地山応力に対する間隙水圧の影響

The Influence of Pore Water Pressure on the Stress in a Soil Mass

山田 壽政* 小島 義孝** 速水 博秀***
Toshimasa YAMADA Yoshitaka KOJIMA Hirohide HAYAMIZU

Abstract

This paper emphasizes that the influence of pore water pressure should be taken into account when we analyze the stress in a soil mass or evaluate the stability of a slope. Although the stress in a soil mass varies with pore water pressures, most of the available FEM computer programs leave it out of consideration.

We propose an improved computer program which includes the parameter of pore water pressure based on the Biot's theory. To understand the relationship between the stress and pore water pressure, we discussed two simple cases. In the first case, we concluded that the effect of pore water pressure should be taken into account in designing a retaining wall.

In the second case, we calculated the stress in a slope of a dam model, of which pore water pressures varied with water levels of the reservoir. The results show that the factor of safety calculated tends to be smaller when the effect of pore water pressure was taken into account.

キーワード：地山応力，間隙水圧，応力解析，安定性評価，擁壁設計

1. はしがき

傾斜地形の安定性評価は災害防止上の重要事項なので多くの評価法が開発され、さらに新規評価法も提案されている。それらの一つとして最近有限要素法による応力解析の実施例を見受けられるようになった。ただ有限要素法による評価では一般に全体安全率に対する判断が十分でなくこれが欠点と考えられるが、各部に発生する応力、ひずみ、変位を精密に知ることが可能なことに利点があると言われている。

なおこのような安定性の評価では、地山中の間隙水圧の影響を正確に考慮する必要があることは言うまでもない。すなわち安定性評価に対する間隙水圧の影響としてまず第一に滑り発生限界に関するものがあるが、さらに間隙水圧による応力そのものの変化がある。これらのうち前者についてはモール・クーロンのせん断破壊規準を改良した

$$f = \frac{c + (\sigma - p)\tan\phi}{\tau}$$

が使用されており、間隙水圧が考慮されていることは良く知られている。ただし f は安全率、 c は粘着力、 ϕ はせん断抵抗角、 σ 、 τ はそれぞれ滑り面に作用する真の圧縮応力、せん断応力、 p は間隙水圧である。

一方後者すなわち上式に示した応力 σ 、 τ 自身に対する間隙水圧の影響については無視するか近似的に考慮するのみで正確な考慮は行われていなかったように思われる。従来ビオラにより間隙水圧と応力の関係について多くの理論的研究結果が発表されているにもかかわらず、この結果が安定評価に取り入れられなかった理由として地山に発生するひずみを考慮しない評価法が一般に行われていたためと考えられる。すなわちビオの論文¹⁾によれば、応力解析に於いて間隙水圧は対象物体の応力・ひずみ関係式に影響するので、ひずみを考慮している有限要素応力解析法ならば上記理論を取り入れることが可能である。

しかし現在市販されている普通の有限要素応力解析プログラムには間隙水圧の影響を考慮する機能はないようである。そこで我々は市販プログラムの改造を行い間隙水圧を考慮できるようにした。また従来から手持ちの有限要素浸透流解析プログラムとこのプログラムを結合し、地層中に浸透流が存在する場合についてその圧力を考慮して応力解析できるようにした。

2. 間隙水圧を考慮した有限要素応力解析プログラム

有限要素法によって応力解析を行うとき、必要とされる関係式は次の通りである。まず節点変位ベクトル $\{u\}$ とひずみベクトル $\{\varepsilon\}$ の関係として、間隙水圧の有無によらず

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\} \dots\dots\dots(1)$$

* 日本基礎技術(株)技術本部技術システム部

** 日本基礎技術(株)技術本部調査設計第一部

*** 日本基礎技術(株)技術本部顧問

が必要である。ただし、 $[B]$ は形状関数マトリックス $[N]$ の要素を座標 x , 座標 y で微分した関数によって構成された形状関数の微分マトリックスである。

応力ベクトル $\{\sigma\}$ は引っ張り応力を正值とし、間隙水圧の影響を考慮すると

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} - [NN]\{P\} \quad \dots\dots\dots(2)$$

となる。ただし $[D]$ は弾性係数マトリックス, $[NN]$ は要素内の間隙水圧を定める形状関数マトリックス, $\{P\}$ は節点間隙水圧ベクトルである。

要素内の間隙水圧ベクトル $\{p\}=[NN]\{P\}$ を用いると
(2)式は

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} - \{p\} \dots\dots\dots (2')$$

となる。間隙水圧を考慮したとき応力・ひずみ関係式が上記のようになる理由についてはピオの論文に示されているが、付録に簡単な説明を示した。

有限要素法で節点変位を決定する方程式は、応力の釣合い方程式から求め、地山単位体積の重量ベクトルを $\{w\}$ 、節点に作用する外力のベクトルを $\{F\}$ とすると

$$\begin{aligned} & \sum \int_k \{\delta\}^T [B]^T \{\sigma\} ds \\ &= \sum \{\delta\}^T \{F\} + \sum \int_k \{\delta\}^T [N]^T \{w\} ds \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

となる。すなわち形式的には間隙水圧が存在しない場合と同一になる。ただし Σ は要素すべてにわたる和を意味し、左辺および右辺第 2 項の積分は要素 k に於いて実施するものとする。 $\{\delta\}$ は節点仮想変位ベクトルである。

(3) 式がどのような $\{\delta\}$ についても成立するとして解くと²⁾ 節点変位を定めることができる。

点安全率 S 、 F の算定式についても間隙水圧を考慮すると、モール・クーロンのせん断破壊規準から、

$$S. F = \frac{2C \cos \phi + 2(\sigma_3 - p_0) \sin \phi}{(1 - \sin \phi)(\sigma_1 - \sigma_3)} \dots\dots\dots(4)$$

または

$$S. F = \frac{2C \cos \phi + (\sigma_1 + \sigma_3 - 2p_0) \sin \phi}{(\sigma_1 - \sigma_3)} \dots\dots\dots(5)$$

となる³⁾。ただし p_0 は要素内平均間隙水圧、 C は粘着力、 ϕ はせん断抵抗角、 σ_1 、 σ_3 は圧縮を正值として求めた最大および最小主応力である。

以上(1)式～(5)式を満たすよう市販の有限要素応力解析プログラム(富士通エフ、アイ、ピーの地盤変形解析プログラム)を改良した。

3. 解析例 (1) 擁壁設計のための応力解析

電子計算機による解析結果はすべて数値で与えられるが、間隙水圧が地山応力にどの様に影響するかを総合的に見るのが困難である。このため図-1に示すモデルについて直接理論式による解析を行った。このモデルでヤング率 E 、ポアソン比 ν を一定と仮定し、平面ひずみ状態を考えると X 方向の変位 ux のみが発生し、しかも座標

図-1 擁壁にかかる土圧解析モデル

Y, Z には無関係となる。このためひずみはX方向の縦ひずみ

$$\varepsilon x = \partial u x / \partial x \dots\dots\dots(6)$$

ので、他はすべて零となる。したがって応力は(2)式によって

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_x - p \\ \sigma_y &= \sigma_z = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_x - p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となる。

応力の釣合い方程式はX方向に対するものだけ考えれば十分なので

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - w = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。ただし w は土の単位体積重量である。

(8)式に(7)式の第1式を代入して積分し，境界条件

$$x=0 \quad \text{に於いて} \quad \sigma_x=0 \quad \cdots \cdots \cdots (9)$$

を考慮すると

$$\epsilon_x = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)}(p+wx) \dots\dots\dots (10)$$

が求まる。これを(7)式に代入して

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\nu}{1-\nu} wx - \frac{1-2\nu}{1-\nu} p \dots\dots\dots (11)$$

を得る。ただし x は負値なので応力はすべて圧縮応力となる。

(II)式の応力は以上の解析手順から明らかなようにいわゆる真の応力であり、この結果は真の応力自身に間隙水圧が影響することを示している。

なお間隙水圧を無視して応力解析を実施すると、 σ_x は上記と一致するが

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\nu}{1-\nu} \alpha x \dots\dots\dots (12)$$

となる。(11), (12)式から明らかなようにポアソン比 $\nu=0.5$ の場合を除いて圧縮応力 σ_y , σ_z は間隙水圧により増大することを示している。

したがって図-1の擁壁を設計する際、間隙水圧を無視して求めた応力 σ_0 を用いると強度不足となる危険性がある。

4. 解析例(2) 傾斜地形の安定評価

改造した有限要素応力解析プログラムにより間隙水圧が地山応力に及ぼす影響を検討するため、ダム式貯水池両岸の応力分布を解析した。解析モデルの断面を図-2とし、水位が変化した場合について間隙水圧を非定常解析し、この結果を用いて応力を求めた。また間隙水圧を全く考慮しない場合の解析を行い、点安全率を前者と比較した。

図-2 安定性解析モデル図

図-3 地山内間隙水圧の分布 (水位降下開始後720時間後)

図-4 地山の主応力の大きさと方向 (水位降下開始後720時間後、間隙水圧を考慮した場合)

図-5 最大主応力の分布状況 (水位降下開始後720時間後、間隙水圧を考慮した場合)

図-6 各要素における点安全率 (水位降下開始後720時間後、間隙水圧を考慮した場合)

図-7 地山に発生した変位（水位降下開始後720時間後、間隙水圧を考慮した場合）

図-8 点安全率の経時変化

貯水池水位の変化は間隙水圧の非定常分布を考察の対象とするため、実情とは多少相違するが初期水位65mが240時間後45mに低下し、480時間後30mに低下しその後一定値を保つものとした。簡単のため透水係数は $1 \times 10^{-3} \text{cm/s}$ 、間隙率は0.3、比貯留係数は 0.003m^{-1} とした。地山応力の解析は時刻0h、240h、480h、720h、1,200h、3,600hの各時刻において実施した。

ヤング率は $1.5 \times 10^8 \text{tf/m}^2$ 、ポアソン比は0.3、粘着力は 20tf/m^2 、せん断抵抗角は30度とした。なお地山の単位体積重量は間隙水の有無によって変化するが、ここでは 2tf/m^3 とした。図-3に解析結果の一例として時刻720hにおける間隙水圧の分布を示す。図-4は同時刻における地山の主応力の大きさと方向を示す。図-5は同時刻における最大主応力の分布状況である。図-6は同時刻で

の各要素における点安全率を示している。また図-7の実線は同時刻に地山に発生した変位を示している。ただし点線は水位0mで間隙水圧も存在しない時の位置を示している。

図-8は間隙水圧を考慮した場合と、無視した場合の点安全率の比較であり、図中の数字は要素番号である。この図から明らかなように間隙水圧を考慮すると安全率が大きく低下する所と上昇する所があるが、一般に低下する方が多い。ここで求めた点安全率と全体安全率がどのように関係するかは今後の問題であるが、両者は常識的には同一傾向で変化すると考えられるので、上記結果から応力解析において間隙水圧を考慮することが安全確保を確実にするため必要であることは言うまでもない。

5. あとがき

地山中に分布する応力は間隙水圧に影響されて変化する。したがって弾性力学理論による応力解析においても間隙水圧の考慮が必要である。しかし従来市販されている普通の有限要素応力解析プログラムでは間隙水圧を考慮することができなかった。そこで筆者らは手持ちのプログラムを改良して応力解析を行った。なお間隙水圧と応力の関係を総合的に把握するため、簡単なモデルについて理論式による解析を行った。そして土留め、擁壁等の設計に於いて、間隙水圧を考慮した応力解析が必要なことを明らかにした。さらに貯水池両岸の貯水水位の変化による応力変化について電子計算機による解析を行った。その結果この例では貯水水位低下による両岸の安全率について、点安全率の変化から判断すると、間隙水圧を考慮した解析のほうが一般に小さくなると推定された。すなわち傾斜地形の安定評価についても間隙水圧を考慮した解析の必要性が明らかになった。

付 録

普通応力・ひずみ関係式としてフックの式⁴⁾が用いられるが、この式では間隙水圧の影響を考慮することができない。このためピオにより間隙水圧を考慮した応力・ひずみ関係式が与えられた。ここではそれを簡略化して紹介する。

地山中に図-9のような直交座標を設定し、X, Y, Z方向にそれぞれ単位長さを有する立方体を考える。この立方体中に存在する土、砂その他の固形物体をモデル化して球と考えると図-10のようになる。さらに球と球の間には排水可能な間隙水圧が存在し、球に間隙水圧 p を与えているものとする。さて前記立方体の各表面には球の切断面と間隙の切断面が現れているが、これら各表面に間隙水圧 p (正值) に等しい圧縮応力 σ_p (負値) が加えられていれば、球の切断面にも圧力 p が作用したと同等になる。すなわち立方体中の全球にたいし等方圧力 p が作用したことになるので、立方体に生ずる体積ひずみ ϵ_p は

$$\epsilon_p = \sigma_p / K_0 = -p / K_0 \quad \cdots \cdots (13)$$

となる。ただし K_0 は一般に実質部分の体積弾性率と呼ばれている物性値である。

なお地山が等方性の場合X, Y, Z方向のひずみ ϵ_{px} , ϵ_{py} , ϵ_{pz} は

$$\epsilon_{px} = \epsilon_{py} = \epsilon_{pz} = \frac{1}{3} \epsilon_p = \frac{-p}{3K_0} \quad \cdots \cdots (14)$$

となる。

次に図-11に示すようX, Y, Z方向にそれぞれ圧縮応力 σ_x , σ_y , σ_z が作用する場合は、図-12のように応力 σ_x

図-9 地山中に設定した座標系

図-10 地山のモデル

図-11 応力と間隙水圧の同時作用

を $\sigma_p (= -p)$ と $\sigma_x - \sigma_p$ (テルツァギーの有効応力)に分け、 σ_y , σ_z も同様に分けて、ひずみを求める。第1の負荷によって発生するX方向のひずみ ϵ_{px} は(14)式で定まり、第2の負荷に対する ϵ_{ox} は間隙水圧がないのでフックの法則が適用でき、球の集合体に対するヤング率を E 、ポアソン比を ν とすると

$$\begin{aligned} \epsilon_{ox} &= \frac{1}{E} \{ (\sigma_x - \sigma_p) - \nu(\sigma_y - \sigma_p) - \nu(\sigma_z - \sigma_p) \} \\ &= \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} + (1 - 2\nu)p \quad \cdots \cdots (15) \end{aligned}$$

となる。したがって第1, 第2の負荷によってX方向に

図-12 応力の分割負荷

表-1 $p = 1 \text{ kgf/cm}^2 \{98 \text{ kN/m}^2\}$ における各種物質の圧縮性

物 質	圧縮性 $\text{cm}^2/\text{kgf} \{ \text{m}^2/\text{kN} \}$	
	m_v	m_s
石 英 質 砂 岩	5.8×10^{-6} $\{5.92 \times 10^{-8}\}$	2.7×10^{-6} $\{2.76 \times 10^{-8}\}$
花 崗 岩	7.5×10^{-6} $\{7.65 \times 10^{-8}\}$	1.9×10^{-6} $\{1.94 \times 10^{-8}\}$
大 理 石	17.5×10^{-6} $\{17.86 \times 10^{-8}\}$	1.4×10^{-6} $\{1.43 \times 10^{-8}\}$
コ ン ク リ ー ト	20.0×10^{-6} $\{20.41 \times 10^{-8}\}$	2.5×10^{-6} $\{2.55 \times 10^{-8}\}$
密 な 砂	$1,800.0 \times 10^{-6}$ $\{1,840.0 \times 10^{-8}\}$	2.7×10^{-6} $\{2.76 \times 10^{-8}\}$
粗 い 砂	$9,000.0 \times 10^{-6}$ $\{9,180.0 \times 10^{-8}\}$	2.7×10^{-6} $\{2.76 \times 10^{-8}\}$
過圧密粘土 (洪積粘土)	$7,500.0 \times 10^{-6}$ $\{7,650.0 \times 10^{-8}\}$	2.0×10^{-6} $\{2.04 \times 10^{-8}\}$
正規圧密粘土 (沖積粘土)	$60,000.0 \times 10^{-6}$ $\{61,200.0 \times 10^{-8}\}$	2.0×10^{-6} $\{2.04 \times 10^{-8}\}$
水	48.0×10^{-6} $\{48.96 \times 10^{-8}\}$	48.0×10^{-6} $\{48.96 \times 10^{-8}\}$

m_v : 全体の圧縮性, m_s : 実質部の圧縮性

発生するひずみ ϵ_x は ϵ_{px} と ϵ_{ox} を加えて

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \epsilon_{px} + \epsilon_{ox} \\ &= \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} + \frac{p}{3K} - \frac{p}{3K_0} \\ &= \frac{1}{E} \{ \sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \} + \frac{p}{3K} \left(1 - \frac{K}{K_0} \right) \quad \dots\dots\dots (16)\end{aligned}$$

となる。ただし

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

は球の集合体に対する体積弾性率である。

上記と同様に Y 方向のひずみ ϵ_y , Z 方向のひずみ ϵ_z を求めると

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} \{ \sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x) \} + \frac{p}{3K} \left(1 - \frac{K}{K_0} \right) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} \{ \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \} + \frac{p}{3K} \left(1 - \frac{K}{K_0} \right) \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる。当然なことであるが $p = 0$ の場合 (16), (17), (18) 式はフックの応力・ひずみ関係式と完全に一致する。

なお間隙水圧はその圧力の大小によらずせん断変形に抵抗しないので, せん断ひずみはせん断応力のみに関係し間隙水圧に無関係に

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad \dots\dots\dots (21)$$

となる。ただし G は球の集合体に対するせん断弾性率である。

以上が間隙水圧を考慮したときの応力-ひずみ関係であるが (16), (17), (18) 式を応力について解きひずみで応力を示す式を求めると

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu)\epsilon_x \\ &\quad + \nu(\epsilon_y + \epsilon_z) \} - \beta p \quad \dots\dots\dots (22)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu)\epsilon_y \\ &\quad + \nu(\epsilon_z + \epsilon_x) \} - \beta p \quad \dots\dots\dots (23)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu)\epsilon_z \\ &\quad + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y) \} - \beta p \quad \dots\dots\dots (24)\end{aligned}$$

となる。ただし

$$\beta = 1 - \frac{K}{K_0} \quad \dots\dots\dots (25)$$

である。

表-1は土質工学ハンドブック⁵⁾から引用した土、砂、岩石等の実質のみの圧縮性 m_s 、全体の圧縮性 m_v である。 $m_s=1/K_0$ 、 $m_v=1/K$ だから一般に土、砂などでは K に対して K_0 が十分大きくなり $\beta=1$ とすることができる。

最後に(16)、(17)、(18)式の適用限界について考察する。これら各式には球の集合体のヤング率が用いられているが、球の集合体の場合このヤング率は圧縮応力に対するもので、引っ張り応力に適用することができない。したがって $\sigma_x-\sigma_p$ 、 $\sigma_y-\sigma_p$ 、 $\sigma_z-\sigma_p$ の一つでも正值となる場合、これら各式および(22)、(23)、(24)式は用いることはできない。

参考文献

- 1) Biot, M. A.: General Theory of Three-dimensional Consolidation Journ. Appl. Phys. 12.155.1941
 - 2) 三好俊郎他: 演習有限要素法, サイエンス社, 1986
 - 3) 富士通エフ, アイ, ビー: 地盤変形解析プログラム解説書, 1987
 - 4) 渥美光: 機械工学体系(8), 固体力学概論, コロナ社, 1978
 - 5) 土質工学会: 土質工学ハンドブック, 1982
- (原稿受理日 平成3年1月28日)

新刊紹介:

「コンピュータ編集による日本地質図

(1:2,000,000)」

山田直利・斉藤英二・村田泰章著

(地質調査所, 1990)

日本では、国土地理院によって全域の5万分の1をはじめとする各種の地形図が発行され、また地質調査所によって同じく5万分の1地質図など多くの地質図が刊行されており、地すべりの研究にとって、最も基本的な地形・地質情報が容易に入手できる恵まれた環境にある。これらの情報は1種のデータベースであるもののアナログ情報であり、現在のようにコンピュータが普及している時代からみれば、これらのデジタル化が望ましいことである。現在、デジタル地形情報としては国土地理院の国土数値情報が知られているが、地質情報はデジタル化しにくい情報もあって今でも多色刷りの地質図で我慢しているところである。

地質調査所では数年前から本格的に地質図のデジタル化に取り組み、いくつかの地質データベース・システムを構築する作業を進めてきた。その成果の一環として今回この200万分の1日本地質図を作成した。

この日本地質図は、工業技術院特別研究「地質データ

ベースの開発と利用に関するパイロット研究」(1985-1989)の「地質図データベースの研究」の一部として作成された。原図は、地質調査所による日本地質アトラス(1982)の一つとして発行された100万分の1の地質図である。この地質図のデジタル数値ファイルはサンシャイン計画の地熱情報データベース・システム(SIGMA)に基づくもので、地形基図は国土地理院の国土数値情報と海上保安庁の水深データファイルを用いてある。これらに基づいてコンピュータマッピングの手法で、①地質数値ファイルの更新、②地形図の更新、③地質図の編集、④印刷が実施されて作成された。この新手法によれば、従来の手法による地質図とともにデジタル地質図のファイルが同時に作成されることにより、最も労力のかかる地質区分の変更とそれに基づく製図と印刷(とくに多色刷り)の工程が著しく節約できる。それとともに、地質図がデジタルファイルとして供給されることも可能となり、地質図の利用方法も大きく変わり、我々にとってもっとなじみ易いものになるであろうと考えられる。この地質図はその第1歩をなすものであり、今後このような努力が重ねられることを期待してやまない。

本地質図は最新の地質情報に基づいており、かつ全紙大の紙1枚に収まっているので、日本全土の地質図として丁度手ごろなものとして薦める次第である。

(文責: 藤田 崇)