岩盤すべりのとり扱いと陥没帯内での井戸水理

Rock-Slope Slide & Well Hydraulics Between Two
Parallel Aquifer Boundaries

申 潤 植*
Y. S. SHIN

Rock-slope slide usually develops a linear crack at the crown and is often accompanied with collapsed depression belt zone that runs parallel to the crown crack. The downstreamside subsurface bank of the belt is usually impermeable and the hydraulic pressure of the water in the belt zone works on it to cause re-sliding and often needs an immediate measure of groundwater drainage.

The well hydraulics between two parallel aquifer boundaries is solved by applying the method of images. An infinite number of imaginary wells are introduced to create a hydraulic flow system which will be equivalent to the effects of the two parallel boundaries on the flow system. Exps (9) and (10) stand for a well located at distances a_1 from the line source, that is, recharging bank and b_1 from the impermeable bank, while exps (19) and (20) are for a well where both of the aquifer boundaries are recharging banks.

1. 岩盤すべりのとり扱い

岩盤斜面すべりの場合、引張りキレツ内の水圧が移動岩塊に外力として働き、かつすべり面に沿って生じる揚圧力によってすべりに抵抗するマサツ力を低下せしめる。斜面の安定はこの両者の効果の重なりによっていちじるしく脅かされ、これが斜面の安定をコントロールする上で危急の問題となっていることを、たとえばフック・ブレイ著「岩盤斜面工学」¹⁾が指摘している。

引張りキレツ内の水圧をすべりにおける外圧としてとり扱うべきことは、非円弧すべりの安定解析によく用いられる Janbu の式にも示されている。慣用の記号を用いて Janbu の式 (簡易式) を示せば

$$F=f_0\frac{1}{\sum W\tan\alpha+Q}\sum\frac{c'+(W-ub)\tan\phi'}{n_\alpha}\dots\dots(1)$$

ここに、

- c', ϕ' : 有効応力による土の粘着力と内部マサツ角
- W, u : 各スライスの重量と平均間隙水圧
- b, α : 各スライスの幅とすべり面傾斜角
- $n_\alpha=\cos^2\alpha(1+\tan\alpha\cdot\tan\phi'/F)$
- f_0 : 修正係数; $c'>0, \phi'>0$ の場合では

$$f_0=\left(50\frac{d}{L}\right)^{1/33.6}\dots\dots(2)$$

ただし、 $d=0$ のとき $f_0=1.0$

で近似せしめられる。

L : すべり舌端部と冠頭部引張りキレツ深さの点を結んだ直線長

d : L と、 L に平行でかつすべり面に接する直線との間の距離

Q : キレツ内水圧等による水平外力

F : 安全率

岩盤すべりの場合、すべり面は概ね平面を成すことが多い。このため冠頭部には顕著な陥没帯を生じ、ときによっては陥没帯幅が数十mにも及ぶことがあり、岩盤すべりを認知する大きな特徴となる。陥没帯を生じるのは平面すべり (板すべりともいう) の特徴であり、概念的には図-1 の(a)のような状態から、(b)に示すような段階をいくつか経た上での結果であろう。(b)、(c)の段階では、土塊 M の再移動に伴い、陥没帯内の土塊は横方向に拡がろうとし、結果的にいくつもの塊状に分割され、不規則な階段地形を呈する。雨水は容易に地中に浸透して陥没帯内での地下水位を高めよう。図-1 の(a)、(c)いずれの場合にも、外圧としての水圧は面 $a-a'$ に働く。いまキレツ内または陥没帯内での水位高を Z_w とし、面 $a-a'$ の水平面に対する傾斜角を θ とすれば、水圧の合力は面 $a-a'$ に垂直に働き、その大きさ V は

$$V=\frac{1}{2}\gamma_w Z_w^2/\sin\theta\dots\dots(3)$$

- ここに、 γ_w : 水の単位重量
- Z_w : 水位高
- θ : 水圧が作用する面の傾斜角

よって式(1)に代入すべき V の水平分力 Q は

$$Q=V\cdot\sin\theta=\frac{1}{2}\gamma_w Z_w^2\dots\dots(4)$$

また、すべり面がすでに形成されているものとすれば、

*国土防災技術K K常務取締役技術本部長，農博

図-1 陥没帯発達の様式図
Model of depression development

水圧はすべり面を介して下流に伝達され、すべり面に働く揚圧力 u の分布は、図-1 (c) に示すように点 a' で $\gamma_w \cdot Z_w$ 、舌端部でゼロの3角形分布となろう。揚圧力 u の、下流に向ってのこのような直線的な低下は、岩盤すべりでの1つの特徴である。

Z_w の低下は、外力としての Q の直接的な低下と、揚圧力 u の低下の両方をもたらす。すでに陥没帯を生じている段階では、たとえば同図(c)の $a'-a''$ のように、 $a-a'$ 寄りの位置での排水工法がもっとも有効である。 $a-a'$ は岩盤すべりの結果として生じた破断面であり、一般には不透水壁と考えるべきである。 $b-b'$ 面は、あるいは地外の涵養源に連続しており、あるいは雨水の浸透を考慮し、そこでの水位は変わらずとするのが、対策工の上で安全側の設計であろう。 $a'-a''$ 位置に集水井を計画するものとした場合、この井戸は2つの境界面 $a-a'$ と $b-b'$ に挟まれており、この場合の井戸水理は一般の揚水公式では律し得ない。この種の場合の揚水公式を導いて次に示す。

2. 境界面が2つでかつ平行な場合の揚水公式

図-2は座標原点 $(0, 0)$ に実井 W を置き、 $y=a_1$ に涵養壁 Y_1-Y_1 、 $y=-b_1$ に不透水壁 Y_2-Y_2 がある場合に生じる無限個の鏡像を示す。系列Aは、実井 W の Y_1-Y_1 に対する最初の鏡像 I_1 が Y_2-Y_2 、 Y_1-Y_1 、.....、 $\{$ に対してつくる無限鏡像を示す。系列Bは、実井 W の Y_2-Y_2 に対する最初の鏡像 I_2 が Y_1-Y_1 、 Y_2-Y_2 に対してつくる無限鏡像である。任意の点 $P(x, y)$ での水位高 h は、実井およびこれら無限個の虚井についての群井として解くことによって求められる。不圧地下水の場合であれば、たとえば Thiem の式を用いて

$$\begin{aligned} \pi k(H^2 - h^2) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} Q_i \ln \frac{R}{d_i} \\ &= Q \sum_{i=-\infty}^{\infty} \ln \frac{d_i^{\oplus}}{d_i^{\ominus}} \\ &= Q \left\{ \ln \prod_{i=-\infty}^{\infty} \frac{d_i^{\oplus}}{d_i^{\ominus}} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$-\ln \prod_{i=-\infty}^{\infty} \frac{d_i^{\oplus}}{d_i^{\ominus}} \quad (5)$$

ここに、 H ：原水位高

h ：点 $P(x, y)$ での水位高

k ：透水係数

R ：影響半径

d_i ： i 番目井（実井または虚井）から点 P までの距離

$d_i^{\ominus}$ ： $\theta < 0$ なる井から点 P までの距離

$d_i^{\oplus}$ ： $Q > 0$ なる井から点 P までの距離

$\prod_{i=-\infty}^{\infty}$ ： $i = -\infty$ から ∞ までの累乗

式(5)中の Q は実井での揚水量であり、各虚井での Q_i はその絶対値が Q に等しく、その符号は

不透水壁を介しての鏡像の場合：同符号} (6)
涵養壁を介しての鏡像の場合：異符号}

となる点に留意する。なお、以下不圧水についての式を導くが、被圧水の場合であれば、それぞれの最終式での $\pi k(H^2 - h^2)$ を $2\pi T(H - h)$ に置きかえればよい。ここに T は透水量係数（= 透水係数 $k \times$ 帯水層厚 b ）である。

2.1 片側涵養壁片側不透水壁の場合の揚水公式

2.1.1 単独井

表-1のタテ軸線 A, B の左側の $\oplus, \ominus$ は Q_i の符号、右側は各虚井の y 座標である。 a_1 は実井から涵養壁までの距離、 b_1 は不透水壁までの距離である。表-1中の I と I'、II と II' を組み合わせ、それぞれにおける $Q < 0, Q > 0$ 別の y 座標を拾ってみる。

(1) I と I' の組み合わせから

$Q < 0$ となる虚井の y 座標

$y > 0$ ： $A_1, 3A_1 + 2B_1, 5A_1 + 4B_1, \dots$

図-2 鏡像の無限配列
Infinite Series of image walls

表-1 片側涵養壁、片側不透水壁の場合の虚井の y 座標と Q の符号

I	⊖	$5A_1 + 4B_1$	⊖	$5(A_1 + B_1)$	II
	⊕	$4A_1 + 3B_1$	⊕	$4(A_1 + B_1)$	
	⊖	$3A_1 + 2B_1$	⊖	$3(A_1 + B_1)$	
	⊕	$2A_1 + B_1$	⊕	$2(A_1 + B_1)$	
	I_1 ⊖	A_1	⊖	$A_1 + B_1$	
		W		W	
II'	⊖	$-(A_1 + B_1)$	I_2 ⊕	$-B_1$	I'
	⊕	$-2(A_1 + B_1)$	⊖	$-(A_1 + 2B_1)$	
	⊖	$-3(A_1 + B_1)$	⊕	$-(2A_1 + 3B_1)$	
	⊕	$-4(A_1 + B_1)$	⊖	$-(3A_1 + 4B_1)$	
	⊖	$-5(A_1 + B_1)$	⊕	$-(4A_1 + 5B_1)$	
		系列 A		系列 B	

$$(2n+1)A_1 + 2nB_1$$

$$\because n=0, 1, 2, \dots, \infty$$

$$y < 0: -(A_1 + 2B_1), -(3A_1 + 4B_1), \dots,$$

$$(2n+1)A_1 + 2nB_1$$

$$\because n=-1, -2, \dots, -\infty$$

よって、各井から点 $P(x, y)$ までの距離の累乗は

$$\prod_{i=0}^{\infty} d_i^{\ominus} = \prod_{i=0}^{\infty} \sqrt{x^2 + \{2n(A_1 + B_1) + A_1 - y\}^2} \dots \dots (i)$$

同じく $Q > 0$ となる虚井の y 座標から

$$\prod_{i=0}^{\infty} d_i^{\oplus} = \prod_{i=0}^{\infty} \sqrt{x^2 + \{2n + (A_1 + B_1) - B_1 - y\}^2} \dots \dots (ii)$$

よって、I - I' 系列による式(5)の右辺の和を J とするとすれば

$$J = Q \sum_{i=0}^{\infty} \ln \frac{d_i^{\ominus}}{d_i^{\oplus}} = \frac{1}{2} Q \cdot G_1(x, y)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} G_1(x, y) &= \ln \prod_{i=0}^{\infty} [x^2 + \{2n(A_1 + B_1) \\ &\quad - (y - A_1)\}^2] \\ &\quad - \ln \prod_{i=0}^{\infty} [x^2 + \{2n(A_1 + B_1) \\ &\quad - (y + B_1)\}^2] \end{aligned} \right\} \dots \dots (iii)$$

(2) II と II' の組み合わせから

式(i)~(iii)を導いた同じ要領によって

$$K = Q \sum_{i=0}^{\infty} \ln \frac{d_i^{\ominus}}{d_i^{\oplus}} = \frac{1}{2} Q \cdot G_0(x, y)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} G_0(x, y) &= \ln \prod_{i=0}^{\infty} [x^2 + \{(2n-1)(A_1 + B_1) - y\}^2] \\ &\quad - \ln \prod_{i=0}^{\infty} [x^2 + \{2n(A_1 + B_1) - y\}^2] \end{aligned} \right\} \dots \dots (iv)$$

よって、式(iii)と(iv)を式(5)に代入して

$$\pi k(H^2 - h^2) = \frac{1}{2} Q \cdot [G_0(x, y) + G_1(x, y)] \dots \dots (7)$$

が求める解である。ここで無限数列 $G_0(x, y)$, $G_1(x, y)$ を簡単にすることを考える。Muskat²⁾にならって、

$$\begin{aligned} \ln \prod_{i=0}^{\infty} [\xi^2 + (na + \eta)^2] &= \ln \prod_{i=0}^{\infty} (na - \eta)^2 \\ &\quad + \ln \prod_{i=0}^{\infty} \left[1 + \frac{\xi^2}{(na - \eta)^2} \right] \dots \dots (a) \end{aligned}$$

式(a)の右辺の第1項を F_1 とすれば

$$F_1 = \ln \prod_{i=0}^{\infty} (na - \eta)^2 = \ln \eta^2 + \ln \prod_{i=0}^{\infty} \left[n^2 a^2 \left(1 - \frac{\eta}{na} \right)^2 \right]$$

ここに $\prod_{i=0}^{\infty} : n=0$ を除いた累乗

$$\therefore F_1 = \ln \eta^2 + \ln \prod_{i=1}^{\infty} n^2 a^2 + 2 \ln \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\eta}{na} \right) \left(1 + \frac{\eta}{na} \right)$$

ところで

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\eta}{na} \right) \left(1 + \frac{\eta}{na} \right) &= \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 - \frac{(\eta/a)^2}{n^2} \right) \\ &= \frac{\sin \pi \eta/a}{\pi \eta/a} \quad (\text{cf: 文献 3}) \end{aligned}$$

であるから

$$F_1 = \ln \eta^2 + \ln \prod_{i=1}^{\infty} n^2 a^2 + 2 \ln \frac{\sin \pi \eta/a}{\pi \eta/a} \dots \dots (b)$$

また、式(a)の第2項を F_2 とすれば

$$\begin{aligned} F_2 &= \ln \prod_{i=0}^{\infty} \left[1 + \frac{\xi^2}{(na - \eta)^2} \right] \\ &= \ln \prod_{i=0}^{\infty} \left[1 + \frac{(2\pi \xi/a)^2}{(2n\pi - 2\pi \eta/a)^2} \right] \\ &= \ln \frac{\cosh 2\pi \xi/a - \cos 2\pi \eta/a}{1 - \cos 2\pi \eta/a} \dots \dots (c) \end{aligned}$$

式(b)の右辺第3項と(c)の和は

$$\begin{aligned} \ln \frac{\sin^2(\pi \eta/a)}{(\pi \eta/a)^2} - \ln \frac{\cosh 2\pi \xi/a - \cos 2\pi \eta/a}{1 - \cos 2\pi \eta/a} \\ = \ln \frac{1}{2} + 2 \ln \frac{a}{\pi \eta} + \ln \left[\cosh \frac{2\pi \xi}{a} - \cos \frac{2\pi \eta}{a} \right] \end{aligned}$$

式(a)= $F_1 + F_2$ であるから、よって

$$\left. \begin{aligned} \ln \prod_{i=0}^{\infty} [\xi^2 + (na - \eta)^2] &= F_1 + F_2 = I_1 + I_2 \\ \text{ここに} \\ I_1 &= \ln \frac{1}{2} + \ln \prod_{i=1}^{\infty} n^2 a^2 + 2 \ln \eta + 2 \ln \frac{a}{\pi \eta} \\ &= \ln \frac{1}{2} + \ln \prod_{i=1}^{\infty} n^2 a^2 + 2 \ln \frac{a}{\pi} \\ I_2 &= \ln \left[\cosh \frac{2\pi \xi}{a} - \cos \frac{2\pi \eta}{a} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots (8)$$

式(8)を式(iii)の $G_1(x, y)$ の右辺に適用すれば

第1項： $\xi = x$, $a = 2(A_1 + B_1) = 2D$, $\eta = y - A_1$

第2項： $\xi = x$, $a = 2D$, $\eta = y + B_1$

であり、また a は第1項と第2項とで等しいから式(8)の I_1 項は消え、

$$\begin{aligned} \text{第1項} &= \ln \left[\cosh \frac{\pi x}{D} - \cos \frac{\pi(y - A_1)}{D} \right] \\ &= \ln \left[\cosh \frac{\pi x}{D} + \cos \frac{\pi(y + 2B_1)}{D} \right] \end{aligned}$$

$$\because D=A_1+B_1, \quad A_1=2a_1, \quad B_1=2b_1$$

であるから

$$\cos \frac{\pi(y-A_1)}{D} = \cos \left\{ \frac{\pi(y+2b_1)}{D} - \pi \right\} \\ = -\cos \frac{\pi(y+2b_1)}{D}$$

$$\text{第2項} = \ln \left[\cosh \frac{\pi x}{D} - \cos \frac{\pi(y+2b_1)}{D} \right]$$

よって、

$$G_1(x, y) = \ln \frac{\cosh \frac{\pi x}{D} + \cos \frac{\pi(y+2b_1)}{D}}{\cosh \frac{\pi x}{D} - \cos \frac{\pi(y+2b_1)}{D}} \dots\dots(v)$$

同じく式(8)を式(iv)の $G_0(x, y)$ 式に適用すれば、

$$\text{第1項} : \xi = x, \quad a = 2(A_1 + B_1) = 2D, \quad \eta = y + D$$

$$\text{第2項} : \xi = x, \quad a = 2D, \quad \eta = y$$

であるから

$$G_0(x, y) = \ln \frac{\cosh \frac{\pi x}{D} + \cos \frac{\pi y}{D}}{\cosh \frac{\pi x}{D} - \cos \frac{\pi y}{D}} \dots\dots(vi)$$

式(v)と(vi)を式(7)に代入して最終の解が得られるが、新たに $G(\xi, \eta)$ の関数を定義し直して示せば、

$$\pi k(H^2 - h^2) = \frac{1}{2} Q [G(x, y) + G(x, y + 2b_1)] \dots\dots(9)$$

$$\pi k(H^2 - h_w^2) = \frac{1}{2} Q \cdot [G(0, r_w) + G(0, 2b_1)] \dots\dots(10)$$

$$\therefore G(\xi, \eta) = \ln \frac{\cosh \frac{\pi \xi}{D} + \cos \frac{\pi \eta}{D}}{\cosh \frac{\pi \xi}{D} - \cos \frac{\pi \eta}{D}} \dots\dots(11)$$

$$D = 2d, \quad d = a_1 + b_1$$

a_1 : 実井から涵養壁までの距離

b_1 : 実井から不透水壁までの距離

$\cosh X = (e^X + e^{-X})/2$ (双曲線関数)

Q, r_w, h_w : 実井の揚水量, 井半径, 井内水位高
被圧水の場合には式(9), (10)の左辺を

$$2\pi T(H - h), \quad 2\pi T(H - h_w) \text{ に置きかえる。}$$

ここに T : 透水量係数

式(9)において、原点を $(-x_0, -y_0)$ に平行移動させ、この新しい座標系に対する任意の点 P の座標を新たに (x, y) , 涵養壁と不透水壁の y 座標をそれぞれ a, b とすれば

$$\pi k(H^2 - h^2) = \frac{1}{2} Q [G(x - x_0, y - y_0) + G(x - x_0, y + y_0 - 2b)] \dots\dots(12)$$

$$\pi k(H^2 - h_w^2) = \frac{1}{2} Q [G(0, r_w) + G(0, 2y_0 - 2b)] \dots\dots(13)$$

ここに、

(x_0, y_0) : 実井の座標

$G(\xi, \eta)$: 式(11)と同じ

ただし、 $D = 2d, \quad d = a + b$

a, b : 涵養壁および不透水壁の y 座標

2.1.2 群井

境界面に平行に Y 軸をとった任意の直角座標系を考え、各実井の座標を (x_i, y_i) , 各井の揚水量を Q_i , 井半径を r_i , 井内水位を h_i とする($i=1, 2, \dots, j, \dots, n$)。任意の井戸たとえば j 番目井について、式(12)~(13)から

$$\pi k(H^2 - h_j^2) = \frac{1}{2} Q_j [G(0, r_j) + G(0, 2y_j - 2b)] \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i [G(x_j - x_i, y_j - y_i) + G(x_j - x_i, y_j + y_i - 2b)] \dots\dots(14)$$

ここに $j=1, 2, \dots, n$ ($\because n$: 井戸本数)

$\sum_{i=1}^n : i=j$ を除くすべての i についての総和

たとえば h_j ($\because j=1, 2, \dots, n$)を与え、式(14)による計 n 個の連立方程式を解いて各井の揚水量 Q_j を求める。各井の Q_i が求まれば、任意の点 $P(x, y)$ での水位高 h は、式(12)から

$$\pi k(H^2 - h^2) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i [G(x - x_i, y - y_i) + G(x - x_i, y + y_i - 2b)] \dots\dots(15)$$

によって計算される。なお、各実井からポンプ揚水するものとし、各井での揚水量を Q_i とすれば、式(14)の連立方程式から各井での井内水位 h_j が求まることになる。地すべり対策としての集水井の場合、一般には自然排水方式をとっており、したがって Q_i は未知であり、よって h_j を推定して式(14)に与えるほかはない。

2.2 両側涵養壁の場合の揚水公式

2.2.1 単独井

表-2において

(1) $Q < 0$ の系列(I, I'の組み合わせ)

$$y > 0 : A_1, 2A_1 + B_1, 3A_1 + 2B_1, \dots, nA_1 + (n-1)B_1$$

$$\because n=1, 2, \dots, \infty$$

$$y < 0 : -B_1, -(A_1 + 2B_1), -(2A_1 + 3B_1), \dots,$$

図-3 片側涵養壁、片側不透水壁
Source-and-wall bounded well

$$nA_1 + (n-1)B_1$$

$$\therefore n=0, -1, -2, \dots, -\infty$$

(2) $Q>0$ の系列 (Ⅱ, Ⅱ' の組み合わせ)

$$y \geq 0: 0, A_1+B_1, 2(A_1+B_1), \dots, n(A_1+B_1)$$

$$\therefore n=0, 1, 2, \dots, \infty$$

$$y < 0: -(A_1+B_1), -2(A_1+B_1), \dots, n(A_1+B_1)$$

$$\therefore n=-1, -2, \dots, -\infty$$

よって

$$\pi k(H^2-h^2) = \frac{1}{2} Q \ln \prod_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + \{n(A_1+B_1) - (y+B_1)\}^2}{x^2 + \{n(A_1+B_1) - y\}^2} \dots\dots\dots (i)$$

式 (i) の右辺に前節での式 (8) を適用して解を得るが、

$$\text{分子: } \xi=x, a=A_1+B_1=D, \eta=y+B_1$$

$$\text{分母: } \xi=x, a=D, \eta=y$$

であるから、

$$\pi k(H^2-h^2) = \frac{1}{2} Q [G(x, y+2b_1) - G(x, y)] \dots\dots\dots (16)$$

$$\pi k(H^2-h_w^2) = \frac{1}{2} Q [G(0, 2b_1) - G(0, r_w)] \dots\dots\dots (17)$$

ここに

$$G(\xi(\eta)) = \ln \left[\cosh \frac{2\pi\xi}{D} - \cos \frac{2\pi\eta}{D} \right] \dots\dots\dots (18)$$

$$D=2d, d=a_1+b_1$$

a_1, b_1 : 実井から両涵養壁までの距離

実井の座標を (x_0, y_0) , 両涵養壁の y 座標をそれぞれ a, b とすれば

$$\pi k(H^2-h^2) = \frac{1}{2} Q [G(x-x_0, y+y_0-2b) - G(x-x_0, y-y_0)] \dots\dots\dots (19)$$

$$\pi k(H^2-h_w^2) = \frac{1}{2} Q [G(0, 2y_0-2b) - G(0, r_w)] \dots\dots\dots (20)$$

ここに (x_0, y_0) : 実井の座標

h : 任意の点 (x, y) での水位高

a, b : 両涵養壁の y 座標, $d=a-b$

表-2 両側涵養壁の場合の虚井の y 座標と Q の符号

Ⅰ {	⊖	$3A_1+2B_1$	Ⅱ {	⊕	$3(A_1+B_1)$
	⊖	$2A_1+B_1$		⊕	$2(A_1+B_1)$
	$I_1 \ominus$	A_1		⊕	A_1+B_1
	⊕	$W-(A_1+B_1)$		$I_2 \ominus$	$-B_1$
	⊕	$-2(A_1+B_1)$		⊖	$-(A_1+2B_1)$
Ⅱ {	⊕	$-3(A_1+B_1)$	Ⅰ' {	⊖	$-(2A_1+3B_1)$
	⊕	$-4(A_1+B_1)$		⊖	$-(3A_1+4B_1)$

系列 A 系列 B

$G(\xi, \eta)$: 式 (18) に同じ

2.2.2 群井

涵養壁に平行して xy 軸をとった任意の直角座標系を考え、§2.1.2 と同じく計 n 基の実井を配置した場合、式 (20) と (19) から

$$\pi k(H^2-h_j^2) = \frac{1}{2} Q_j [G(0, 2y_j-2b) - G(0, r_w)] + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^n Q_i [G(x_j-x_i, y_j+y_i-2b) - G(x_j-x_i, y_j-y_i)] \dots\dots\dots (21)$$

$$\pi k(H^2-h^2) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i [G(x-x_i, y+y_i-2b) - G(x_j-x_i, y_j-y_i)] \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 $j=1, 2, \dots, n$; $i=1, 2, \dots, n$

Q_j, r_j, h_j, x_j, y_j : j 番目実井の揚水量、井半径、井内水位高、井の x, y 座標

Q_i, x_i, y_i : i 番目実井の揚水量と x, y 座標

$\sum_{i \neq j}^n$: $i=j$ を除くすべての i についての総和

h : 点 $P(x, y)$ での水位高

他は式 (19), (20) に同じ

式 (21) の h_j ($j=1, 2, \dots, n$) を与え、計 n 個の連立方程式を解いて各井の Q_i を求め、これを式 (22) に代入して任意点 $P(x, y)$ での水位高 h を得る。

2.3 揚水公式のとり扱いにおける留意点

以上の各揚水公式にみるごとく、境界面のうち少なくとも一方が涵養壁である場合には影響半径 R の項が消え、井から境界面までの距離 a_1, b_1 がこれにとって代る。揚水試験の目的は、透水係数 k のほか、この a_1, b_1 を見出すことにあり、これを逆にいえば、 a_1 と b_1 を無視した、たとえば半無限帯水層に対する通常の揚水公式

$$\pi k(H^2-h^2) = Q \cdot \ln \frac{R}{r} \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 h : 井中心から r 離れた地点での水位高

を用いて h を求めるとすれば、大きな過ちを犯すことになる。

境界面が2つの場合について、ここでは Thiem の式から出発した揚水公式を導いた。ここでいう涵養壁は、その位置での水位は変わらないとする境界面を指す。陥没帯を生じている場合、§1 でも述べたように、陥没帯下流側壁（不透水壁）寄りに集水井を配置する方が対策としての排水効果が大い。このような場合、陥没帯上流側壁を涵養壁としてとり扱うのは、すなわちその位置での水位は変わらないとするのは対策工の上で安全側の設計である。地すべり対策工はもっとも危険な状態に対応して設計されるべきものであり、また異常降雨時には当然そこでの水位は高まろうし、したがって妥当な設計といえよう。すなわち、式 (9)~(15) を用いた設計ということになる。なお、陥没帯下流側壁については、異常降雨

時においてもなおそこの水位が危険水位に達することのないように、集水井からの集水ボーリングを密に配置すべきである。Thiemの式から出発した揚水公式を導いた意味も、以上から肯づけられよう。

両側不透水壁の場合の揚水公式は示していない。この場合には、実井・虚井の揚水量 Q_i はともに正であり、影響半径 R は消去されない。したがって、実井と虚井との重ね合わせは、実井を中心とした R の範囲内の有限個の虚井について行えばよい。 R のとり方に問題があり、またこの種のケースは実際的でもない。

2.4 解析手順——水文定数 a_1 , b_1 , k の決定

観測孔 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$, $P_4(x_4, y_4)$ での平衡水位高をそれぞれ h_1 , h_2 , h_3 , h_4 とし、片側涵養壁片側不透水壁の場合を例にとり説明する。観測孔の任意の2つの組たとえば P_1 と P_2 , P_3 と P_4 の組み合わせから

$$C_1 \cdot F(x_2, y_2) - F(x_1, y_1) = 0 \dots\dots\dots (a)$$

$$C_2 \cdot F(x_4, y_4) - F(x_3, y_3) = 0 \dots\dots\dots (b)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} C_1 &= (H^2 - h_1^2) / (H^2 - h_2^2) \dots\dots \text{不圧水} \\ &= (H - h_1) / (H - h_2) \dots\dots \text{被圧水} \\ C_2 &= (H^2 - h_3^2) / (H^2 - h_4^2) \dots\dots \text{不圧水} \\ &= (H - h_3) / (H - h_4) \dots\dots \text{被圧水} \end{aligned}$$

$$F(x, y) = \frac{1}{2} [G(x, y) + G(x, y + 2b_1)]$$

$$G(\xi, \eta) \dots\dots \text{式 (11) に同じ}$$

a_1 , b_1 のうちたとえば b_1 を与え、式 (a) および (b) を満足する a_1 をそれぞれ求め、ヨコ軸に b_1 , タテ軸にそれぞれの a_1 をとりプロットする。両曲線の交点座標が求める a_1 , b_1 であり、これを式 (9) または (10) に代入して透水係数 k を得る。この場合、たとえば両側涵養壁の式 (19) を用いて上の操作を行えば曲線は交らず、すなわち解なしとの結論を得る。

〔解析例〕 図-4 の (a) に示すような観測孔の配置のもとに揚水試験を行い、次のような観測結果が得られた。ただし同図のヨコ軸は地下水境界面に平行にとり、また地下水は不圧水とする。

揚水孔半径 $r_w = 10\text{cm}$

揚水量 (平衡状態) $Q = 75\text{l/分}$

原水位高 $H = 30.0\text{m}$

井内水位高 (平衡状態) $h_w = 8.0\text{m}$

観測孔の x, y 座標および平衡水位高 (単位: m)

$P_1: 20, 20, 29, 37$ $P_2: 25, -10, 27, 35$

$P_3: -20, -10, 26, 77$ $P_4: -30, 10, 28, 78$

P_1 と P_2 , P_3 と P_4 の組み合わせをとり、任意の b_1 対応の式 (a) および (b) の解を求めて示すと表-3 のとおりで、これをプロットしたのが図-4 の (b) である。2つの曲線の交点から

$$a_1 = 25\text{m}, b_1 = 15\text{m}$$

表-3 各観測孔における $b_1(\text{m})$ 対応の $a_1(\text{m})$

b_1	$P_1 \sim P_2$	$P_3 \sim P_4$
10.0	24.619	25.218
15.0	25.000	24.990
20.0	25.067	24.400
25.0	25.025	23.908
30.0	24.955	23.552
35.0	24.883	23.317
40.0	24.819	23.149
45.0	24.764	23.030
50.0	24.716	22.945

図-4 井、観測孔配置と境界までの距離
Example of analysis

と定まり、これを式 (9) に代入して

$$k = 3.16 \times 10^{-4} \text{cm/sec}$$

いまの場合、たとえば両側涵養壁の式 (19) を用いれば、いずれの b_1 の値に対しても、式 (a) および (b) を満足する a_1 は求まらない。すなわち、片側涵養壁片側不透水壁、壁間距離 $d = 25 + 15 = 40\text{m}$ 、透水係数 $k = 3.16 \times 10^{-4} \text{cm/sec}$ が求める解である。

文 献 録

- 1) フック、ブレイ著：岩盤斜面工学，朝倉書店，1979年，p. 17
- 2) M. Muskat: The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1937年, p. 190
- 3) 岩波全書数学公式Ⅱ，1978年，p. 85~86
(原稿受理日 昭和59年12月14日)