斜面の安定と変形解析総説：LEMとFEMの応用

A Survey of Stability and Deformation Analysis of Slopes : LEM and FEM

第Ⅰ編 山上拓男^{*)}・第Ⅱ編 鵜飼恵三^{**)}

Takuo YAMAGAMI・Keizo UGAI

Abstract

A brief review is given of stability and deformation analysis of slopes, focused on the limit equilibrium method (Part 1) and the finite element method (Part 2). In part 1, historical development of slice and column methods is first summarized. Common characteristics as a single value factor of safety analysis for the conventional methods are then made clear. These are followed by summaries of the central ideas of five typical factor of safety equations. In Part 2, principle of finite element method and how to apply it to slope problems are briefly presented, emphasizing that FEM can handle deformation behavior which LEM cannot. Future subjects in this field are also indicated.

Keywords : limit equilibrium method, slope stability, factor of safety, finite element method, deformation analysis, constitutive law

和文要旨

極限平衡法（第一編）と有限要素法（第二編）に焦点を絞って斜面の安定と変形解析法の現況を概観している。まず第一編では、始めに分割法発展の歴史的経過を大まかにたどった。次いで分割法に等しく内在する単一安全率解析法としての特性を指摘した。後半では代表的な5つの安全率算定式を取り上げ、それらの中心概念を略述している。第二編では、極限平衡法のまったく及ばない変形解析が可能な点を強調しつつ、有限要素法の原理や斜面問題への適用のあらましと今後の目差すべき方向を要約している。

キーワード：極限平衡法，斜面安定，安全率，有限要素法，変形解析，構成則

はじめに

斜面に限らず土構造物が外力の作用で破壊するとき、その前段階で大なり小なり変形が生ずる。図-1は土のある要素の応力-ひずみ挙動を模式的に示したもので、応力が作用していない状態を無ひずみ（変形零の）状態としておく。この要素に外力が作用し、徐々に変形が進展すると、対応する応力・ひずみ点は原点Oから出発して途上のI点を経て、ついにはピーク点（P点）に至ることとなる。更に外力が作用し続けると、土の種類ないし状態に応じて2通りの振る舞いを見せることが知られている。1つはピーク以降応力が一定のままひずみのみが増加する場合（P→P'）；他の1つはピーク後応力が大なり小なり減少しつつひずみが進行し（P→R），最終的にR点以降ではほぼ一定の応力を保ちつつひずみが増大す

る場合（R→R'）。

以上の土の挙動において、O→I→P段階はひずみ硬化（strain hardening）過程と呼ばれ、変形に伴って土の抵抗力が徐々に発揮されていく過程である。そしてピーク点（P点）はその土が発揮し得る最大の抵抗力を表していて、この点に相当する強度はピーク強度と呼ばれる。P点以降P→P'をたどる材料はひずみ硬化体（strain hardening material）などと称されている。またP点以後R点に向って応力が減少する過程はひずみ軟化（strain softening）過程と呼ばれ、この間では土の外力に対する抵抗力が先とは逆に徐々に減少することを意味している。ひずみ軟化を示す材料は文字通りひずみ軟化体（strain softening material）と呼ばれる。そしてR点に相当する強度は残留強度（residual strength），R→R'過程は残留状態などとそれぞれ呼ばれている。

さて、通常我々が破壊と呼んでいるのは上述のピーク点Pないし残留強度R点に達した状態であるが、これらの点に至るまでにひずみ ϵ_p あるいは ϵ_r に相当する変形が必ず先行して生じていることは言うまでもない。したがって、斜面が（すべり）破壊を生ずるか否かを検討するには、与えられた外力のもとに逐次変形過程（図のO→I→P→P' or R→R'過程）を追跡して行くのが最も理にかなった手順と考えられる。しかしながら、こうした土の変形を求める方法はその構築が著しく困難で土の力学の発展史上永らく人跡未踏の領域であったと言っても過言ではない。土に限ることなく物体の変形を定めるにはその材料の構成則つまり応力-ひずみ関係が明らかになっていなければならないが、土の構成則は弾性体など

図-1 土の応力-ひずみ関係の模式図

^{*)} 徳島大学工学部
〒770-8506 徳島県徳島市南常三島町2-1

^{**)} 群馬大学工学部
〒376-8515 群馬県桐生市天神町一丁目

に比べて圧倒的に複雑であったため、その実態をつまびらかにできなかったこと；加えて土の応力－ひずみ関係は非線形となるが、こうした非線形変形特性を考慮し得る解析理論そのものが未成熟であったため、変形を定量評価することはほとんど不可能であった。そこで、我々の世界の先達は、もはや変形を取り扱うことは諦め、図のP点やR点のみに着目し、斜面が破壊を生ずるか否かの観点だけで解析する誠に巧妙な手法を打ち立てた。このように変形には一切触れることなく（変形は未知のまま）破壊するかどうかだけを対象とする問題を安定問題と呼ぶが、これを解くために3つの異なる方法が確立されている。すなわち、極限平衡法、極限解析法、及びすべり線法である。このうち、極限平衡法（Limit Equilibrium Method）が最も古くより、そして最も広範に活用されていることから、本文ではこれに限定して解説を加える。

一方、現在では土の構成則に関する知見の蓄積と、コンピュータ解析を前提とした数値解析法の目覚ましい発達により、往時には想像すらできなかった変形問題を定量的に扱う手法がやはり幾つか開発され実用に供されている。つまり、図－1の経路O→I→P（→P' or R→R'）を忠実に反映した解析が可能になってきたということである。ただし、経路P→Rの軟化過程を表現するのは現在でも大変困難な課題である点に注意しておく。いずれにせよそうした解法の代表的なものとして有限要素法、境界要素法、個別要素法、不連続変形法などを挙げることができる。これらの中では有限要素法（Finite Element Method）が最も一般的であり、本文の後半第二編ではこれについて解説する。

第一編 極限平衡法（LEM）

I－1 極限平衡法発展史のあらまし

はじめに極限平衡法による斜面安定解析法の発展の経過を大まかにたどっておこう。まず、この分野の既往の成果を眺めるとき、大きく2つのグループに分類できることに気付く。すなわち、与えられたすべり面に対して安全率算定式の導出ないし安全率の算定方法を主題とした研究と、逆にある与えられた安全率算定式のもとに、最も危険なすべり面（臨界すべり面）の形状、その出現位置、及びそれが有する（最小）安全率の値を探索する方法論を取り扱った研究である。本文では紙数の制限もあって議論はもっぱら前者に限定している。更に、コンピュータの普及した現状に鑑み、対象とする理論はスライス分割法（2次元解析）とコラム分割法（3次元解析）のみとする。

安全率算定式とそれが前提とするすべり面形状は密接に係わっていて、最初に現れたのは円形すべり面に対する簡便分割法（Ordinary method of slices）である。この方法はまたフェレニウス（Fellenius）法とかスエーデン法（Swedish method of slices）などとも呼ばれる。現在

使われている形（後出）のものはFelleniusにより1927年に発表されたのが嚆矢であるとされている¹⁾。ときとして、この方法の出発点はペターソン（Pettersen）による²⁾としてPettersen法と呼んでいる文献も見られる³⁾が、彼は円形すべり面こそ最初（1916年）に採用した人物であるが、解析に用いたのは現在言うところの摩擦円法であって、本来の簡便分割法ではない³⁾。簡便分割法は我国の官公庁や道路公団などの基準で好んで採用されているが、精度上看過し難い問題点を含んでおり、早急に改められねばならない。この点についてはI－3で詳述する。

1950年代に至り、相次いで2つの重要な理論が生まれた：非円形任意形状のすべり面に成り立つヤンブ（Janbu）法⁴⁾と円形すべり面に対するビショップ（Bishop）法⁵⁾である。ただし、Janbu法については後にJanbu自身により詳しく議論されている⁶⁾ので必要とあらばそちらを参照するのが望ましい。

更にほぼ10年後の1965年に、任意形状のすべり面に対して現在最も多く活用されている理論の1つであるモーゲンスターン－プライス（Morgenstern-Price）法⁷⁾が提案された。次いで2年後の1967年にM. -P. 法の特殊な場合と目されるスペンサー（Spencer）法⁸⁾が現れている。

上述の解法はすべて2次元理論であり、スライスの形状はいずれも鉛直のそれである。これに対して、2次元解析理論ではあるが1979年に傾斜したスライスつまり任意形状のブロック分割に適合するサーマ（Sarma）法⁹⁾が提案された。この方法は我国の実務解析ではほとんど用いられていないが、諸外国では多用されている解法の1つである。

1970年代の特筆すべき成果に3次元解析理論の誕生を挙げることができる。すなわち1977年、ホブランド（Hovland）¹⁰⁾がコラム分割法による最初の3次元安定解析法を世に出した。これは2次元の簡便分割法を拡張したもので、コラム側面に作用する全ての力を無視して精度上問題が多い。

一方、同じ1977年、フレッドランドとクラン（Fredlund and Krahn）¹¹⁾がその時点までに確立されていた2次元理論の代表的な6つの方法について、いろいろな角度から比較検討し、考察を加えている。実際、2次元極限平衡法の単一安全率解析法（次節で説明）に限れば、このFredlundらの研究迄りでほぼその基礎理論は出尽したと見てよからう。その後もこの分野の研究は営々として続けられ、数多くの成果が発表されてきているが、それら各論文をここで個別に紹介する余裕はない。必要に応じ関連分野を渉猟されたい。

この節の最後に、3次元解析について少しレビューしておこう。上述のHovlandの研究に引き続き、1982年にチェンとシャモー（Chen and Chameau）¹²⁾が一部に簡便分割法、また一部にSpencer法の拡張とでも言うべき（この指摘は後出ラムとフレッドランド（Lam and Fredlund）による）コラム分割法を提案したが、やはり問題

があり、多くの批判を受けている。1986年から1989年の間に我国にあっても鶴飼・細堀らが相次いで簡便分割法、Bishop法、Janbu法及びSpencer法の拡張形と見なし得る安全率算定式を展開した^{13)~15)}。そして1987年と1989年にハンガ(Hungr)ら^{16),17)}もBishop法とJanbu法の一拡張形を提案している。更に1993年Lam and Fredlund¹⁸⁾はMorgenstern-Price法の拡張形を考案したが、この論文は特に示唆に富んでいて、3次元解析の種々の側面を把握する上で有用な知見を含んでいる。このように、既往の3次元コラム分割法はその大半が2次元スライス分割法の拡張形と見ることができる。その際、すべり運動方向は既知として安全率算定式が導かれているが、最近になってファンとサイ(Huang and Tsai)¹⁹⁾はすべり方向を予め規定しない1つの方法を開発した。

I-2 スライス分割法の特性

極限平衡法に基づく斜面安定解析の第一義の目的は、与えられたすべり面に対して安全率の値を求めることにある。この誠に単純明快な目的のための安全率算定式がこれまで数多く提案されてきたのはいかなる理由によるのであろうか。本来、こうした理論式はしっかりしたものが1つだけあればそれで十分なはずである。図-2はこの素朴な疑問に答えるべく用意された2次元場におけるスライス分割と、任意のスライスに作用している全ての力を示した模式図である。すなわち、すべり土塊を n 個のスライスに分割したものとしよう。このとき、慣用的な極限平衡法ではすべり面ABの安全率 F が次式で定義される。

$$F = \Sigma R_i / \Sigma T_i \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $T_i = i$ 番のスライス底面において発揮されているせん断力； R_i = 同じスライス底面で発揮し得るせん断抵抗力。総和記号 Σ は n 個のスライス全てに渡って合計することを意味する。

式(1)の安全率とは別に、個々のスライス底面ごとに次式でやはり安全率 F_i を定義することができる：

$$F_i = R_i / T_i \dots\dots\dots(2)$$

式(1)と式(2)の安全率を区別する必要があるとき、前者は全体安全率、後者は局所安全率と呼ばばよい。

ここで、一般にほとんど認識されていないことだが、慣用的な極限平衡法に共通した仮定として、暗黙の内に

$$\text{式(1)の全体安全率} = \text{式(2)の局所安全率} \dots\dots\dots(3)$$

なる関係が持ち込まれている事実特に注意を払っておきたい。重ねて強調するが、式(3)は単なる仮定であって、決して力学的に正しい関係ではない。実際、いかなるすべり面においても、それに沿って応力あるいはひずみが不均一に分布していて、場所ごとにせん断力とせん断抵抗の比、つまり式(2)の局所安全率が変化していることは

疑う余地の無い実現象である。にもかかわらず、慣用的な極限平衡法ではいずれも式(3)を認めているのはなぜか。それはひとえに斜面安定問題が以下で明らかになるように高次の不静定問題であることに由来する。

式(3)の仮定により、安全率はすべり面に沿って一定値となるので、未知量としての安全率の数は当然のことながら1つである。それゆえ、慣用的な極限平衡法を指して“単一安全率解析法(single value factor of safety analysis)”と呼ぶことがある²⁰⁾。そして表-1に単一安全率解析法としてのスライス分割法に内在する未知量の数を一括してまとめた。記号は図-2に現れているもの

表-1 分割法における未知量の数

未知力学量	未知量の数
スライス底面の有効垂直力 N'	n
N' の作用点	n
スライス底面のせん断力 T	n
スライス側面の垂直力 E	$n-1$
E の作用点	$n-1$
スライス側面のせん断力 X	$n-1$
安全率 F	1
合 計	$6n-2$

(a) すべり土塊とスライス分割

(b) 力の多角形

図-2 分割法による安定解析

ばかりあるが、便宜上添字 i は省略している。すなわち、すべり土塊を n 個のスライスに分けたとき、我々は必然的に $6n - 2$ 個の未知量を有する問題を手掛けることとなる。文献によっては表-1中の N' の作用点を落して、未知量の合計は $5n - 2$ 個であると記述しているものもあるが、このとき N' の作用点はスライス底面中点にある、との仮定を事前に認めているのであって、正しい表現ではない。 N' の作用点はあくまでも未知であり、それが底面中点に作用する、とするのは仮定であることを忘れてはならない。

他方、同じ図-2の状況のもとで成立すべき関係式ないし条件式の数はどうであろうか。まず、静力学の教える釣り合いの3条件、すなわち $\sum H = 0$; $\sum V = 0$; $\sum M = 0$ が各スライスごとに成り立つべきであるから、合計 $3n$ 個の式を書き下すことができる。更に各スライス底面ごとに式(2)が成り立ち (ただし、 $F = F_i$ と仮定)、その数は n 個ある。よって合計 $4n$ 個の条件式が存在する。これら以外にアプリアリに書き下すことのできる関係式は見出せない。これより、未知数の数 ($6n - 2$) が条件式の数 ($4n$) を $2n - 2$ 個だけ上回っていることが知られた。これが先述した斜面安定問題は高次の不静定問題となる所以である。

以上で明らかなように、極限平衡法では本質的に不静定問題を解かねばならない。必然的に、何らかの仮定を持ち込み、いったん問題を静定化した上で理論式を展開することとなる。こうして、安全率を求めるとの単純な目的にもかかわらず、静定化の仮定の仕方に依じていろいろな理論式が生まれた次第である。この際、理屈の上では未知数の数と条件式の数が一致するよう静定化すべきであるが、このことはそれ程容易なことではなく、既往の確立された理論式といえども、両者が一致していないものも見受けられる²¹⁾。ただし、こうした合理性の欠如が必ずしも精度の悪さに帰着するということでもない点興味深いことである。

I-3 安全率算定式各論

前節の議論で、安全率算定式を誘導するのに何らかの静定化の仮定(条件)を必要とすることが知られた。これについては、図-2に見られる不静定内力(orスライス間力) E_i , X_i , などにある種の仮定を設けるのが一般的である。そして既往の理論は用いられた静定化の仮定に応じて大きく3つのグループに分類できる^{22), 23)}：

- (I) 不静定内力の合力の作用方向を仮定した理論〔M-P.法, Spencer法など〕
- (II) 不静定内力の合力の作用点つまり推力線の位置を仮定した理論〔Janbu法〕
- (III) 不静定内力のうち、せん断力(X_i)の分布形を仮定した理論〔Sarma(1973)²⁴⁾, コリア(Correira)(1988)²⁵⁾〕

この節では、上述した静定化条件の立場から、既往の

理論の内、国の内外で最も普及していると考えられる5つの方法：簡便分割法、Bishop法、Janbu法、Spencer法及びM-P.法を取り上げ、要点をまとめる。数ある理論の中でこれら5つの安全率算定式のみを対象とするのは、我国の地すべり関係の設計実務の現状を見るにつけ、いつまでも簡便分割法一辺倒の時代錯誤から脱却すべきとの主張のもとに、簡便分割法についてはその看過し難い問題点を指摘したいこと；他の4つの方法は、少なくとも円形すべり面のときBishop法で、また非円形すべり面場では残り3つの方法のいずれかで設計がなされて然るべき時に至っているとの強い思いからである。他の、より高度に洗練された手法に基づく設計がなされるとすれば一層好ましいことは言うまでもない。

(i) 簡便分割法について：円形すべり面の安全率を与えるこの方法においては、すべり土塊に作用する力が円弧の中心に関するモーメントの釣り合い条件を満たすように安全率算定式が導かれる²⁶⁾。その過程で、静定化の仮定として「スライス両側面の不静定内力の合力はスライス底面に平行となる」との仮定を設ける。あるいは「スライス間力は全て零： $E_i = X_i = 0$ 」と仮定すると解釈しても結果は変わらない。ともかく、こうして得られる安全率算定式が次式となることはよく知られているよう：

$$F = \frac{\sum \{c'l + (W \cos \alpha - ul) \tan \phi'\}}{\sum W \sin \alpha} \dots\dots\dots (4)$$

上式は一目瞭然右辺項がいずれも既知量であるから、極めて簡単に安全率を算出できる。実は、簡便分割法以外の方法では最終的に得られる安全率算定式の右辺項にも求めるべき安全率が現れていて、単純な計算では F が求められず、何らかの反復計算を必要とするのである。式(4)のいま1つの特性として、これに基づく安全率の値は他の理論によるそれらよりも低く見積られる、との事実を指摘せねばならない。この傾向は有効応力解析において、間隙水圧が大きくなればなるほど一層増長されることが知られている。これについては以下で改めて議論するが、ともかく上述した式(4)の2つの特徴：簡便で使い勝手が良いことと、安全率が小さく出ることが相まって、我国の官公庁や道路公団などの基準でもっぱらこの式が採用されているものと推察される。しかし、この式はとにかく精度が悪い。そしてその原因は先述した不合理極まりない静定化の仮定に求められるのである。取り分け、簡便分割法に依拠した斜面对策工(抑止杭やアンカー)の設計は極めて不経済な構造物の施工に繋がる恐れが有り²⁷⁾、早急に改められねばならない。コンピューターが十分に普及した昨今、計算量の多寡など全く問題外であり、簡便分割法は古典的な意義に止め、実務設計では捨棄すべきと考える。

ここで、簡便分割法の一変形である修正Fellenius法とか修正簡便法と呼ばれる方法について説明しておこう。簡便分割法ではスライス底面の有効垂直力 N' は次式で表される：

$$N' = W \cos \alpha - ul \quad \dots\dots\dots(5)$$

この式から明らかなように、すべり面の傾斜(角 α)と間隙水圧が大きくなると N' が極端に小さくなり、場合によれば負値にもなり得る。このとき、すべりに対する抵抗力も小となって安全率が不当に低く見積られるのである。この難点を回避する手立ては2つ考えられていて、1つは計算上 N' が負値になれば単純に $N' = 0$ と置く方法である^{1), 28)}。他の1つの説明には、まず式(5)の右辺第一項に注目せねばならない。この項はスライス底面の全垂直力 N を表し、鉛直下向に作用するスライス全重量 W のスライス底面に垂直な方向の成分として求められる：

$$N = W \cos \alpha \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 W には間隙水の重さも含まれるが、元来水圧は等方的であって、どの方向にも同じ値を及ぼす。よって、水圧の発生源である間隙水をも含んだ W の、スライス底面に垂直な方向の成分をとるのは好ましくないとの発想が生まれた。こうして、まず次式でスライスの浮力を考慮した有効重量 W' を求め：

$$W' = W - ub \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 b = スライスの幅、この W' からスライス底面の有効垂直力を定めたのち：

$$N' = W' \cos \alpha = W \cos \alpha - ul \cos^2 \alpha \quad \dots\dots\dots(8)$$

式(5)に代わって、式(8)を用いて安全率を書き下す方法が考え出された^{1), 29)}。この方法が修正Fellenius法とか修正簡便法と呼ばれるものである。これにより、極端に過小な安全率の算出は防ぐことができるが、しかし依然として本質的な精度上の問題点は包含されたままである。

(ii) **Bishop法**について：Bishop法は静定化の仮定に問題無しとはしないが、円形すべり面理論の中では相対的に最も精度の高い手法の1つに位置づけされている。この方法も先の簡便分割法と同様、すべり土塊に作用する力の、円弧の中心に関するモーメントの平衡条件より安全率算定式が導かれる²⁶⁾。ただし、スライスに作用する力の鉛直方向の釣り合い条件に着目し、 N' を次式のように導いている：

$$N' = N - ul = \frac{W + X_{i+1} - X_i - l(u \cos \alpha + c' \sin \alpha / F)}{\cos \alpha + \tan \phi' \sin \alpha / F} \quad \dots\dots\dots(9)$$

先の式(5)との相違に注意されたい。上式をモーメントの釣り合い式に用いると、安全率が次のように導かれる：

$$F = \frac{1}{\sum W \sin \alpha} \sum \frac{c' l \cos \alpha + (W + X_{i+1} - X_i - ul \cos \alpha) \tan \phi'}{\cos (1 + \tan \alpha \tan \phi' / F)} \quad \dots\dots\dots(10)$$

式(10)には右辺にも求めるべき安全率 F が現れているの

みならず、スライス間せん断力 X_i 、 X_{i+1} も含まれている。したがってこの式を解くには F と X_i 、 X_{i+1} に関する二重の反復計算過程が必要であって、かなり繁雑となる。これに対し、 $X_i = X_{i+1}$ と仮定すると F に関する繰返し計算のみでよく、比較的容易に安全率が求められる。しかも、その結果は式(10)で得られる値と余り変わらないことが経験的に知られている。式(10)をBishopの厳密法、 $X_i = X_{i+1}$ と仮定してスライス間せん断力を消し去った式をBishopの簡便法と呼ぶ。通常Bishop法と言えば、簡便法を指すと見てよい。

前述したように、円形すべり面のときBishop法はかなり精度の良い解法と見てかまわないが、いかなる場合でも高精度の解を与えるということでもない。端的に言って、深いすべり面ですべり土塊の爪先部のようにすべり面の傾角が急な(α が負値で大となる)場合、安全率が大きく過過ぎたり、また逆に過小になったり、と不安定な振る舞いを見せることが知られている^{1), 28)~31)}。こうした性質のあることには十分注意を払うべきではあるが、通常の地すべりや斜面問題でBishop法の欠点が障壁となることはまず起こり得ず、円形すべり面場に対して積極的に用いるべき手法の1つと考えてよい。

(iii) **Janbu法**について：この方法は本格的な非円形任意形状のすべり面に対する安全率算定式としては最初に提案されたものである。Janbu法にもBishop法同様、厳密法と簡便法があるが、まず前者より説明する。

スライスに作用する鉛直及び水平方向の力の釣り合い条件から、次式を書くことができる：

$$E_{i+1} - E_i = T \cos \alpha (1 + \tan^2 \alpha) - (W + X_{i+1} - X_i) \tan \alpha \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここで、すべり土塊全体としての水平方向の力の平衡条件より、次式が成り立たねばならない：

$$\sum (E_{i+1} - E_i) = E_B - E_A \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 E_A 、 E_B はすべり土塊両端における外力としての水平境界力、無ければ零と置けばよい。

式(11)、(12)と、更に式(2) (ただし $F = F_i$ と仮定)を用いて F について解くと、次式が求められる：

$$F = \frac{\sum R_f \cos \alpha (1 + \tan^2 \alpha)}{E_B - E_A + \sum (W + X_{i+1} - X_i) \tan \alpha} \quad \dots\dots\dots(13)$$

一方、スライスに作用する鉛直方向の力の釣り合い式と式(2)及びモール・クロンの強度式： $R_f = c' l + (N - ul) \tan \phi'$ の3式から R_f について解くと次式を得る：

$$R_f = \frac{c' l + [(W + X_{i+1} - X_i) / \Delta x - u] l \tan \phi'}{1 + \tan \alpha \tan \phi' / F} \quad \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 $\Delta x (= b)$ はスライス幅で、 $\Delta x = l \cos \alpha$ である。上式を式(13)に代入すると、Janbu厳密法としての安全率算定式が導かれる：

$$F = \frac{1}{E_B - E_A + \sum (W + X_{i+1} - X_i) \tan \alpha} \cdot \frac{\sum \left\{ c' + [(W + X_{i+1} - X_i) / \Delta x - u] \tan \phi' \right\} \Delta x (1 + \tan^2 \alpha)}{1 + \tan \alpha \tan \phi' / F} \quad (15)$$

この式にはやはり不静定内力 X_{i+1} , X_i が現れているため、反復計算でそれらを考慮することとなる。そしてこの反復過程で各スライス底面の midpoint に関するモーメントの釣り合い式が用いられるのであるが、その際、Janbu 法特有の仮定、つまりスライス間力の作用点の位置（換言すると推力線の位置）を仮定しなければならない。通常この位置は土被り高さの下 $1/3$ にとられる。

次に Janbu 簡便法について略述する。式(15)の厳密式において、 $X_{i+1} - X_i = 0$ と仮定したときの安全率を F_0 としよう。この場合でも、両辺に F_0 が現れるため、反復計算は必要である。ただし、もはやこの場合には推力線の位置に関する情報は必要としない。

こうして、別途に与えられる修正係数 f_0 を導入して

$$F = f_0 F_0 \quad (16)$$

として安全率を定める方法が、Janbu 簡便法と呼ばれるものである。 f_0 は安全率に及ぼすスライス間せん断力の影響を表す係数であって、均質な斜面についてはこの f_0 を求めるための便利な図表が用意されている⁶⁾。

(iv) **Morgenstern-Price法**について：この方法の最大の特徴は、静定化のために持ち込まれたスライス間力に関する仮定にある。すなわち、彼らは各スライス分割線上で次式の関係を仮定した：

$$X = \lambda f(x) E \quad (17)$$

ここに、 λ = 未知定数、 $f(x)$ = スライス間力関数と呼ばれる任意の既知関数。 $f(x)$ としていかなる形の関数を選ぶべきか、悩ましいところであるが、通常はすべり土塊の水平方向全体に渡って一定値としたり、 $\sin$ 関数や台形状の分布を採用している¹¹⁾。 $f(x) = \text{const.}$ とするとき、実は次に述べる Spencer 法と等価となる。式(17)から明らかなように、M. -P. 法はスライス間力の合力の傾きを仮定したと解してよい。この点において、スライス間力の合力の作用点の位置を仮定する Janbu (厳密) 法とは際立った対照をなしている。

M. -P. 法の解析手順はかなり煩雑であるが、要諦は、各スライスごとに力の釣り合い条件とモーメントのそれを満たすよう繰返し計算を行うことである。具体的には λ の仮定値のもとに、いずれか一端のスライスから出発して、上記 2 つの釣り合い条件式を頼りに計算を進め、他端のスライスに到着したとき、端部境界条件としての境界力 E_A or E_B とこれによるモーメントを満たしているか否かを判定する。満たしていなければ元に戻って、 λ の修正値のもとに再度同じ手順を経る。こうして、解

が収束したとき、安全率 F 、スライス間力 (E , X) とその作用点、及び λ の値などが明らかになっている、というものである。M. -P. 法ではしたがってこれまで説明してきた方法のように安全率算定式を陽な形で書き下すことはできない。

(v) **Spencer法**について：この方法は円形すべり面⁸⁾にも非円形すべり面³²⁾に対しても用いられている。いずれにせよ Spencer 法の特徴は、各スライス分割線上でスライス間力の傾きが一定であると仮定するところにある（実のところ、Spencer 法においてスライス間力の傾きを一定とは仮定しない解法も可能であるが、このやり方は実務ではほとんど採用されていない）：

$$X_i = E_i \tan \theta \quad (18)$$

ここに、 θ は未知量としてのスライス間力の合力の傾きを表す。これより、Spencer 法は全てのスライス間力を平行と仮定する方法だと表現することもある。ともかく、前出 M. -P. 法においてスライス間力関数 $f(x)$ を一定と仮定した場合に相当することは明らかであろう。

Spencer 法では 2 つの安全率が取られる。すなわち、すべり土塊全体としてのモーメントの釣り合いから導かれる安全率と、力の釣り合いから導かれる安全率である。一般に両者の安全率の値は異なるが、ある特定の θ の値に限って、2 つの安全率は等しくなる。そしてこのときの安全率が求めるべきそれであるとするのが Spencer 法の解法原理である。詳細は原論文、その他³³⁾を参照されたい。

I-4 進行性破壊の考慮

前節までに概観してきた既往の安全率算定式は全て単一安全率解析法に基礎を置いていた。このことは、図-1 のピーク強度（もしくは残留強度） τ_f と、目下現実に發揮されているせん断応力 τ との比： τ_f / τ が、対象としているすべり面に沿って至る所で一定値をとる、ということの意味する。別の言い方をすれば、斜面が崩壊するとき、それはすべり面に沿って至る所で同時一斉に発生する、ということにもなる。しかし、このような現象は実際には起こり得ない。現実の斜面においては、ある点で発生した局所的な降伏あるいは破壊が漸次拡大し、ついには全体崩壊に至るといった経過をたどることは火を見るより明らかである。このように、破壊が徐々に進展して行く様相を文字通り進行性破壊と呼ぶことも周知であろう。

進行性破壊を取り扱う最善の方法は第 II 編で述べる有限要素法などの数値解析的手段に訴えることである。しかし近時、極限平衡法の枠内でもすべり面に沿う局所破壊域の分布や作用外荷重の増大に伴う破壊域の拡大の様子を、近似的とは言え、表現することが可能になってきた^{20), 34) ~ 36)}。この場合、スライス底面ごとの局所安全率つまり式(2)を、式(3)の仮定を持込むことなく、直接的に取

り扱わねばならない。すると、未知量としての安全率が単一安全率解析法に比べ、 $(n-1)$ 個と大幅に増大することになる。したがって一見するところ静定化がほとんど不可能と映るのであるが、この難点は誠に単純な発想で解消できる。それは、すでに指摘してきたJanbu法における静定化の仮定（推力線の作用位置の仮定）と、M. P. 法におけるそれ（スライス間力の合力の傾きの仮定）を同時に取り込むことである。これに関しても詳しくは参考文献20), 34)~36) を参照されたい。

I-5 むすび

極限平衡法(LEM)におけるスライス分割法(2次元)とコラム分割法(3次元)の安全率算定式に焦点を絞って、はじめに歴史的発展の経過を概観した。次いでLEMは基本的に不静定問題となる背景を未知数と条件式の数を対比しつつ説明した。そして静定化の仮定を持ち込むプロセスでいろいろ異なる安全率算定式が生まれた事情に触れるとともに、既往の手法はいずれも局所安全率が全体安全率に等しいとの仮定の上に成り立っている事実注意到した。これが慣用法はすべからず単一安全率解析法と呼ばれる所以である。筆者の私見によれば、単一安全率解析法の意味と意義を認識・理解することこそがLEMを自在に使いこなす最良の方策と信じて疑わない。ともかく、本文ではこうした基礎的事項を解説したのち、代表的と思われる5つの方法を取り上げ、それらの中心概念を要約した。その過程で、特に我国で多用されている簡便分割法は、歴史的な意義に止め、実務で使用するのとは断念すべきことを強調した。理由は無論粗雑な理論と、その帰結が与える極めて低い精度の解にある。

以上、本文第一編で論じた内容を簡潔にまとめたが、もとよりLEMと関連して紹介すべき項目は他にも少なからずある：臨界すべり面の探索法、非線形強度式に基づく安全率算定式、変分法に基づく解法、等々数えれば切りが無い。更には、元来取り上げるべきであった論文も数多く存在する。紙数制約のためこれらについては他日を期すこととし、以上で第一編のむすびとしたい。

第二編 有限要素法(FEM)

II-1 有限要素法の歴史と斜面安定解析への

適用のあらまし

有限要素法 の 概念は、1909年にリッツ(Ritz)³⁷⁾が変分問題の近似解法として提案したのに始まり、1943年にはクーラン(Courant)³⁸⁾がそれを拡張して三角形要素に分割する方法を提案したと言われている³⁹⁾。この方法が脚光を浴びたのは、1950年代になって、飛行機の翼の設計など、構造解析法に利用されてからである。1960年代になると、電子計算機の発達に連動して飛躍的な発展を遂げた。現在では、微分方程式の近似解法として数値物理学の多くの問題に適用されている。有限要素法の歴史は、市販の多くの書物に記述されているので、参照されたい。

有限要素法の斜面安定解析への適用は、1960年代から始まった。クロフ(Clough)ら⁴⁰⁾は、1967年にアースダム築堤時の応力、変形解析を行い、ライト(Wright)ら⁴¹⁾は、1973年にBishop法の安全率の妥当性を有限要素法により検討している。なおBishopは、1952年に斜面の弾性応力解析を差分法で行っており⁴²⁾、特筆に値する。有限要素法が連続体力学において、さらにパワーアップするのは、材料非線形問題、特に塑性問題に適用されてからである。ツイエンキーヴィッツ(Zienkiewicz)ら⁴³⁾は、1969年に初期応力法を提案し、線形計算の繰り返しにより塑性問題の解析が容易に行えることを示した。すでに、古典塑性論⁴⁴⁾は、1950年代にほぼ完成していたため、電子計算機の発達とあいまって、斜面を含む連続体の弾塑性解析は、その後飛躍的な発展を遂げ、現在にいたるのである。有限要素法による斜面安定解析の歴史については文献^{45), 46)}を、地盤工学分野での有限要素法の詳細な解説については文献⁴⁷⁾を、参照されたい。

II-2 有限要素法と土の構成則

有限要素法では、斜面を多数の小さな要素(三角形か四角形)に分割し、要素の辺上にいくつかの節点を定める⁴⁸⁾。各要素内で変位や水圧の近似式を定義して、節点でのこれらの値を未知数とする。各要素内で、力とモーメントのつりあい式、変位とひずみの関係式、応力とひずみの関係式が、近似的に満たされるように定式化して、これを斜面全体に重ね合わせ、連立一次方程式を作成する。この連立一次方程式を所与の境界条件のもとで解き、変位や水圧の分布を得る。非線形問題では、連立一次方程式を使って繰り返し計算を行い、解を得る。

有限要素法と極限平衡法の大きな相違は、前者が変形を考慮しているのに対し、後者はこれを考慮していない点にある。このため、有限要素法では、土の応力・ひずみ関係、土のクリープ特性などを容易に考慮することができる。これらは、土の構成則とも呼ばれ、1960年代以降、大きな発展を遂げている。近年提案されている土の構成則について、ポッツ(Potts)ら⁴⁹⁾が簡単なレビューを行っている。取り上げられた構成式の種類にやや偏りがあるものの、興味のある読者は、これを出発点にして多くの論文にたどり着くことができるだろう。

斜面の変形や破壊は、斜面内の水の作用により大きな影響を受ける。斜面内の水の流れは、ダルシー(Darcy)の法則を基礎とする浸透流解析により定量化されることが多い。この浸透流解析も有限要素法により定式化されるため、応力・変形解析と浸透流解析が連動され、土骨格と水の連成解析が可能となった。この連成解析の基本にあるのは、有効応力と(間隙)水圧の和が全応力に等しいというテルツァギ(Terzaghi)⁵⁰⁾が提案した次式である。

$$\sigma = \sigma' + u \cdots \cdots \cdots (19)$$

有効応力 σ' は土骨格の変形を、水圧 u は水の流れを支配する。このような背景のもと、1960年代に、カム・クレイ (Cam-clay) モデル⁵¹⁾を代表とする、粘土の圧密とせん断変形を同時に表現できる構成則が提案され、有限要素法にもとづく地盤の応力・変形解析の基盤は固められた。しかし、これらの構成則は、人工的に調整された砂や粘土、地盤の軟弱粘土や固結していない砂、などを対象にしてつくられたもので、飽和土（粘土、砂）もしくは乾燥砂に適用される。これらの成果が、地すべりなど自然状態の地山の変形と破壊に対して有効かどうかについては、不明な点が非常に多い。最近、大塚ら⁵²⁾は、地すべり粘土の構成式に関する興味ある研究成果を示しているが、自然斜面内の飽和土と不飽和土の応力・ひずみ関係式、浸透特性の解明は、今後の課題と言えよう。なお不飽和土に関する最近の研究成果については、文献^{53), 54)}を参照されたい。

構成則の発達には、土の変形・強度特性を繊細に表現できるようになったが、その複雑化は、非線形計算の不安定化を生じやすく、構成則と有限要素法の相性は、悪くなる傾向にある。また構成式は、特殊な応力作用下での要素試験結果を満たすように作られるため、実際の地盤内での一般的な応力・変形状態を正確に表現できるとは限らない。構成式の選択にあたっては、注意が必要である。

Ⅱ－3 有限要素法による斜面安定解析

有限要素法による斜面安定解析には、2つの考え方がある。1つは、斜面内の土の応力・ひずみ関係式、斜面の境界条件、斜面への外力作用、及び水圧の状態をありのままに再現し、斜面の変形、破壊状態を解析しようとするものである。このような解析は、多くの仮定を伴うが、実態に則したものである。仮定を真実に近づける努力を続けることで、実際の斜面に対する精度の高い安定性評価や破壊予測につながると考えられる。Pottsら⁵⁵⁾は、設計高さに至る直前で、深さ30m、長さ500mのす

べりを発生した堤体を有限要素法により解析した。このすべり面に対して、ピークせん断強度を用いた極限平衡法による安全率は1.2と、高い値を示した。有限要素解析では、せん断強度の軟化を考慮し、進行性破壊をシミュレートしたところ、破壊時の高さ、破壊のメカニズムがよく再現された。図－3に破壊直前の変位増分ベクトル、図－4にせん断強度の発揮度（逆数が局所安全率と考えられる）の分布を示す。

もう1つは、せん断強度低減法を組み込んだ有限要素法による斜面安定解析である。せん断強度低減法の考え方は、斜面の強度定数を徐々に低減し、斜面全体が破壊した時点で安全率を定義するものである。詳細については、後述の参考文献56) から58) を参照されたい。この方法を利用すると、極限平衡法と同じように、斜面の最小全体安全率とそれに対応するすべり領域を計算することができる。計算される安全率は、土のせん断強度がMohr・Coulomb式で表されるとき、極限平衡法で定義される安全率と同じ意味を持つ。この方法は、1975年にZienkiewiczら⁵⁶⁾により初めて提案されたもので、均質な単純斜面では、有限要素法と極限平衡法はほぼ同じ安全率を与えることが示されている。最近では対策工の効果の評価する手法^{57), 58)}への展開が図られている。

有限要素法による斜面安定解析の多くは、弾性、弾塑性に関わらず、微小変形理論にもとづいている。このことは斜面の安全率を小さめに評価することにつながる。斜面は斜め下方にすべることで高さが低くなるので、せん断強度が同じなら安定性が増すと考えられる。大変形理論にもとづく斜面安定解析によれば、微小変形理論に比べて、安全率が10%以上増加する場合があることが確認されている⁵⁹⁾。実際の斜面では、すべりが発生すると、土の軟化特性や間隙水圧の発生により土の強度が低下することが多いので、総合的には安全率の低下につながることも多い。

Ⅱ－4 斜面の変形解析における初期応力状態などの

重要性

土質が一般的な斜面を対象にして、有限要素法により次の2つのケースを考えてみよう。1つのケースでは斜面に自重を加える（図－5(a)）。このとき、斜面は斜め下方への変形を示す。他のケースでは、平坦地盤に自重を与えた後、掘削をして、先のケースと同じ形の斜面を造る（図－5(b)）。地盤が線形弾性体であれば、2つのケー

図－3 破壊直前での変位増分ベクトル⁵⁵⁾

図－4 破壊直前でのせん断強度の発揮度⁵⁵⁾

スの応力分布は最終的に同じである。しかし、地盤が弾塑性体であれば、両者は異なった応力状態になる。従って、これらの斜面が弾塑性体仮定のもとで外力や水圧の変化を受けると、ケースによって初期応力状態が異なるため、異なった変形や応力の変化を示すことになる。このように斜面の形成過程の違いが土の応力履歴の相違を生み、その後の斜面の挙動に大きく影響する。このような場合でも、土がひずみ硬化を示すときは、両ケースの安全率はほぼ同じになると考えられるが、ひずみ軟化を示すときは、安全率も異なると予想される。

斜面内に、杭やアンカーなどの対策工が施工されると、問題はさらに複雑になる。図-6のような杭で補強された斜面が下端付近で掘削されるケースを想定する⁶⁰⁾。掘削部を図-6に示す。土は完全弾塑性体であるとした。せん断強度低減法にもとづく計算結果を図-7に示す。

図-5 斜面形状が同じでも、初期応力状態が異なるケース

図-6 杭で補強された単純斜面のモデル

図-7 杭の挙動とせん断強度低減率 F との関係

の状態や安全率にはあまり影響しない。しかし、土がひずみ軟化を示す場合には、破壊直前の状態や安全率にも大きな違いを生じると予想される。

なお、対策工の剛性も斜面の補強効果に大きく影響する。たとえば、杭の剛性が変わると、杭に作用する土圧の分布も変化するので、杭の補強効果が変わる⁵⁸⁾。このような影響は、有限要素法により適切に評価される。

II-5 有限要素法による斜面安定解析の今後の方向

これまで斜面安定解析は極限平衡法により行われるのが普通であり、研究・報告の量も有限要素法より圧倒的に多い。一方、有限要素法による斜面安定解析は、これまで主に盛土のような人工斜面を対象にしてきた。この理由の1つとして、自然状態の地山の変形・強度特性、浸透特性を精度よく表現するのが困難であったことが挙げられる。

地すべりなどの斜面の安定解析を有限要素法で行う場合、土の構成式を与える必要がある。最も簡単なものは、完全弾塑性モデルであるが、それでも、土のヤング率、ポアソン比と強度定数を最低限決めねばならない。より精度の高い構成式を使う場合には、構成式に含まれる多数のパラメータ値を決めるために、地すべり地内での詳細な地質調査と多数の不攪乱土の土質試験が必要になる。このような作業を着実に進めることで、精度の高い斜面の破壊予測や、経済的な対策工の設計が可能になり、この分野のさらなる発展につながると考えられる。

なお、紙数の関係で動的な問題には触れることができなかった。また筆者の力不足のため、地すべり地の土の変形・強度特性、浸透特性、構成則について、ほとんど触れることができなかった。今後、これらに関する総括報告が行われることを期待したい。

第一編 参考文献

- 1) Wright, S. G. (1975): Evaluation of slope stability analysis procedures, ASCE National Convention, Meeting Preprint 2616, Denver, Colorado, Nov. 3-7, pp. 1-29.
- 2) 例えばZaruba, Q. and Mencl, V. (1969): Landslides and Their Control, Elsevier, pp. 132-137.
- 3) Petterson, K. E. (1955): The early history of circular sliding surfaces, Geotechnique, Vol. 5, pp. 275-296.
- 4) Janbu, N. (1954): Application of composite slip surfaces for stability analysis, Proc. European Conf. on Stability of Earth Slopes, Stockholm, Vol. 3, pp. 43-49.
- 5) Bishop, A. W. (1955): The use of the slip circle in the Stability analysis of slopes, Geotechnique, Vol. 5, No. 1, pp. 7-17.
- 6) Janbu, N. (1973): "Slope stability computations", in Embankment Dam Engineering-Casagrande Volume, Hirschfield and Poulos, ed., John Wiley and Sons, Inc., New York, pp. 47-86.
- 7) Morgenstern, N. R. and Price, V. E. (1965): The analysis of the stability of general slip surfaces, Geotechnique, Vol. 15, pp. 79-93.
- 8) Spencer, E. (1967): A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces, Geotechnique, Vol. 17, pp. 11-26.
- 9) Sarma, S. K. (1979): Stability analysis of embankment and slopes, J. of Geotech. Engng., ASCE, Vol. 105, No. GT12, pp. 1511-1524.
- 10) Hovland, H. J. (1977): Three-dimensional slope stability analysis method, J. of Geotech. Engng., ASCE, Vol. 103, No. GT9, pp. 971-986.
- 11) Fredlund, D. G. and Krahn, J. (1977): Comparison of slope stability methods of analysis, Canadian Geotech. J., Vol. 14, pp. 429-439.
- 12) Chen, R. H. and Chameau, J. L. (1982): Three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes, Geotechnique, Vol. 33, pp. 31-40.
- 13) 鶴飼恵三・細堀建司・永瀬英生・榎戸源則 (1986): 簡易分割法による斜面の三次元安定解析, 土木学会論文集, 第376号/Ⅲ-6, pp. 267-276.
- 14) 鶴飼恵三・細堀建司 (1988): 簡易Bishop法, 簡易Janbu法およびSpencer法の三次元への拡張, 土木学会論文集, 第394号/Ⅲ-9, pp. 21-26.
- 15) 鶴飼恵三・細堀建司 (1989): 任意形状の地形とすべり面を有する斜面の安定解析, 土木学会論文集, 第412号/Ⅲ-12, pp. 183-186.
- 16) Hungr, O. (1987): An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions, Geotechnique, Vol. 37, pp. 113-117.
- 17) Hungr, O., Salgado, F. M., and Byrne, P. M. (1989): Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis, Canadian Geotech. J., Vol. 26, pp. 679-686.
- 18) Lam, L. and Fredlund, D. G. (1993): A general limit equilibrium model for three-dimensional slope stability analysis, Canadian Geotech. J., Vol. 30, pp. 905-919.
- 19) Huang, C.-C. and Tsai, C.-C. (2000): New method for 3D and asymmetrical slope stability analysis, J. of Geotech. and Geoenviron. Engng., ASCE, Vol. 126, No. 10, pp. 917-927.
- 20) 山上拓男・滝昌和・蔣景彩 (1999): 極限平衡法に基づく進行性破壊を考慮した斜面安定解析, 土と基礎, Vol. 47, No. 5, pp. 9-12.
- 21) 今泉繁良・山口柏樹・大橋健二 (1988): 一般分割法による斜面の安定解析, 土と基礎, Vol. 36, No. 5, pp. 55-60.
- 22) Espinoza, R. D., Repetto, P. C., and Muhunthan, B. (1992): General framework for stability analysis of slopes, Geotechnique, Vol. 42, No. 4, pp. 603-615.
- 23) Espinoza, R. D., Bourdeau, P. L., and Muhunthan, B. (1994): Unified formulation for analysis of slopes with general slip surface, J. of Geotech. Engng., ASCE, Vol. 120, No. 7, pp. 1185-1204.
- 24) Sarma, S. K. (1973): Stability analysis of embankments and slopes, Geotechnique, Vol. 23, No. 3, pp. 423-433.
- 25) Correia, R. M. (1988): A limit equilibrium method for slope stability analysis, Proc. 5th Int. Symp. Landslide, Lausanne, Switzerland, Vol. 1, pp. 595-598.
- 26) 山上拓男 (1990): 第九章"斜面安定", 河野・八木・吉国: 土の力学, 技報堂出版, pp. 173-194.
- 27) 山上拓男・植田康宏・山川治 (2001): 地すべり対策工の合理的設計手法とその適用事例, 地すべり, Vol. 38, No. 1, pp. 34-40.
- 28) Whitman, R. V. and Bailey, W. A. (1967): Use of computer for slope stability analysis, J. of Soil Mech. and Found. Engng., ASCE, Vol. 93, No. SM4, pp. 475-498.
- 29) Turnbull, W. J. and Hvorslev, M. J. (1967): Special problems in slope stability, J. of Soil Mech. and Found. Engng., ASCE, Vol. 93, No. SM4, pp. 499-528.
- 30) 山口柏樹 (1984): 土質力学(全改訂), 技報堂出版, pp. 268-270.
- 31) 今泉繁良・山口柏樹 (1986): 分割法による地盤の支持力計算法, 土質工学会論文報告集, Vol. 26, No. 2, pp. 143-150.
- 32) Spencer, E. (1973): Thrust line criterion in embankment stability analysis, Geotechnique, Vol. 23, No. 1, pp. 85-100.

- 33) 山上拓男・植田康宏 (1994) : Spencer法に基づく地すべり地強度定数 c , ϕ の逆算法, 土と基礎, Vol. 42, No. 3, pp. 45-50.
- 34) Miao, T., Ma, C. and Wu, S. (1999) : Evolution model of progressive failure of landslides, J. of Geotech. and Geoenviron. Engng., ASCE, Vol. 125, No. 10, pp. 827-831.
- 35) 滝昌和・山上拓男 (1997) : 進行性破壊を考慮した斜面安定解析, 地すべり, Vol. 34, No. 3, pp. 34-40.
- 36) 山部哲・山上拓男 (2001) : 極限平衡法に基づく進行性破壊を考慮した斜面安定評価, 地すべり, Vol. 38, No. 3, pp. 20-26.
- 47) 田中忠次 (1992) : 有限要素法による変形・安定解析, わかりやすい土質力学原論 (第1回改訂版), 地盤工学会, pp. 109-154.
- 48) 田中忠次他 (2000) : 地盤工学における数値解析入門, 地盤工学会.
- 49) Potts, D. M. and Zdravkovic (1999) : Finite element analysis in geotechnical engineering, Theory, pp. 114-236, Thomas Telford.
- 50) Terzaghi, K. (1943) : Theoretical soil mechanics, pp. 11-12, John Wiley & Sons.
- 51) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. (1968) : Critical state soil mechanics, McGraw-Hill Book Co., London.
- 52) 大塚悟, 宮田善郁 (2001) : 間隙水圧載荷試験による粘性土のせん断破壊機構, 地すべり, 第37巻, 第4号, pp. 10-17.
- 53) Vanapalli, S. K., Fredlund, D. G., Pufahl, D. E., and Clifton A. W. (1996) : Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction, Canadian Geotechnical J., 33 (3), pp. 379-392.
- 54) Leong, E. C. and Rahardjo, H. (1997) : Review of soil-water characteristic curve equations, J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 123, No. 12, pp. 1106-1117.
- 55) Potts, D. M., Dounias, G. T. and Vaughan, P. R. (1990) : Finite element analysis of progressive failure of Carsington embankment, Geotechnique, Vol. 40, No. 1 pp. 79-101.
- 56) Zienkiewicz, O. C. Humpheson, C. and Lewis, R. W. (1975) : Associated and non-associated viscoplasticity and plasticity in soil mechanics, Geotechnique, Vol. 25, No. 4, pp. 671-689.
- 57) 鵜飼恵三, 蔡飛, 若井明彦, 阪上最一 (1998) : 集水ボーリング工の効果に関する定量的評価手法の提案, 地すべり, 第35巻, 第3号, pp. 1-7.
- 58) Cai, F. and Ugai, K. (2000) : Numerical analysis of the stability of a slope reinforced with piles, Soils and Foundations, Vol. 40, No. 1, pp. 73-84.
- 59) Li, Q. and Ugai, K. (1998) : Comparative study on static and dynamic sliding behaviors of slopes based on small and large deformation theories, Soils and Foundations, Vol. 38, No. 3, pp. 201-207.
- 60) 鵜飼恵三, 蔡飛 (2001) : 対策工を有する斜面の全体安全率を弾塑性FEMにより評価する方法の提案, 土と基礎, Vol. 49, No. 4, pp. 16-18.
(原稿受付2001年8月24日, 原稿受理2001年10月26日)

第二編 参考文献

- 37) Ritz, W. (1909) : Über eine neue methode zur losung gewisser variationsproblems der mathematischen physik, Zeitschrift für Angewandte Mthematik und Mechanik, Vol. 135, pp. 1-61.
- 38) Courant, R. (1943) : Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations, Bulletin of the American Mathematical Society, Vol. 49, pp. 1-23.
- 39) Bathe, K. J. and Wilson, E. L. (1976) : Numerical methods in finite element analysis, Prentice-Hall. (菊地文雄訳 : 有限要素法の数値計算, 序文, 科学技術出版社, 1979)
- 40) Clough, R. W. and Woodward, III, R. J. (1967) : Analysis of embankment stresses and deformations, J. of Soil Mech. and Found. Engng., ASCE, Vol. 93, No. SM4, pp. 529-549.
- 41) Wright, S. G., Kulhawy, F. H. and Duncan J. M. (1973) : Accuracy of equilibrium slope stability analysis, J. of Soil mech. and Found. Engng., ASCE, Vol. 99, No. SM10, pp. 783-791.
- 42) Bishop, A. W. (1952) : The stability of earth dams, thesis presented to the Imperial College, London University.
- 43) Zienkiewicz, O. C. et al. (1969) : Elasto-plastic solutions of engineering problems. Initial stress, finite element approach, Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 1, pp. 75-100.
- 44) 橋口公一 (1990) : 最新弾塑性学, pp. 2-3, 朝倉書店.
- 45) Mostyn, G. R. and Small, J. C. (1987) : Methods of stability analysis, pp. 89-92, Soil Slope Instability and Stabilisation, Walker & Fell (eds), Balkema.
- 46) Duncan, J. M. (1992) : State-of-the-Art : Static stability and deformation analysis, Stability and Performance of Slopes and Embankments-II, ASCE, Geotechnical Special Publication No. 31, Vol. 1, pp. 222-266.