibrium and forth equilibrium of the slices, but it is applicable only to the circular slip surface. This method become to be applicable to general slip surfaces by modifying the equation of moment equilibrium of the slices above a slip surface. The modified equation is $\sum QR \cos(\alpha - \theta + \gamma) = 0$ (Fig. 8).

It is shown that the factor of safety computed by the modified Spencer method (1967) is equal to that of Spencer method (1973) for two cases.

1. はじめに

極限平衡の考えによる斜面の安定計算式には多くの方法が開発されている。実用的な方法としては、なだらかな層状すべり面では簡便法や Janbu 法、円弧すべり面では簡易 Bishop 法が便利であろう。しかしながら、事例研究の蓄積を行うには極力誤差の少ない方法が望ましく、また現在では計算機を比較的簡単に利用できるため、世界的には Morgenstern-Price 法が¹⁾ 使用されることが多くなってきている。この方法はすべての力の釣合条件を満足しているという意味で合理的であると考えられているが、難解で計算に時間がかかるためか、一部の試験研究機関で使用されている^{2), 3)} 他は日本ではあまり普及していない。これに対し、Spencer はスライス間力をただひとつの合力 Q とすることによって、厳密な一般分割法を図式的に最も単純に理解できるように表現することに成功している⁴⁾。この方法は円形すべり面に対して適用するものであるが、筆者はこの方法を修正して、一般的な任意形状のすべり面に適用できるようにした。この修正された Spencer 法は、Morgenstern-Price 法や 1973 年の Spencer 法⁵⁾ と同じ安全率の値が得られる。

実務における安全率の計算においては、電算プログラ

ムの内容まで十分に理解し、事例ごとにそのつどプログラムに必要な修正を加えながら計算を行えることが便利であり基本である。そのためには自ら作成したプログラムを持つことが最も望ましい。またそうでなくても、計算式は単純で理解しやすい方が便利である。小論は厳密な一般分割法のプログラミングを誰にでもできるようにするため、この修正 Spencer 法をできるだけ平易に紹介しながら、厳密な一般分割法とは何かについて考察したものである。

2. 安定計算式と力学的な平衡条件

簡便法と厳密な一般分割法とは何が違うのかを知るためには、各スライスの側面に作用する内力（スライス間力）について考えると共に、力学的な平衡条件について考えることが大切であろう。厳密な一般分割法とは以下の六つの力学的な平衡条件³⁾ をすべて満足している方法について言われている。

- (1) 各スライスでの水平方向の力の平衡
- (2) 各スライスでの鉛直方向の力の平衡
- (3) 各スライスでのモーメントの平衡
- (4) すべり面全体での水平方向の力の平衡
- (5) すべり面全体での鉛直方向の力の平衡
- (6) すべり面全体でのモーメントの平衡

*農林水産省農業土木試験場造構部

Morgenstern-Price 法や Spencer 法 (1967, 1973) はこれら六つの条件を満足する形で計算するが、これに対して Bishop 法は(4)と(5)を満足していない。簡便法はスライス間力をゼロとした上で、(1), (2), (3), (6)式から解く方法である。簡便法や Bishop 法については教科書⁶⁾を参考にすれば十分であろう。

Bishop 法を複合すべり面に対して適用できるように拡張したのが Janbu や Nonveiller である⁷⁾。この方法で安全率は次式のようになる (図-1, 2, 3)。

$$F = \frac{\Sigma [c \cdot b + (W + \Delta T_n - ub) \tan \varphi] (a/m_\alpha)}{\Sigma W \cdot x - \Sigma \left[W + \Delta T_n + (ub \tan \varphi - cb) \frac{\tan \alpha}{F} \right] (f/m_\alpha)}$$

ここで

$$m_{\alpha} = \left(1 + \frac{\tan \alpha \tan \varphi}{E} \right) \cos \alpha$$

図-1 スライスに作用する力

図-2 スライスの力の多角形

図-3 任意形状のすべり面

$$\Delta T_n = X_{n+1} - X_n$$

この方法は Bishop 法と同様に(4)と(5)の条件を満足してはいないが、簡易 Bishop 法のように $\Delta T_n=0$ という仮定で十分正確な結果が得られるようである。修正係数 f_0 を使って計算を行う方法を簡易 Janbu 法と呼ぶので、この式で $\Delta T_n=0$ とする方法を本文では Nonveiller 法と呼ぶことにする。Nonveiller 法を円弧すべり面に適用すると簡易 Bishop 法と同じになる。したがって、Nonveiller 法でプログラムを作っておく方が簡易 Bishop 法で作るより汎用性がある。現在のように計算機が手軽に使える時代では、人為的誤差の入りやすい修正係数 f_0 を使うより、この方法で単純化を行う方が良いと思う。

以上のような簡易法に対し、比較的単純で確実である厳密な一般分割法が1967年に発表された円弧すべり面に対する Spencer の方法であろう^{4), 6), 9)}。各スライスに作用する力として、スライスの重量 W 、その反力 P 、スライス底面の摩擦係数 S/F 、そしてスライス間力 X_n 、 E_n 、 X_{n+1} 、 E_{n+1} がある。Spencer はスライス間力の合力を Q とし、各スライスごとに一律に、水平に対して θ の角度で作用すると仮定した。まず力学的な平衡条件(1)、(2)から、各スライスに作用する力の多角形が閉じていることが必要である(図-2)。この二つの平衡条件から次の二式が成立する。

力の多角形において鉛直方向の釣合いから ($l=b \cdot \sec \alpha$ として),

$$W + Q \sin \theta = (P' + ul) \cos \alpha + (S/F) \sin \alpha \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

また水平方向の釣合いから、

$$Q \cos \theta + (P' + ul) \sin \alpha = (S/F) \cos \alpha \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$S = c' \cdot l + P' \tan \varphi'$ として、①、②式から P' を消去して Q を求めると、次式のようになる。

$$Q = \frac{c' \cdot l + (W \cos \alpha - ul) \tan \phi' - W \cdot F \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \cdot \{F + \tan \phi' \tan(\alpha - \theta)\}} \dots\dots (3)$$

ここで、力学的な平衡条件(3)から各スライスのモーメントの和はゼロであるので、合力 Q の作用線は、 $W, P, S/F$ の作用線が通る点と同一のスライス底面上の一点 O' を通らなければならない (図-1)。Spencer はこの点をスライス底面の中央としている (これは必ずしも正確

ではないが、筆者の計算では、スライスの中央としても、スライスの面積を二等分するスライス底面上の点としても結果はほとんど同じであった。

さて、もし想定されるすべり面上の外力が平衡状態にあるなら、すべての内力のベクトル和はゼロでなければならない。言い換えれば、内力の水平成分の和はゼロでなければならない、また内力の鉛直成分の和もゼロでなければならない（力学的平衡条件(4)及び(5)）。すなわち次の二式が成立する。

$$\sum Q \cos \theta = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\sum Q \sin \theta = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

さらに、もし任意点に関する外力のモーメントの和がゼロであるなら（力学的平衡条件(6)）、任意点に関する内力のモーメントの和もまたゼロでなければならない。したがってO点（図-4）を中心とする内力のモーメントの和をゼロとすることによって次式が成立する。

$$\sum Q R \cos(\alpha - \theta) = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

図-4 円弧すべり

以上の三組の方程式④、⑤、⑥を満足する F と θ の値を求めれば解が得られるが、ここで各スライスごとに θ を一定と仮定すると、④と⑤式は同値となって次式のようにになり、おおいに単純化される。

$$\sum Q = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

また⑥式は、円弧すべりでは R が一定であるので次式のようにになる。

$$\sum Q \cos(\alpha - \theta) = 0 \quad \dots\dots\dots(8)$$

結局、⑦、⑧の二式を満足する θ を求めれば安全率 F が得られる。 θ の値はスライス全体を通して必ずしも一定ではないが、この値を一定と仮定することによって、Spencer は単純な静定化に成功したわけである。

Spencer はこれに続いて1973年にスライスに作用するスライス間力を Z_L , Z_R （この合力が Q ）として安定率を計算する方法を発表している⁵⁾。この方法の基本的な考え方は Morgenstern-Price 法に似ている。この場合、 X_n , E_n の合力が Z_L であり、 X_{n+1} , E_{n+1} の合力が Z_R となる。力の多角形において（図-2）、スライス底面に垂直方向の力の釣合いから、

$$W \cos \alpha - P' - ub \sec \alpha + Z_n \cdot \sin(\alpha - \theta_n) - Z_{n+1} \cdot \sin(\alpha - \theta_{n+1}) = 0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

また、スライス底面に平行方向の釣合いから、

$$P' \frac{\tan \phi'}{F} + \frac{C'}{F} b \sec \alpha - W \sin \alpha - Z_{n+1} \cdot \cos(\alpha - \theta_{n+1}) + Z_n \cdot \cos(\alpha - \theta_n) = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

⑨と⑩式から P' を消去すると、

$$Z_{n+1} = \frac{\frac{C'}{F} b \cdot \sec \alpha - W \sin \alpha + \frac{\tan \phi'}{F} (W \cos \alpha - ub \sec \alpha)}{\cos(\alpha - \theta_{n+1}) \cdot \left\{ 1 + \frac{\tan \phi'}{F} \tan(\alpha - \theta_{n+1}) \right\}} + Z_n \frac{\cos(\alpha - \theta_n) \left\{ 1 + \frac{\tan \phi'}{F} \tan(\alpha - \theta_n) \right\}}{\cos(\alpha - \theta_{n+1}) \left\{ 1 + \frac{\tan \phi'}{F} \tan(\alpha - \theta_{n+1}) \right\}} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$\theta_{n+1} = \theta_n = \theta$ の場合は、

$$Z_{n+1} - Z_n = \frac{\frac{C'}{F} b \sec \alpha - W \sin \alpha + \frac{\tan \phi'}{F} (W \cos \alpha - ub \sec \alpha)}{\cos(\alpha - \theta) \left\{ 1 + \frac{\tan \phi'}{F} \tan(\alpha - \theta) \right\}} \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここですべり面全体で内力が釣合うことから（力学的平衡条件(4), (5)）、 $Z_0 = 0$ のとき $Z_n = 0$ となるはずである。⑪式から順に計算していけば Z_n が求められるが、 $\theta_{n+1} = \theta_n = \theta$ の場合には、⑫式からこの条件は次式のように求められる。

$$\sum (Z_{n+1} - Z_n) = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

この式は⑦式と同じものであることがわかるであろう。

さて、ここで各スライスのモーメントの平衡を考えよう。スライスの底面の中心についてのモーメントから（力学的平衡条件(3)）、

$$Z_L \cos \theta_L \times L_L + Z_L \sin \theta_L \times \frac{b}{2} - Z_R \cos \theta_R \left(L_R + \frac{b}{2} \tan \alpha \right) + Z_R \sin \theta_R \times \frac{b}{2} = 0 \quad \dots\dots\dots(14)$$

また1番目のスライスの作用線の位置は（図-5）、

$$L_1 = \frac{b_1}{2} (\tan \theta_1 - \tan \alpha_1) \quad \dots\dots\dots(15)$$

⑪式（または⑫式）と⑭、⑮式から、順次スライスの作用線の位置とスライス間力 Z_L , Z_R を計算していくことができる。これから、工番目のスライスの作用線の位置は次式のようになる（図-6）。

$$L_I = \frac{b_I}{2} (\tan \theta_I - \tan \alpha_I) + \frac{1}{Z_I \cos \theta_I} \sum_{i=1}^I [J] \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここで、

$$J = \frac{1}{2} Z_{i-1} [\sin \theta_{i-1} (b_i + b_{i-1}) - \cos \theta_{i-1} (b_i \tan \alpha_i + b_{i-1} \tan \alpha_{i-1})] \quad \dots\dots\dots(17)$$

すべり面全体でモーメントが平衡するためには、すべり面の最後のスライスにおいて、 $Z_n=0$ の状態でモーメントが釣り合うはずである。したがって最後のスライスに作用する Z_{N-1} の作用線は O_N (図-7) を通るはずである。 $X_N O_N$ (図-7) は次式のように求められる。

$$\begin{aligned} X_N O_N &= L_{N-1} + \frac{1}{2} b_N (\tan \theta_{N-1} - \tan \alpha_N) \\ &= \frac{1}{2} b_{N-1} (\tan \theta_{N-1} - \tan \alpha_N) \\ &\quad + \frac{1}{Z_{N-1} \cos \theta_{N-1}} \sum_{i=1}^{N-1} (J) \\ &\quad + \frac{1}{2} b_N (\tan \theta_{N-1} - \tan \alpha_N) \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここで⑩式から、

$$\sum_{i=1}^{N-1} (J) = \sum_{i=1}^N (J) - \frac{1}{2} Z_{N-1} (\sin \theta_{N-1} (b_N + b_{N-1}))$$

図-5 最初と二番目のスライスに作用するスライス間力 Z

図-6 すべり面全体に作用するスライス間力 Z

図-7 最後のスライスに作用するスライス間力 Z

$$-\cos \theta_{N-1} \times (b_N \tan \alpha_N + b_{N-1} \tan \alpha_{N-1})$$

したがって、

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_{N-1} \cos \theta_{N-1}} \sum_{i=1}^{N-1} (J) &= \frac{1}{Z_{N-1} \cos \theta_{N-1}} \sum_{i=1}^N (J) \\ &\quad - \frac{1}{2} (\tan \theta_{N-1} (b_N + b_{N-1}) \\ &\quad - (b_N \tan \alpha_N + b_{N-1} \tan \alpha_{N-1})) \end{aligned}$$

結局のところ、

$$\begin{aligned} X_N O_N &= \frac{1}{2} b_{N-1} (\tan \theta_{N-1} - \tan \alpha_{N-1}) \\ &\quad + \frac{1}{2} b_N (\tan \theta_{N-1} - \tan \alpha_N) \\ &\quad - \frac{1}{Z_{N-1} \cos \theta_{N-1}} \sum_{i=1}^N (J) \\ &\quad - \frac{1}{2} (\tan \theta_{N-1} (b_N + b_{N-1}) \\ &\quad - (b_N \tan \alpha_N + b_{N-1} \tan \alpha_{N-1})) \\ &= \frac{1}{Z_{N-1} \cos \theta_{N-1}} \sum_{i=1}^N (J) \end{aligned}$$

Z_{N-1} の作用線が O_N を通るためには、 $X_N O_N$ はゼロとならなければならないから、次式が成立することになる。

$$\sum_{i=1}^N (J) = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

以上のように⑩式 (θ_N が一定のときは⑫式) と⑫式を満足するとき、すべての力学的平衡条件を満足することになる。 θ を変化させてこの両式を満足する F の値を求めれば解が得られる。

Morgenstern-Price 法ではスライス間力 X と E の関係を $X = \lambda \cdot f(x) \cdot E$ と仮定した¹⁾が、同様に Spencer 法では次式のように表現することができる。

$$\tan \theta_n = k_n \cdot \tan \theta \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $\tan \theta_n = X/E$ 、 $k_n = f(x)$ 、 $\tan \theta = \lambda$ となる。

Morgenstern-Price 法で $f(x)$ を変化させて計算するのと同じ方法で解を得ようとすれば、 k_n を同様に変化させれば良いわけである。Spencer 法は Morgenstern-Price 法と等しい安全率の値が得られる^{3), 8)}。

3. Spencer 法 (1967年) の任意形状すべり面への拡張

前節においては、④簡便法、⑤Nonveiller 法、⑥Spencer 法 (1967年)⁴⁾、⑦Spencer 法 (1973年)⁵⁾ の四つの方法について考察した。④、⑤、⑦の方法は任意形状のすべり面に対して適用されているが、⑥の方法は円弧すべり面に対して適用されるものである。⑥の方法は厳密な一般分割法としては、Morgenstern-Price 法や④の方法と比較して簡単に理解しやすいため、文献6)や9)にも紹介されている。筆者はこの方法に簡単な修正を加えることによって、任意形状のすべり面に適用できるようにした。この方法をここでは⑧修正 Spencer 法と呼ぶことにしよう。

まず力学的平衡条件(1), (2)から, 内力 Q は③式と同様に求められる。また力学的平衡条件(4), (5)は, 各スライスごとの θ が一定の場合には, 同様に⑦式によって満足される。更にこの内力 Q はモーメントに関しても釣合っていないからではない。力学的平衡条件(3)から, 内力 Q の作用点はスライスの重力の作用点を通ることも同様である。ここで力学的平衡条件(6), すべり面全体でのモーメントの平衡について考えると, この条件は⑧式では満足されないことがわかる。 O 点(図-8)を中心とするモーメントのアーム長は, 任意形状のすべり面の場合は $R \cos(\alpha - \theta)$ ではないからである。 O 点を中心とするモーメントのアーム長は $R \cos(\alpha - \theta + \gamma)$ となるので(図-8), 力学的平衡条件(6)は次式で満足される。

図-8 任意形状のすべり面に作用する内力 Q と補正角 γ

$$\sum QR \cos(\alpha - \theta + \gamma) = 0 \quad \dots\dots\dots ②$$

ここに, $\gamma = \tan^{-1}(f/a)$

結局, 任意形状のすべり面について⑦式と②式を満足すれば, すべての力学的平衡条件を満足することになる。計算の手順は⑩法の場合と同様である。このように, ⑩法は補正角 γ を付け加えることによって, 任意形状のすべり面に適用できるようになる。

4. 修正 Spencer 法の計算手順

修正 Spencer 法の計算手順を, 筆者の作成した電算プログラムの内容に従って具体的に説明しよう。プログラムの基本的な流れは次のとおりである。

- ① データの読み込みを行う。
- ② 簡便法で安全率を計算し, これを安全率の初期値 F_1 とする。また Nonveiller 法で安全率を計算し, 第二初期値 F_2 とする。
- ③ θ の初期値を設定し, これを θ_1 とする。
- ④ $\sum Q = 0$ の式から $\theta = \theta_1$ のときの安全率を計算し, この値を $FQ(1)$ とする。また $\sum QR \cos(\alpha - \theta + \gamma) = 0$ の式から, $\theta = \theta_1$ のときの安全率を計算し, これを $F - QR(1)$ とする。
- ⑤ $\{FQ(1) - FQR(1)\}$ の絶対値が0.0005より小さ

ければ, $FQ(1)$ を安全率の値として計算を終了する。そうでなければ⑥に進む。

- ⑥ θ の第二初期値を設定し, これを θ_2 とする。
- ⑦ $\sum Q = 0$ の式から $\theta = \theta_2$ のときの安全率を計算し, この値を $FQ(2)$ とする。また $\sum QR \cos(\alpha - \theta + \gamma) = 0$ の式から $\theta = \theta_2$ のときの安全率を計算し, これを $FQ - R(2)$ とする。
- ⑧ $\{FQ(2) - FQR(2)\}$ の絶対値が0.0005より小さければ, $FQ(2)$ を安全率の値として計算を終了する。そうでなければ⑨に進む。
- ⑨ 直線 $\{FQ(1) - FQ(2)\}$, 直線 $\{FQR(1) - FQR(2)\}$ の交点から θ_3 を求める(図-9)。
- ⑩ $\sum Q = 0$ の式から $\theta = \theta_3$ のときの安全率を計算し,

図-9 θ を変化させて安全率を求める方法

この値を $FQ(3)$ とする。また $\sum QR \cos(\alpha - \theta + \gamma) = 0$ の式から, $\theta = \theta_3$ のときの安全率を計算し, これを $FQ - R(3)$ とする。

- ⑪ $\{FQ(3) - FQR(3)\}$ の絶対値が0.0005より小さければ, $FQ(3)$ を安全率の値として計算を終了する。そうでなければ, $\theta = \theta_3$, $FQ(1) = FQ(2)$, $FQR(1) = FQR(2)$, $FQ(2) = FQ(3)$, $FQR(2) = FQR(3)$ として⑨にもどる。

以上が計算の基本的な流れである。ここで, ④, ⑦, ⑩の計算はサブルーチンとすると有利である。この計算の手順を以下に示す。

- ①' 簡便法で求められた初期値を F_1 として, この時の $\sum Q$ の値を計算する。
- ②' $\sum Q$ の絶対値が0.005より小さければ, この時の安全率を求めようとする安全率として計算を終了する。そうでなければ③'に進む。
- ③' Nonveiller 法で求められた安全率を第二初期値 F_2 として, この時の $\sum Q$ の値を計算する。
- ④' $\sum Q$ の絶対値が0.005より小さければ, この時の安全率を求めようとする安全率として計算を終了す

る。そうでなければ⑤'に進む。

⑤' 直線 $(F_1 - F_2)$ と $\Sigma Q = 0$ との交点 F_3 を求める (図-10)。

⑥' 安全率の値が F_3 のときの ΣQ の値を計算する。

図-10 $\Sigma Q = 0$ の時の安全率の求め方 (ニュートン法による)

⑦' ΣQ の絶対値が 0.005 より小さければ、この時の安全率 F_3 を求めようとする安全率として計算を終了する。そうでなければ、 $F_1 = F_2$ 、 $F_2 = F_3$ として⑤'にもどる。

以上が $\Sigma Q = 0$ の式から安全率を計算する手順である。 $\Sigma QR \cos(\alpha - \theta + \gamma) = 0$ の式から安全率を計算する手順は、以上の方法と同様であり、 ΣQ のかわりに $\Sigma QR \cos(\alpha - \theta + \gamma)$ とすれば求めることができる。

5. 修正 Spencer 法による安全率の計算例

簡単なふたつの例題について、④簡便法、⑤Nonveiller 法、⑥Spencer 法 (1973年)⁵⁾ 及び⑦修正 Spencer 法によって安全率を計算し、比較を行った。使用したプログラムはすでに検定を終了しており、妥当な結果が得られている¹⁰⁾。

まず図-11 に示すように、傾斜角 45° の斜面上に 20t/m の荷重が作用した深いすべり面の場合である。できるだけ単純な例題とするために地下水は無いものとした。土の単位体積重量は 2.0t/m^3 、粘着力 c' は 1.0t/m^2 、せん断抵抗角 ϕ' は 15° である。簡便法による安全率の値は 0.822、Nonveiller 法による安全率の値は 0.924、Spencer 法⁵⁾ と修正 Spencer 法は共に 0.929 であった。Spencer 法⁵⁾ と修正 Spencer 法による安全率の値は、 θ の変化によってそれぞれ図-12, 13 のように変化するが、どちらもモーメントの平衡式 (②及び②式) から求めた安全率の変化は、力の平衡式 (⑩及び⑩式) から求めた安全率の変化よりも大変小さいことがわかる。結果的に、 $\Delta T_n = 0$ とした Nonveiller 法は Spencer 法⁵⁾ や修正 Spencer 法と

ほとんど差は無いが、簡便法では 12% ほど小さな値になっている。

図-14 は水平地盤上に 20t/m の荷重が作用した場合である。土の単位体積重量は 2.0t/m^3 、粘着力 c' は 0.5t/m^2 、せん断抵抗角 ϕ' は 35° である。この場合も地下水は無いものとした。この場合は、簡便法で 2.256、Nonveiller 法で 2.409、Spencer 法⁵⁾ と修正 Spencer 法は共に 2.

図-11 斜面上に荷重が作用する時のすべり面

図-12 スライス間力 Z の傾角 θ と安全率。Spencer 法 (1973) による。

図-13 内力 Q の傾角 θ と安全率。修正 Spencer 法による。

図-14 水平地盤上に荷重が作用する時のすべり面

図-15 スライス間力 Z の傾角 θ と安全率。Spencer 法 (1973) による。

図-16 内力 Q の傾角 θ と安全率。修正 Spencer 法による。

647 であった。修正 Spencer 法と比べて、簡便法では 15 % 程、Nonveiller 法では 9 % 程小さな値となっている。修正 Spencer 法のモーメントの平衡式 (22 式) から求めた安全率 FQR (図-16) は、この場合には θ の変化によってある程度変化している。この状態で 120t/m の荷重が作用した場合には、安全率は簡便法で 0.889、Nonveiller 法で 1.106、修正 Spencer 法では 1.226 となり、簡便法と修正 Spencer 法とではその差は 30 % 近くにもなる。

なだらかな層状すべりの場合には簡便法と厳密な一般分割法とはほとんど差は無いが、斜面長に対してすべり面が深くなるにつれて簡便法の誤差は大きくなるので、厳密な一般分割法はそれなりに意味のある方法と言える。

6. あとがき

厳密な一般分割法は、計算時間の点では簡便法と比較

して 10 倍程度の時間が必要であり、経済性の点では明らかに不利である。また現実の地すべり斜面では、地層や地形、地下水などが複雑で、データの精度がそれほど期待できない場合が多い。崩土がなだらかな層となつてすべっている場合などは、計算式の精度の点からもまたデータの精度の点からも簡便法で十分であろう。しかしながら計算例に示したように、斜面長に対してすべり面が深い場合や浅い支持力解析のような場合には簡便法の誤差は割と大きなものとなり、解析を行う上でもう少し精度を上げる必要が出てくる。

現在のように計算機が発達し安価になってくると、計算上の労力の点はあまり問題とならない。プログラムは一度作成してしまえば、あとは入力の作業だけで計算を行うことができる。入力上の労力の点では簡便法も厳密な一般分割法も全く同じである。厳密な一般分割法は任意形状のすべり面に適用できることを考えれば、この方法でプログラムを作成することにはそれなりに利点も多い。

筆者が示した修正 Spencer 法は、Morgenstern-Price 法や Spencer 法 (1973 年)⁵⁾ と比較して単純に表現することができ、高校数学の範囲内で解くことができる。このため特に解析を専門としない一般を技術者でも、プログラムを作成することができるのではないと思う。また自らプログラムを作成しない人にとっても、小論が厳密な一般分割法とは何かを理解する上で参考になれば幸いである。

参考文献

- 1) Morgenstern, N.R., and Price, V.E. (1965): The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*, 15, 79-93.
- 2) 中村浩之 (1978): 地すべり斜面の安定計算式の検討, 土木技術資料, 20(8), 403-408
- 3) 川本治 (1981): スライス間力を考慮した極限平衡法の検討と地すべり安定解析への適用, 農土試技報, C No. 22, 53-86
- 4) Spencer, E. (1967): A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*, 17, 11-26
- 5) Spencer, E. (1973): Thrust line criterion in embankment stability analysis. *Geotechnique*, 23, 85-100
- 6) 山口柏樹 (1980): 土質力学 (講義と演習 3), 技報堂, 322-332
- 7) テルツァギ, ベック (1969): 土質力学 (基礎編), 丸善, 216-218
- 8) Fredlund, D.G. and Krahn, J. (1977): Comparison of slope stability methods of analysis. *Can. Geotech. J.*, 14, 429-439
- 9) 土質工学会 (1982): 土質工学ハンドブック, 240
- 10) 古谷保 (1981): Spencer 法の非円形すべり面への適用, 昭和 56 年度農業土木学会大会講演会講演要旨集, 267-268

(原稿受理日 昭和 59 年 1 月 26 日)