研 究

圧電ゴム変換器

その2—形状シェーディングによる副極レベルの抑圧*

長谷川秋雄 菊池 年晃**

(防衛大学校応用物理学教室)

(平成3年11月3日受付け)

Suppression of side lobes can be accomplished by utilizing Dolph-Chebyshev amplitude shading. Research on shape shading is seldom found because of the great difficulty in cutting of PZT ceramics. Recently, a piezorubber sheet consisting of piezoelectric ceramic particles and chloroprene rubber has been developed. Since this material is quite soft compared with PZT ceramics, it is very useful for research in shape shading. In this paper, aperture functions, originally applied to the design of FIR digital filters, are shown to also be successfully applied for suppression of side lobes in hydrophones. Test hydrophones are constructed by shading a piezorubber sheet in the form of the aperture functions. It is clarified both experimentally and theoretically that some hydrophones such as Hamming and Hamming-like Kaiser windows suppress side lobes to less than -30 dB.

1. まえがき

ハイドロホンの副極レベルの抑圧は、一般に振幅シェーディング法によって行われている。しかしながら、この方法は、圧電素子の分割と感度の重み付けが必要のためその製作は容易でない。最近開発された圧電ゴムは、ゴムの性質を有したソフトな圧電複合材料で簡単に切断することができる¹⁾。この圧電ゴムの出現により、従来ほとんど不可能であった形状シェーディングによる副極レベルの制御が可能になってきた。形状シェーディングは、従来の圧電素子の分割と感度の重み付けを必要とする振幅シェーディングと異なり、圧電ゴムの整形だけで実現できる簡単なシェーディング法である。

本論文は、圧電ゴムを各種の窓関数²⁾、すなわち方形、Bartlett, Hanning, Hamming, Blackmann及びKaiser窓に整形し、振幅シェーディングによって副極レベルが抑圧される様子を明らかにすることを目的とする。

2. 指向性関数

図1に示すように x - y 平面内に置かれた圧電ゴム(長さ a , 幅 b)の x - z 面内の指向性関数 $D(\theta)$ は、

図1 指向性関数 $D(\theta)$ の導出に使用した座標系
(β_x, β_y, θ ; x, y, z 軸となす方位角)

* Piezoelectric rubber transducer: Part2 Suppression of side lobes using shape shading.

** Akio HASEGAWA and Toshiaki KIKUCHI (Department of Applied Physics, National Defense Academy)

$$D(\theta) = \frac{\left| \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} w(x) e^{jkx \sin \theta} dx \right|}{\left| \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} w(x) dx \right|} \quad (1)$$

で与えられる。ここで、ハイドロホンは上下左右対称とし、 $w(x)$ はその形状を示す窓関数とする。また、 $a \gg b$ の1次元ハイドロホンの条件が満足されているものとする。(1)式の分母は θ には無関係であるので、指向特性を論ずる場合にはこの式の分子だけを考慮すればよく、副極が小さくなるような $w(x)$ を選択すれば良好な指向性が得られる。今、フーリエ変換を用いたパルス波形とその周波数スペクトルとの関係を想起し、 $x \rightarrow -t$ 、 $k \sin \theta \rightarrow \omega$ 、 $w(x) \rightarrow$ (パルス波形) の置換を行えば、 $w(x)$ は偶関数であるので(1)式の分子が得られる。すなわち、(1)式の分子は $w(x)$ のスペクトル分布に対応するので、副極の抑圧の問題は、 $w(x)$ の選択の問題に置換えられる。

$w(x)$ としては各種のものが考えられるが、ここでは、デジタルフィルタの設計に広く用いられている窓関数を適用して副極レベルの抑圧を試みる。

使用する窓関数は、次の2つに分類できる。すなわち、(1)方形、Bartlett、Hanning、Hamming、Blackman窓の第1グループと、(2)Kaiser窓の第2グループの2つである。

第1グループの方形、Bartlett、Hanning、Hamming、Blackmanの窓関数 $w(x)$ は以下の関数で与えられる。方形：

$$w(x) = \frac{b}{2} \quad (2)$$

Bartlett：

$$w(x) = \frac{b}{2} \left(\pm \frac{2}{a} x + 1 \right) \quad (3)$$

Hanning：

$$w(x) = \frac{b}{2} \left\{ 0.5 + 0.5 \cos \left(\frac{2\pi}{a} x \right) \right\} \quad (4)$$

Hamming：

$$w(x) = \frac{b}{2} \left\{ 0.54 + 0.46 \cos \left(\frac{2\pi}{a} x \right) \right\} \quad (5)$$

Blackman：

$$w(x) = \frac{b}{2} \left\{ (0.42 + 0.5 \cos \left(\frac{2\pi}{a} x \right) \right.$$

$$\left. + 0.08 \cos \left(\frac{4\pi}{a} x \right) \right\} \quad (6)$$

図2は、(2)～(6)式の窓関数の形状を図示したものである

図2 副極レベルの抑圧に使用した第1グループの窓関数

る。方形窓は無シェーディングの窓、Bartlettは三角窓、Hanning窓は自乗余弦窓、Hamming窓は高さが $0.08b/2$ の台上に自乗余弦窓を乗せた窓、Blackman窓はこのグループでは一番シェーディングが大きな窓である。

(2)～(6)式の $w(x)$ を(1)式に代入し積分を実行すれば次式の $D(\theta)$ が得られる。

方形：

$$D(\theta) = \frac{\sin u}{u} \quad (7)$$

Bartlett：

$$D(\theta) = \left\{ \frac{\sin \left(\frac{u}{2} \right)}{\frac{u}{2}} \right\}^2 \quad (8)$$

Hanning：

$$D(\theta) = \frac{\sin u}{u} \left\{ 1 + \frac{u^2}{\pi^2 - u^2} \right\} \quad (9)$$

Hamming：

$$D(\theta) = \frac{\sin u}{u} \left\{ 1 + \frac{23}{27} \frac{u^2}{\pi^2 - u^2} \right\} \quad (10)$$

Blackman :

$$D(\theta) = \frac{\sin u}{u} \left\{ 1 + \frac{25}{21} \frac{u^2}{\pi^2 - u^2} + \frac{4}{21} \frac{u^2}{(2\pi)^2 - u^2} \right\} \quad (11)$$

ここで,

$$u = \frac{ka}{2} \sin \theta \quad (12)$$

である。図3は、(7)~(11)式から計算した $D(\theta) - \frac{u}{\pi}$ 特性を表している。

(a) 方形

(b) Bartlett

(c) Hanning

(d) Hamming

(e) Blackman

図3 第1グループの窓関数に対する指向性の計算値

ハイドロホンを設計する場合には、主極のビーム幅（-3 dB ビーム幅） θ とサイドロブレベル S_1 が重要な要因となる。-3 dB 点の u の値を u_B とすれば、 θ は近似的に次式で与えられる。

$$\theta \approx \frac{360}{\pi} \frac{\frac{u_B}{\pi}}{\frac{a}{\lambda}} = \frac{A}{\frac{a}{\lambda}} \quad (\text{度}) \quad (13)$$

ここで、 λ は波長、 $A = 360 u_B / \pi^2$ はビーム幅係数である。 u_B / π と A の値を表1に示す。表1には、第1副極レベル S_1 の値も同時に示してある。

表1 第1グループの窓関数に対する u_B 値、ビーム幅係数 A 及び第1副極レベル S_1

形状窓	u_B / π	$A(\text{deg.})$	$S_1(\text{dB})$
rectangular	0.44295	50.8	-13.3
Bartlett	0.63783	73.1	-26.5
Hanning	0.72029	82.5	-31.5
Hamming	0.65149	74.7	-44.0
Blackman	0.82184	94.2	-58.1

図3や表1から明らかなように、方形窓のビーム幅 θ は、第1グループの窓の中では一番狭いが、反対に第1副極レベル S_1 は -13.3 dB と一番高い。一方、三角波状にシェーディングした Bartlett 窓の場合には、方形窓と比べ副極レベルは低下するが（ $S_1 = -26.5$ dB）、これに伴い主極ビームは広がりを出す。自乗余弦窓である Hanning 窓の場合には、 S_1 はさらに低下し -31.5 dB となる。Hanning 窓のシェーディングを両端で多少持ち上げた形をしている Hamming 窓の場合には、 $S_1 = -44.0$ dB となり、高次の副極もほぼ一定のままである。Blackman 窓の S_1 は第1グループの中では最も低く -58.1 dB に低下するが、 $u / \pi = 3$ で最初の極小が現れるので主極が一番広くなる。このように、窓の両端の高さが零になるように徐々に絞りを付けてやれば副極レベルは低下する。しかしながら、副極レベルの抑圧は、常に主極ビームの広がりを伴って達成されている。

第1グループの窓では、窓の形状は連続的には変えられない。連続的に変える必要がある場合には、第2グループの Kaiser 窓が適している³⁾。Kaiser 窓是一群の窓を形成し、次式で定義される。

$$w(x) = \frac{b}{2} \frac{I_0\left(\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{2}{a}x\right)^2}\right)}{I_0(\alpha)} \quad (14)$$

ここで、 $I_0(\)$ は零次の第一種変形 Bessel 関数、 α は窓の形状を決める形状パラメータである。図4に示すように $\alpha = 0$ は方形窓と一致する。また $\alpha = \sqrt{3}\pi$ は Hamming 窓に、 $\alpha = \sqrt{8}\pi$ は Blackman 窓に対応する。このように Kaiser 窓は、 α に依存して窓の形状が自由に変化する窓関数である。

図4 副極レベルの抑圧に使用した第2グループ (Kaiser) の窓関数

(14)式の Kaiser の窓関数 $w(x)$ を(1)式に代入し積分すれば次式の指向性関数 $D(\theta)$ が得られる。

$$\left. \begin{aligned} D(\theta) &= \frac{\sinh \sqrt{\alpha^2 - u^2}}{\sqrt{\alpha^2 - u^2}} \frac{\alpha}{\sinh \alpha} \quad (u < \alpha) \\ D(\theta) &= \frac{\cos \sqrt{u^2 - \alpha^2}}{\sqrt{u^2 - \alpha^2}} \frac{\alpha}{\sinh \alpha} \quad (u \geq \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

図5は、(15)式から計算した各種の α に対する $D(\theta) - u/\pi$ 特性を図示したものである。 $\alpha = 0$ の場合は、 $I_0(0) = 1$ となるので、 $D(\theta)$ は無シェーディングの方形窓と一致する。一方、 $\alpha = \sqrt{3}\pi$ の場合には Hamming 窓に、 $\alpha = \sqrt{8}\pi$ の場合には Blackman 窓に対応した放射パターンとなる。

表2に、形状パラメータ α とビーム幅係数 A 、第1副極レベル S_1 の関係を示した。この表から、シェーディングによる副極レベルの抑圧の様子と、それに伴う主極ビーム幅の広がり方が観察できる。

表2 第2グループの窓関数 (Kaiser) に対する u_B 値, ビーム幅係数 A 及び第1副極レベル S_1

形状パラメータ α	u_B / π	A (deg.)	S_1 (dB)
0	0.44295	50.8	-13.3
π	0.55417	63.5	-24.6
$\sqrt{2}\pi$	0.62292	71.4	-32.9
$\sqrt{3}\pi$	0.67378	77.2	-39.8
$\sqrt{4}\pi$	0.71471	81.9	-45.9
$\sqrt{5}\pi$	0.74928	85.9	-51.3
$\sqrt{6}\pi$	0.77940	89.3	-56.4
$\sqrt{7}\pi$	0.80622	92.4	-61.0
$\sqrt{8}\pi$	0.83047	95.2	-65.4
$\sqrt{9}\pi$	0.85266	97.7	-69.6
$\sqrt{10}\pi$	0.87317	100.1	-73.6

3. 指向性の3次元表示

図3, 図5に図示した $x-z$ 平面内の $D(\theta) - u/\pi$ 特性は, 1次元ハイドロホンの指向特性を表わしたものであり, $a \gg b$ が仮定されていた。従って, $y-z$ 平面内の放射は無指向性の特性となっている。

ハイドロホンの幅 b が有限な場合, 放射パターンが幅 b によってどのような影響を受けるのか3次元グラフィックスのソフトを用いて確認を試みた。図6~10に, 第1グループの窓に対する指向性の3次元表示のグラフを示した。ただし, 窓の寸法比は $a/b = 8$, 波数は $ka = 8\pi, 16\pi, 24\pi, 32\pi$ の4通りの場合である。 $a/b = 8$ のため, ka が大きくなると y 軸方向にも指向性がつき b の影響が顕著になってくる。

1次元ハイドロホンの場合には, y 軸方向のシェーディングは考慮されていないので, 周波数が高くなるとこの方向の副極レベルは増大してくる (図6~10参照)。従って, x, y 両軸の副極レベルを抑圧するためには, 両軸に対し同時にシェーディングを施さなければならない。図6~10は, $a/b = 8$ の場合の作図例であるが, 幅 b を狭くすれば y 軸方向の特性は無指向性となる。

$a \gg b$ の条件を満たし, x 軸方向にシェーディングした1次元ハイドロホンの指向性パターンは, y 軸方向には無指向性, x 軸方向には鋭い指向性を持った低副極レベルの放射特性となる。

4. 指向性の測定

4.1 試料の準備

3項で述べたシェーディングハイドロホンの副極レベルの抑圧の様子を実験的に確認するために, 第1グループ (方形, Bartlett, Hanning, Hamming, Blackman) と第2グループ (Kaiser: $\alpha = \pi, \sqrt{2}\pi, \sqrt{3}\pi, \sqrt{5}\pi, \sqrt{8}\pi$) のテスト用ハイドロホンを長さ10 cm, 幅2 cm, 厚さ1 mm の方形圧電ゴム (NTK-PR 304) からカッタナイフを用いて切り出した (図11参照)。テスト用ハイドロホンは, $a/b = 5$ のため1次元ハイドロホンの条件 ($a \gg b$) は十分に満足していない。しかしながら, $a/b = 5$ のハイドロホンでも形状シェーディングによる副極の抑圧の様子は, かなりの正確さで観察できるものと想定しテスト用ハイドロホンとして採用した。

図12は, 圧電ゴムのモールド構造を示す。整形した圧電ゴムは, 長さ150 mm, 幅100 mm, 厚さ3 mm のゴム板に埋め込み周辺はシリコンゴムで防水仕上げとした。圧電ゴムの背面は空気層となっている。

4.2 指向性の測定

実験水槽は, 直径2 m, 深さ60 cm の円形水槽を使用した。送波器は, 水槽の側壁に取付けた正方形の圧電ゴム (NTK-PR 304, 100 × 100 mm, 厚さ1 mm) を用い, トーンバーストパルス ($f = 130$ kHz, 20波, 繰返し周期は10 ms) で励振した。圧電ゴムは, 機械的 Q が極端に小さく ($Q \approx 2.7$) リンギングはほとんど発生しない。このために, 送波器からの直接波と側壁や水面からの反射波は明確に分離できた。テスト用ハイドロホンは, 送波器から距離1.8 mの位置に設置し, パソコンで制御したステッピングモーターによって1° 間隔で回した。直接波の受波パルスはデジタルメモリに取込み, $-180^\circ \sim 180^\circ$ の半空間の測定が終了後, デシベルに換算し極座標表示した。

図13は, 第1グループの指向性の測定値 (破線) を $x-z$ 平面と $y-z$ 平面の場合について図示したものである。 $x-z$ 平面の場合については, 比較のために計算値 (実線) も同時に図示した。方形ハイドロホンは無シェーディングの状態であるので, $x-z$ 平面内には大きな副極レベルが現われている (約-13 dB)。一方, Hanning や Hamming, Blackman 窓のハイドロホンの副極レベルは, 期待通り-30 dB程度にまで抑圧できた。

$y-z$ 平面の指向性は, $b = 2$ cm のため広い放射パターンとなっている。このパターンは, 3次元表示の指向性パターンから予期された通りである。

(a) $\alpha = 0$ (b) $\alpha = \pi$ (c) $\alpha = \sqrt{2} \pi$ (d) $\alpha = \sqrt{3} \pi$ (e) $\alpha = \sqrt{5} \pi$ (f) $\alpha = \sqrt{8} \pi$

図5 第2グループ (Kaiser) の窓関数に対する指向性の計算値

図6 方形窓の指向性の3次元表示 ($a/b = 8$)

図7 Bartlett窓の指向性の3次元表示 ($a/b = 8$)

(a) $ka = 8\pi$ (b) $ka = 16\pi$ (c) $ka = 24\pi$ (d) $ka = 32\pi$ 図8 Hanning窓の指向性の3次元表示 ($a/b = 8$) (a) $ka = 8\pi$ (b) $ka = 16\pi$ (c) $ka = 24\pi$ (d) $ka = 32\pi$ 図9 Hamming窓の指向性の3次元表示 ($a/b = 8$)

図10 Blackman窓の指向性の3次元表示 ($a/b=8$)

図11 シェーピングしたテスト用ハイドロホンの形状

図12 圧電ゴムのモールド法

(a) 方形

(b) Bartlett

$x-z$ 平面 (左) $y-z$ 平面 (右)

図13 第1グループの指向性の測定値

($a = 10$ cm, $b = 2$ cm, $f = 130$ kHz,
破線; 測定値, 実線; 計算値)

(c) Hanning

(d) Hamming

(e) Blackman

$x-z$ 平面 (左)

$y-z$ 平面 (右)

図13 第1グループの指向性の測定値

($a = 10$ cm, $b = 2$ cm, $f = 130$ kHz,
破線; 測定値, 実線; 計算値)

図14は、第2グループの Kaiser 窓について形状パラメータ α を変えて測定した $x-z$ 平面と $y-z$ 平面の指向性の測定結果である。第2グループの指向性の測定においては、 α の増大に伴い副極レベルは減少しシェーディングの効果が増してくる。 $\alpha = \sqrt{3}\pi, \sqrt{5}\pi, \sqrt{8}\pi$ の場合には期待通り副極レベルは -30 dB 以下に抑圧でき

た。

第1グループ及び第2グループの指向性の測定においては、主極ビームの測定値は計算値と比較的よく一致している。しかしながら、副極レベルは一部を除いて不一致が目立つ。ここで、この原因を考察してみよう。先ず最初に考えられるのが、送波器とテスト用ハイドロホン

(a) $\alpha = \pi$ (b) $\alpha = \sqrt{2} \pi$ (c) $\alpha = \sqrt{3} \pi$ $x-z$ 平面 (左) $y-z$ 平面 (右)

図14 第2グループ (Kaiser) の指向性の測定値

($a = 10$ cm, $b = 2$ cm, $f = 130$ kHz,
破線; 測定値, 実線; 計算値)

間の距離 R が適切であるかどうかである。指向性の測定においては、ハイドロホンの位置は、次式を満足する点に設定すべきであると言われている。すなわち、送波器及びハイドロホンの最大寸法をそれぞれ d_1 , d_2 とすれば、 R は、

$$R \geq \frac{d_1^2 + d_2^2}{\lambda} \quad (16)$$

で与えられるので⁴⁾, $d_1 = d_2 = d$ と考えれば、

$$R \geq \frac{2d^2}{\lambda} \quad (17)$$

図14 第2グループ (Kaiser) の指向性の測定値

($a = 10 \text{ cm}$, $b = 2 \text{ cm}$, $f = 130 \text{ kHz}$,
破線; 測定値, 実線; 計算値)

となる。本実験では、波長 λ は 1.15 cm ($f = 130 \text{ kHz}$) $d = 10 \text{ cm}$ であるので、 $R = 173 \text{ cm}$ となる。実際に設置した距離は 180 cm であるので17式は満足されている。

次に考えられる原因は、圧電ゴムの不均一な振動である。本実験で使用した圧電ゴム (NTK-PR 304) の g 定数はそれぞれ $g_{33} = 160 \times 10^{-3} \text{ Vm/N}$, $g_{31} = -52.5 \times 10^{-3} \text{ Vm/N}$ である。従って、 g 定数の横効果/縦効果比は $|g_{31}/g_{33}| = 0.328$ となるので、シェーディングによる横振動の発生が十分考えられる (PZT-4 の場合には、 $|g_{31}/g_{33}| = 0.426$ と更に大きくなることに注意しておく必要がある)。この影響を除去するためには、異方性の大きな圧電ゴム (NTK-PR 305) を使用すれば解決できるであろう。すなわち、この圧電ゴムの g 定数比は $|g_{51}/g_{33}| = |-8/140| = 0.057$ となるので横振動の影響は現れないものと予想される。

圧電ゴム振動面の速度分布を確認するために、レーザードプラー速度計を用いて実測を試みた。しかしながら、

この実験は、レーザー光センサーを水中内で微細に移動しなければならないので不成功に終わった。目下、近距離音場ホログラフィ法⁵⁾で振動面の速度分布を確認中である。

指向性の測定値と計算値の不一致の原因としては、以上の他に、バツフル効果の違いが考えられるが、この影響については今後明らかにする必要がある。

5. 結 論

各種の窓に整形した圧電ゴムハイドロホンを用い、1次元の副極レベルの抑圧を試みた。その結果、次のことが判明した。

(1) シェーディング窓は、第1グループ (方形, Bartlett, Hanning, Hamming, Blackman) と第2グループ (Kaiser) に分け、それぞれについて指向性関数を導出した。更に、主極のビーム幅及び第1サイドローブレベルを計算し、副極レベルの抑圧に伴う主極ビーム幅の拡

大の様子を明らかにした。

(2) 第1グループの窓においては、窓の形状は連続的に変えることができない。これに対し、第2グループのKaiser窓は形状パラメータ α を変えるだけで、無シェーディングの方形窓からHamming窓、Blackman窓に至るまで任意の窓を連続的に作り出すことができる。従って、Kaiser窓はハイドロホンのシェーディングには適した重宝な窓関数と言える。

(3) 圧電ゴムは、ゴムの性質を有した圧電材料であるのでカッターナイフ等で容易に整形できる。更に長尺の試料も入手できるので(最大寸法 12.5×25 cm)、1次元用低副極ハイドロホンの製作に適した複合材料である。送波器も圧電ゴムを用い、トーンバースト信号で励振した。圧電ゴムの低 Q 効果によって音響信号はリングングは発生しなかった。このため、直接波と反射波は明確に分離できた。

(4) 第1グループ及び第2グループの主極の測定値は、計算値と比較的に良く一断した。しかしながら、副極の位置やレベルについては不一致が目立った。この原因は、使用した圧電ゴムの横効果の影響によるものと推察される。従って、 $|g_{31}/g_{33}|=0$ となる圧電材料(NTK-PR 305)を使用すれば、副極に対しても測定値と計算値は一致してくるであろう。

(5) 第1グループの副極レベルは、Hanning, Hamming, Blackman窓で -30 dB程度に抑圧ができた。一方、第2グループは、 $\alpha=\sqrt{3}\pi$, $\sqrt{5}\pi$, $\sqrt{8}\pi$ の窓で同様に -30 dB程度に抑圧ができた。しかしながら、これ以上シェーディングを掛けると実効長 a が短くなり1次元ハイドロホンの条件($a \gg b$)が満足されなくなり、副極レベルの抑圧は期待した程効果があがらなくなる。こ

の兆候は、第1グループのBlackman窓や第2グループの $\alpha=\sqrt{8}\pi$ の指向性パターンに現れている。すなわち、シェーディングを掛けた割には副極レベルは低下せず、逆に増大の傾向が現われている。

(6) 圧電ゴムを使用することによって、従来のPZT圧電素子では実現できなかった形状シェーディングによる副極レベルの抑圧が達成できた。FIRフィルタの設計等で広く活用されている窓関数を用いた結果、幾つかの窓で副極は -30 dB以下にまで低下した。この値は、実験的に確認した値である。

参考文献

- 1) 長谷川秋雄, 吉井哲, 菊池年晃, “圧電ゴム変換器, その1-送波感度, 受波感度特性”, 海洋音響学会誌 18(3) 154-164 (1991).
- 2) A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, Digital Signal Processing (Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1975), P. 239.
- 3) 宮川洋, 今井秀樹, デジタル・フィルタ (科学技術出版社, 東京, 1980), P. 157.
- 4) E. E. Mikeska and C. M. McKinney, “Relationship of transducer apertures and separation distances to the directivity patterns in the nearfield region”, J. Acoust. Soc. Am. 56 1418-1421 (1974).
- 5) J. D. Maynard, E. G. Williams and Y. Lee, “Nearfield acoustic holography: I Theory of generalized holography and the development of NAH”, J. Acoust. Soc. Am. 78 1395-1413 (1985).