研究

並列演算FDTD法による浅海内の音波伝搬解析

土屋 健伸, 遠藤 信行

(神奈川大・工, 神奈川大ハイテクリサーチセンター) *¹

kenshin@cc.kanagawa-u.ac.jp

(2004年7月1日原稿受付)

Abstract :

The numerical analysis method of sound propagation is developed in ultrasonic field because calculating performance of the personal computer improved in very high pace. Finite Difference Time Domain (FDTD) method is very useful method to calculate the sound propagation in the field, although it requires very large memory and long calculation time. In order to shorten the calculation time of FDTD method, we proposed a new algorithm of parallel calculation using Message-Passing Interface (MPI).

In this paper, we proposed a new algorithm of parallel computing using MPI in Personal Computer (PC) clusters to shorten the calculation time of FDTD method. PC clusters with 8 nodes in connected by gigabit Ethernet is used for calculation. In order to confirm the accuracy of calculation, we calculated sound propagation in homogenous media, and calculated propagation of sound pulse in shallow water. As a result, it is shown that FDTD method with parallel processing can be calculated accurately in sound propagation model. The calculation speed becomes about 6 times of normal personal computer in shallow water model. It is clear that FDTD method with parallel processing is very efficient method for numerical analysis of sound propagation.

分 類 : 音波伝搬

キーワード : 水中音波伝搬解析, FDTD法, メッセージパッシング, 並列演算

1. はじめに

音波伝搬を始め, 波動伝搬, 熱伝導など偏微分方程式を用いて表される物理現象を離散化して計算を行う数値解析法は高速なコンピュータの登場によってその活躍の場が益々広がっている。最近になって電磁波

の分野で広く用いられている時間領域差分法 (Finite Difference Time Domain method : FDTD法)¹⁾ は, コンピュータの急激な発展と価格下落に伴って実用的な手法として確立しており, また多くの高精度化, アルゴリズムの改良が報告されている。そのFDTD

Numerical Analysis of Underwater Sound Propagation in Shallow Water Calculated by Finite Difference Time Domain Method with Parallel Processing

* 1 Takenobu TSUCHIYA, Nobuyuki ENDOH

(Faculty of Engineering, Kanagawa University, Kanagawa University High-Tech Research Center)

法の基本方程式はマックスウェルの波動方程式により成り立っているため²⁾, 簡単に音波伝搬の解析に応用することができる。すなわち電界を音圧に, 磁界を粒子速度に対応させることによって数多くの電磁界の理論をほぼそのまま音響分野に適用することが可能である³⁻⁵⁾。

FDTD法は空間の媒質分布をパラメータとして解析するためにモデル化が簡単であり, 空間と時間の離散化に関しても比較的簡単な方法であるために理解しやすい。また時間領域解析のために受波点における振幅波形を容易に求めることが可能であり, パルス波形をフーリエ変換することで周波数特性を手早く得ることもできる。難点は非常に計算時間がかかること, パーソナルコンピュータ(PC)などで計算する場合は使用メモリの制限のため, あまり大規模な領域での伝搬解析を行えないことにある。そのために電磁界の分野では, 大規模な領域では主に2次元解析が行われている。

海洋のように広大な領域の音波伝搬解析にFDTD法を用いる場合は特に使用メモリ量と計算時間が問題となる。この問題点を解決し, 大規模な領域の解析を可能とする手法の一つとして複数のPCを用いた, いわゆるPCクラスタを使用する方法がある^{6, 7)}。元々クラスタ技術はスーパーコンピュータの高速化を目的とし複数のCPUを持った各ノードをネットワークや高速スイッチングバス等で接続したものであったが, コンピュータの急激な発展に伴って一般的なPCを複数台用意して高速化を図る際に用いられるようになっていく。

本報告では並列化アルゴリズムに基づくFDTD法(以降, 並列演算FDTD法)を用いて広範囲な領域である海洋中の音波伝搬解析を行う。伝搬解析には安価で一般的なPCを用いた大容量のメモリをもつPCクラスタを用いる。すなわちイーサネットを介したPC間のデータ転送による並列演算手法に基づくFDTD法のアルゴリズムを作成することで, 従来の単一PCでは解析できなかった大規模な領域を高速に解析することを可能とする。まず作成したプログラムの動作確認および性能評価のため, 均一媒質中を伝搬する音波の伝搬解析を行ってプログラムの妥当性と速度向上

比について報告する。さらに実際の海洋構造を反映した解析モデルの音波伝搬の解析結果を示し, その結果の妥当性ならびに速度向上比と並列化における速度低下の原因について検討する。

2. FDTD法の並列化アルゴリズム

2.1 FDTD法の基本方程式と1次元での差分化³⁾

すでにFDTD法の差分化については文献[3]で報告してあるが, 並列化のアルゴリズムの理解を容易にするために以下に改めて述べる。

一般的な3次元FDTD法の基本方程式は損失の無い流体において音圧を p , 粒子速度ベクトルを $\mathbf{v}$ とすると以下の式となる。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p \quad (2)$$

ここで, K は体積弾性率, ρ は密度を表す。上式中の粒子速度ベクトル $\mathbf{v}$ を各方向成分に分解すると以下の4式として与えられる。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \nabla \cdot (v_x + v_y + v_z) \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla_x p \quad (4)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla_y p \quad (5)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla_z p \quad (6)$$

ここで, それぞれ v_x , v_y , v_z は各方向のスカラー量としての粒子速度である。上式を出発点として, 差分公式に従い差分方程式をプログラム化することで音波伝搬の解析を行う。

FDTD法の差分化では空間領域を音圧と粒子速度を1/2ずらしたスタガード格子⁷⁾で表すことが特徴的である。時間領域では蛙飛び(リーブ・フロッグ)アルゴリズム¹⁾を用いる。

まず1次元問題として x 方向に伝搬する波動を考

える。この時、 v_y および v_z は無視されるので式 (3) ~ (5) は以下の2式となる。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \nabla \cdot \mathbf{v}_x = -K \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla \cdot p = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8)$$

上式 (7), (8) についての1次元領域における音圧と粒子速度の配置を **Fig. 1(a)** に示す。ここで Δx は距離のサンプリング間隔 (空間刻み幅) で i はグリッド番号を示している。Fig. 1(a) に示すように音圧と粒子速度はお互いに $\Delta x/2$ づつ交互に配置される。音圧 p の x 座標は $x = i \cdot \Delta x$ で表され、粒子速度は $x = (i + 1/2) \cdot \Delta x$ で表される。Fig. 1(b) にリープ・フロッグアルゴリズムに基づいて時間を差分化した時の音圧と粒子速度の配置を示す。ここで Δt は時間サンプリング間隔 (刻み幅)、 n は時間サンプリング番号で時刻 t は $t = n \cdot \Delta t$ で表される。Fig. 1(b) に示すように時間軸で音圧と粒子速度を交互に配置する。ここで注意したいのは Fig. 1(a) では同じ空間座標の同時刻に存在するように思われる音圧と粒子速度は時間軸上でも交互に配置される点にある。この点に注意してまず式 (7) の $x = i \cdot \Delta x$ における差分式を整理して左辺を1ステップ後の音圧である $p^{n+1}(i)$ の形にすると式 (9) となる。

$$p^{n+1}(i) = p^n(i) - \frac{K \Delta t}{\Delta x} \{v_x^{n+1/2}(i+1/2) - v_x^{n+1/2}(i-1/2)\} \quad (9)$$

この式が示すように次の $n+1$ 番目の音圧 $p^{n+1}(i)$ を求めるには n 番目の音圧 $p^n(i)$ とその左右 $\pm 1/2$ グリッド隣で時間が $n+1/2$ 番目の粒子速度 $v_x^{n+1/2}(i+1/2)$, $v_x^{n+1/2}(i-1/2)$ の計3点のみを使用する。

同様に式 (8) を差分化した後、整理して左辺を1ステップ後の粒子速度 $v_x^{n+1/2}(i+1/2)$ の形にすると以下の式 (10) が得られる。

$$v_x^{n+1/2}(i+1/2) = v_x^{n-1/2}(i+1/2) - \frac{\Delta t}{\rho \Delta x} \{p^n(i+1) - p^n(i)\} \quad (10)$$

式 (10) においても次の $n+1/2$ 番目の粒子速度 $v_x^{n+1/2}(i+1/2)$ を求めるには $n-1/2$ 番目の粒子速度 $v_x^{n-1/2}(i+1/2)$ とその左右 $\pm 1/2$ グリッド隣で時間が n 番目の音圧 $p^n(i+1)$, $p^n(i)$ の音圧の計3点のみを使用する。

2.2 計算領域の分割と並列化アルゴリズム⁸⁻¹¹⁾

差分法における並列計算法では全計算領域 (Main-domain) を複数の小領域 (Sub-domain) に分割して計算を行うことが一般的である。FDTD法の並列化においても同様に計算領域の分割を行う。一つの領域を二つの小領域AとBに等分割して各領域を同性能の2台のPC (ノード) を用いて計算を行えば、1台のPCしか用いない逐次計算の場合に比べ理想的には計算時間は1/2に短縮される。これが領域分割による並列計算方法の高速化の基本的な考えであ

Fig. 1 Finite difference approximation of one dimension of FDTD method.

る。Fig. 2に1次元FDTD法における計算領域分割法の概念図を示す。Fig. 2において全領域を小領域AとBに分割して各PCで分割して計算を行うが、その際に各領域で同じ格子点を持つオーバーラップ領域が必要となる⁷⁾。これは式(9)、(10)の差分式から明らかなように、グリッド点が n 番目の音圧の計算には $n+1/2$ 番目の粒子速度の値が、また $n+1/2$ 番目の粒子速度の計算には n 番目の音圧の値が計算に必要なだからであり、そのためのデータを確保する領域をそれぞれのノードに設ける必要がある。しかしこの計算に必要な値(データ)は各ノードでは計算することが出来ない。そこで各ノード間でデータの受け渡しを行う必要がある。並列演算法においてはノード間のデータ通信はメッセージパッシングと呼ばれ、このデータ通信を行うサブルーチン集としてよく用いられるものがMessage-Passing Interface(MPI)である¹²⁾。MPIは1992年にMPIフォーラムにより規定された分散メモリ型並列計算機のプロセス間通信のライブラリであり、CおよびFORTRANのライブラリの形で提供され広く用いられている。代表的な実装ライブラリとしてmpichやLAMが挙げられる⁷⁾。

Fig. 2中に示すように、まず音圧の計算時($t = n \cdot \Delta t$)にはノード0では $i-1$ 番目までの音圧の計算は可能である。しかし、 $i+1/2$ 番目の粒子速度データが未知であるとノード0では i 番目の音圧の計算を行うことができない。そこでノード1より $i+1/2$ 番目の粒子速度デー

Fig. 2 Dividing domain for parallel calculation model of one-dimension.

タを転送して $i+1/2$ 番目の粒子速度データを既知にすることで、 i 番目の音圧値計算が可能となる。図中のMPI_Send, MPI_RecvはMPIライブラリ関数であり、それぞれ送信、受信のための関数である¹³⁾。粒子速度の場合も同様に i 番目の音圧値をノード0からノード1へ転送することで $i+1/2$ 番目の粒子速度を計算することが可能となる。このようにしてお互いのデータを通信し合うことで領域を分割しても音波伝搬の計算を行うことができる。このデータ通信に要する時間分が通常のFDTD法に比べて余分となるが、各ノードでの計算量は大幅に減少するために計算時間が短縮されて処理が高速になる。ここでは1次元の並列演算FDTD法について述べたが、2次元や3次元においても同様なアルゴリズムで計算を行うことができる。データの転送部は2次元においては1列分、3次元では1平面分となる。

Fig. 3に並列演算FDTD法のフローチャートを示す。FDTD法の基本アルゴリズムは、まず計算領域の初期化および領域の媒質設定(Initialize)を行う。主計算部は音圧と境界計算(Pressure)と粒子速度計算(Velocity)である。複数のノードを持つ場合も、単一PCと同様に主計算部は音圧計算と粒子速度計算になるが、計算量は1/計算台数となり高速化される。そして音圧計算と粒子速度計算それぞれの間にデータの転送を行っている。ここで図中の矢印はデータ転送(メッセージパッシング)を表す。点線で囲まれた部分が送受信の処理でありP_Trans, V_Transがそれぞれ音圧データの転送、粒子速度データの転送を表す。音圧計算、音圧データの転送、粒子速度の計算、粒子速度データの転送まで行って1時間ステップ分となる。その後、同期関数であるMPI_Barrierを用いて各プロセスの同期を取ってから次のステップに進む。これを時間ステップ数Tが計算終了設定時間(Tmax)に達するまで繰り返す。ここで問題となるのは図中のTrans waitで示される待ち時間の発生である。MPI_Send, MPI_Recvは同期通信のコマンドであるため、送受信相手の処理が終了するまで次の計算が始めることができない。それにより待ち時間が増加するため、計算速度が低下する。また通信の待ち時間に

Fig. 3 Flow chart of parallel FDTD method.

加えて各ノードの処理能力に差が生じるとその待ち時間がさらに増大してしまう。この速度低下は同一性能のPCを用いることである程度改善されるが、台数が増えるにつれて転送回数が増え同期通信の待ち時間が発生するため、効率は完全に台数倍にならない。

3. 並列演算FDTD法のプログラムテストと速度向上比の測定

本報告で示したFDTD法の並列演算アルゴリズムに基づいてプログラムを作成し、簡単なテストモデルにおいてその妥当性と有効性について検討する。2次元並列演算FDTD法のテストモデルをFig. 4に示す。辺の長さが1200 mである正方形を計算領域とした。媒質は水として音速 $c = 1500$ m/s, 密度 $\rho = 1.0$ g/cm³, 減衰は無いとした。空間刻み幅は $\Delta x = \Delta y = 1$ mとし、領域全体を1201×1201のグリッド数で分割した。この領域をノード数で等分割して分割線上にMPIにおけるオーバーラップ領域を設けた。Fig. 4では3分割を例として表示してある。二つの点音源を $(x, y) = (500, 600)$ と $(1000, 600)$ に配置して同位相で励振する。音源の周波数は25 Hz, 励振波形は最大値10 [Pa]で波連長は3波長, 正弦波で振幅変調されたパルス波を用いた。受波点は音源1から距離 $l = 250$ mにある受波点1 $(250, 600)$ と二つの音源の中間点, 距離 $l = 250$ mの受波点2 $(750, 600)$ を考

えた。ここでは時間刻み幅はCourantの安定条件²⁾に従い, $\Delta t = 0.2$ msとした。また吸収条件として計算領域の最外周にはMurの1次吸収境界条件¹⁴⁾を適用した。使用したノード数は1台から5台である。使用したPCの構成をTable 1に示す。本モデルの解析ではPC #0を用いた。使用OSはWindows2000でMPIライブラリはArgonne National Laboratoryで開発・配布されているMPICH for NT ver1.2.5¹⁵⁾を用いた。プログラムはC言語で作成し、コンパイラはMicrosoft Visual C++ ver6.0を使用した。各PC間は1000BASE-Tのイーサネットを用いてHubを介して接続した。通信プロトコルはTCP/IPを用いており、TCP/IPの通信パラメータはOSの標準設定を用いた。

Fig. 4 Calculation model of sound propagation in homogenous media using parallel FDTD method.

Table 1 Configuration of PC cluster nodes.

	PC #0	PC #1
CPU	Intel Pentium III	Intel Pentium 4
Clock	1.0 GHz	2.5 GHz
FSB	133 MHz	400 MHz
Memory	512 MB	1 GB
Type	SD-RAM	RIMM
Clock	PC133	PC800
Motherboard	SDVIA	P4T-E
Network I/F	Intel Pro/1000 -MT	
Hub	FXG-08TX	

1, 2ならびに3ノード使用時の伝搬時間が0.4秒における空間音圧分布をFig. 5に示す。2点の音源から音が広がっていく様子が示されており、各ノードの計算領域に設置された音源からの波が互いの領域に正しく広がっていることが分かる。このことから作成したテストプログラムにおいてMPIによるデータ通信が正しく行われたことが分かる。受波地点1, 2における受波波形をFig. 6に示す。二つの音源は同位相で励振しており、また受波点2は音源1, 2から等距離にあるため、受波点2の受波振幅は受波点1の2倍になるはずである。Fig. 6に示すように振幅の最大値はおおよそ2倍となっており波形の形状も一致している。さらに受波点1での振幅を2倍して受波点2の振幅値から引くと最大で0.000002 [Pa]の差があった。そこで計算精度を単精度から倍精度に変更したところ、全ての時間で0となることが確認できた。またノード数を変化させても同様の結果を得ることができた。以上

のこより作成したテストプログラムが正常に動作し、正しい計算が行えていることが示された。Fig. 7にノード数に対する計算時間の変化と速度向上比 E_f を示す。速度向上比 E_f は1ノード使用時の計算時間を S_0 , n ノード使用時の計算時間を S_n とすると以下の式(11)で表される⁷⁾。

$$E_f = S_0 / S_n \quad (11)$$

テストモデルにおける計算時間は1ノードで301秒であり、ノード数が2で160秒、ノード数が5で80秒に短縮されていることが分かる。速度向上比で表すとノード数が2の時、約1.8倍程度、ノード数5で4.46倍程度と1から5台の範囲では効率良く高速化されることが分かった。速度向上比が理想的な線形にならない理由としてはFig. 3の説明で述べたようにデータの転送による同期で発生する待ち時間が主な原因と考えられる。

Fig. 5 Snapshot of sound pressure field at 0.4 second in humongous media.

Fig. 6 Received pulse waveform calculating by parallel FDTD method in humongous media. (a) Received waveform of position ①. (b) Received waveform of position ②.

Fig. 7 Speed up recorded of parallel FDTD method in homogeneous media.

4. 遷移層を持つ浅海域モデルの音波伝搬解析¹⁶⁾

4.1 浅海実海域モデルと伝搬解析結果

本章では前章で用いたテストプログラムを改良し、実海域に即したモデルで伝搬解析を行い、その実用性について検討する。浅海域ではその表層などで潮の流れや日照、風の影響などで海中の音速プロファイルが局地的に変化する場合がよくある。さらに浅海域の中では海底表層に深度方向にプロファイルが変化する薄い遷移層を有する海域の存在がよく知られている¹⁷⁾。表層の変化や遷移層では僅かな深度内でプロファイルが変化するためにFDTD法のような差分解析では空間刻み幅を十分細かくしなければならない。しかし、空間刻み幅を細かくするとプログラムの使用メモリが増大し、さらに計算時間の増加を招いてしまう。このように浅海域での解析において、細かな変動に対応した解析を行い、さらに計算時間の増加を抑えて効率よい数値解析を行うためには並列演算は有効な手法となり得る。そこで本報告の解析領域は浅海域を想定してFig. 8に示すモデルにおいて伝搬計算を行った。解析領域は浅海近距離での伝搬を想定し、伝搬距離は400 m、海底深度は130 m、堆積層表面に遷移層があるものとした。海水の音響パラメータとして音速は1500 m/s、密度1.0 g/cm³、吸収係数は無いと仮定した。堆積層の音速は1600 m/s、密度1.2 g/cm³、吸収係数は0.5 dB/λとした。音源の周波数は1.5 kHz、深度50 mとして点音源を想定し、受波器は音源と同深度で400 m離れた位置に設けた。空間刻み幅は波長の1/20である $\Delta x = \Delta y = 0.05$ mとし、時

間刻み幅はCourantの安定条件に従って $\Delta t = 15 \mu s$ とした。海面の境界条件は完全反射となる音圧開放条件($p = 0$)を用いた。海面以外の計算端面においては反射波を抑制するために最外周にHigdonの2次吸収境界条件¹⁸⁾を適応した。ただしHigdonの吸収境界条件だけでは計算端面に対して大きい入射角で音波が到達した場合では精度が十分でないため¹⁹⁾、さらにFig. 8中に示されるように400グリッド分の吸収層を設けて計算端面における反射波を小さくさせて計算結果に対する外乱を十分抑制した。吸収層内では計算端面に向かうにつれて吸収係数が徐々に大きくなるように、計算領域と吸収層の境界から最外周まで2次関数で変化するように吸収係数を与えた。最外周での吸収係数の値は0.868 dB/λである。Fig. 8右外側の点線はノード数間の分割線を示し、簡易モデルと同様にこの線上にオーバーラップ領域を設けた。図中の線は例としてノード数が8の場合を示している。堆積層表面の遷移層モデルをFig. 8(b)に示す。遷移層の音速・密度プロファイルは文献[20]を引用した。文献[20]におけるプロファイルを式(12)に示す。

$$c(z) = c_1 \times (z - z_0 + 1)^B \quad (12)$$

ただし、 $B = \log(c_2/c_1) / \log(w + 1)$

ここで、 z_0 は海水と遷移層の境界深度、 w は遷移層の厚さである。密度も同様に式(12)を用いた。吸収係数は堆積層と同じとした。

遷移層の厚さ w が1 mと3 mの場合の受波波形をFig. 9に示す。伝搬時間から推定すると約0.273秒で最大振幅となる波形が直接波であり、約0.281秒で最大振幅となる波形が海面で一度反射した波である。約0.295秒後からの波形が海底で一度反射して受波された波形である。海底での反射波の振幅が大きく変わり、遷移層の厚さが3 mでは厚さ1 mに比べ振幅が約1/3程度に減少している。Fig. 10に遷移層の厚さに対する反射パルス波の変化を示す。1 mから2 mにかけて大きく減少しており、また1 mの厚さでも有意な変化があることが分かる。またこれらの結果は1ノードの計算結果と一致していることを確認した。

Fig. 8 The model of shallow water in simulation.

Fig. 9 Received pulse waveform calculated by parallel FDTD method in shallow water.

Fig. 10 Relationship between maximum amplitude of reflected pulse and thickness of transition layer in shallow water.

4.2 実海域モデルにおける計算時間と速度向上比

解析領域のグリッド総数は x, y 方向それぞれ 8800×3600 であり、各ノードが持つ小領域が同面積になるように水平方向で等分割した。ノード数が8の

場合、各ノードのグリッド数は 8800×450 である。音波伝搬を解析する時間は0.3秒とした。時間刻み幅 $\Delta t = 15 \mu\text{s}$ から最大時間ステップ数は $0.3 \text{ s} / 15 \mu\text{s} = 20000$ ステップとなる。プログラム上の変数は全て倍精度を用いたが、1ノード使用時には使用メモリが1GBを超えたために変数の精度を1ノードの場合のみ単精度にして計算を行った。使用したPCの構成はTable 1中に示したPC #1を用いる。計算を行うにあたり、まず単精度と倍精度での計算時間の差を調べるために 8800×3600 グリッドサイズの均質媒質モデルを作成して、変数精度を変化させて単一ノードにおける実行時間を測定した。音源位置を浅海モデルと同じ $(x, y) = (400, 1000)$ とした。単精度と倍精度での計算時間を比較した結果をFig. 11に示す。Fig. 11においてステップ数が小さい時は倍精度の方が計算時間が掛かり、その差は9000ステップで最大となり、その時の比は単精度：倍精度 = 1.26 : 1 となった。さらにステップが進むにつれてその差が縮まり15000ステップ付近で単精度と倍精度の計算時間は同じになり、その後単精度の方が大きくなる。そして最終ステップ数である20000の時で単精度：倍精度 = 1.16 : 1 となった。解析空間のサイズがほぼ同サイズの均質媒質モデルにおいて実行時間比は単精度と倍精度の実行時間で大きな差が表れなかったため、浅海モデルにおける速度向上比は単精度の結果を基準として測定した。浅海域モデルにおいて、ノード数に対する並

列演算FDTD法の計算時間と速度向上比を求めた結果をFig. 12に示す。速度向上比は前章のテストモデルに比べ明らかに低下しているが、4ノードで3.29倍、8ノード数で5.98倍となった。一般的な並列演算法の中では良好と言って良い結果である。またノード数に対して速度向上比はほぼ線形に伸びていることから台数を増やせばさらなる高速化を期待できる。

Fig. 13に浅海域モデルにおけるステップ数に対する計算時間の変化を示す。ここでの計算時間は計算開始からの経過時間を表すため、計算量が全計算時間中で均等であるならばステップ数に対して計算時間は線形に伸びていくことになる。しかし、ステップ数が進むにつれて計算時間が非線形に増加していることが分かる。これは音波が伝搬していくに従って計算負荷が増すことを示している。また、どのノード数において

Fig. 11 Comparison of calculation time with double and float precision in simple program code.

Fig. 12 Speed up recorded of parallel FDTD method in shallow water.

Fig. 13 Relationship between calculation time and time step count in shallow water model.

もステップ数が17000を超えたあたりから計算時間の増加は止まり一定の傾きになる。これは音波が受波器に到達し始める時間にあたり、受波器以降の吸収層で音波が吸収されたために計算量が減少したためと考えられる。

次に速度向上比の低下と計算負荷の増加の原因について調べるため、音圧計算やデータ転送などの各処理に要する時間をそれぞれのノードについて測定した。処理時間の測定にはMPIライブラリに含まれるMPI_Wtimeを用いて100ステップ毎に測定した。また同期関数であるMPI_Barrierを用いて各ノードの1時間ステップ毎の全体処理時間を併せることで、粒子速度データの転送終了から全ノードの計算が終了するまでの待ち時間(Wait)を測定した。これにより各ノードの個々の処理時間の違いが明らかになる。

Fig. 14に使用ノード数を8台とした場合の各ノードにおける計算処理時間の測定結果を示す。Fig. 14中に示した計算時間は4000ステップ分の平均値を示しており、Fig. 14(a)は4001から8000ステップまで平均値である。Fig. 14(a)を見ると各ノードでの音圧、粒子速度の計算は僅かな差があるがほぼ同じ時間で、それぞれ全体の40%弱、50%強である。データ転送の時間(P_Trans, V_Trans)はあまり大きくは無く、概ね全体の計算時間の約2%である。ノード0、6のV_Transにおいてデータ転送時間が比較的大きいが、約5%程度である。その後、全体の同期が取るま

での待ち時間 (Wait) ではノード4, 5が大きく15~16%になっている。Fig. 14(b)に12001から16000ステップまでの平均計算処理時間の測定結果を示す。Fig. 14(a)に比べ、ノード間の音圧、粒子速度の計算時間に明らかな差が現れた。全体の同期が取るまでの待ち時間 (Wait) は、ノード6, 7においては全体の計算時間の60%以上であり、ノード5においても56%以上を占める。逆にノード1, 2においては計算時間のほとんどが音圧、粒子速度の計算に費やされており、先のノード6, 7に比べて2.5倍の計算量になっている。以上より、音波が伝搬するに従って各ノードの計算時間が変化することが分かった。特にノード1~3の計算は高負荷となり、ノード6, 7の約2倍となっている。伝搬時間0.12秒における瞬時音圧分布をFig. 15(a)に、伝搬時間0.24秒における瞬時音圧分布をFig. 15(b)

に示す。Fig. 15(a)に示されるように音波は海面と海底を反射しながら水中を伝搬していくが、海底に潜り込んだ音波は海底での減衰が大きいため次第に減少していく。Fig. 15(b)中の350 m付近まで進んだメインパルスは海底面で全反射して海底には潜り込まずにほぼ海水中のみを伝搬する。また海面や海底で多重反射した音波は海水内を伝搬しており、海底に潜り込んだ音波は大きく減衰する。Fig. 15(a)において音波は海水内と堆積層内を双方伝搬しているが、Fig. 15(b)においてはほぼ海水内に反射波も加えた多数のパスの音波が伝搬していることが分かる。そのため、各ノードにおける計算量に格差が表れると考えられる。Fig. 15を見て分かるようにノード5中に海水と海底の境界があり、ノード0~4とノード5が海水部を、ノード5~7が海底部、ノード7が海底部下の吸収層

(a) Average calculation time from 4001 to 8000 time steps.

(b) Average calculation time from 12001 to 16000 time steps.

Fig. 14 Calculation time of each process of parallel FDTD method.

(a) At 0.12 second after sound radiation.

(b) At 0.24 second after sound radiation.

Fig. 15 Snapshot of sound field in shallow water model.

を計算している。そのためにノード5以降の各ノードの計算量が他に比べて明らかに小さいことがFig. 14(b)からも見て取れる。そして音源はノード2にあるため、音波が海水中を伝搬方向へ進むにつれてノード0～4での計算負荷が海底を計算するノードに比べて大きくなる。以上のことから音波が伝搬するに従って海水部を計算するノードと海底部を計算するノードに計算量の大きな差が現れると考えられる。特に伝搬するに従い計算負荷の差が増大するため、ますます差が大きくなると考えられる。その計算時間の差とそれにより発生する通信待ち時間のために速度向上比が大きく低下すると言える。よってこれらの計算量の差を予め予期して各ノードの計算負荷を均一になるように分割すれば速度向上比の上昇が見込まれる。

5. おわりに

本報告では広大な領域を持つ海洋内の音波伝搬の解析をFDTD法によって高速に行うため、並列演算アルゴリズムを導入してFDTD法の高速化を図った。そしてPCクラスタを用いて大規模領域での解析を可能にすることを試みた。まずFDTD法の並列化アルゴリズムを構築し、PCクラスタを用いたメッセージパッシングによる並列演算プログラムを作成した。並列化による性能向上を確認するために均一媒質中の簡易テストプログラムを作成し実行させた結果、ノード数5で4.5倍と高い速度向上比を得ることができた。さらに実海域モデルで解析を行った結果、簡易テストモデルに比べて大きく速度向上比が低下したが、ノード数8で5.98倍と6倍近い良好な結果を得た。海域モデルにおける速度向上比の低下の原因について調べたところ、音波が伝搬するに従って各ノードの計算時間が変化することが原因であることが分かった。今後は速度低下の問題解決や非同期データ転送方法なども含めた修正を施し、さらに効率の良いアルゴリズムを開発し、高周波数の音源やより広範囲な領域での音波伝搬解析を行う予定である。なおFDTD法のプログラムの一部を海洋音響学会のホームページ²¹⁾にて公開しているので興味のある方はプログラムをダウンロードし、実行していただきたい。

謝辞

本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金基盤研究 (C) (2) #16500325, ならびに若手研究 (B) #13027305, 文部科学省ハイテクリサーチセンタープロジェクトの補助を受けて行いました。ここに感謝いたします。

参考文献

- 1) K. S. Yee, K. Shlager and A. H. Chang, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell Equations in Isotropic Media," IEEE Trans. Ant. Propagat., **14**, 302-307 (1966).
- 2) 宇野亨, FDTD法による電磁界およびアンテナ解析, (コロナ社, 東京, 1998), p. 1-57.
- 3) F. Iijima, T. Tsuchiya and N. Endoh, "Analysis of Characteristics of Underwater Sound Propagation in the Ocean by a Finite Difference Time Domain Method", Jpn. J. Appl. Phys., **39** (3), 3200-3204 (2000).
- 4) Y. Tanaka, T. Tsuchiya and N. Endoh, "Estimation of Receiving Waveform of Ultrasonic Aerial Back Sonar Calculated by Finite Difference Time Domain Method", Jpn. J. Appl. Phys., **41** (5), 3297-3298 (2002).
- 5) H. Saito, J. Naoi and T. Kikuchi "Finite Difference Time Domain Analysis for a Sound Field Including a Plate in Water," Jpn. J. Appl. Phys., **43** (5), 3176-3179 (2004).
- 6) トーマス・L・スターリング, ジョン・サルモン, ドナルド・J・ベッカー, ダニエル・F・サバレーゼ, 北野宏明 (監修), PCクラスタ構築法 - Linux によるペイオウルフ・システム -, (産業図書, 東京, 2001), p. 11-30.
- 7) 樫山和男, 西村直志, 牛島省, 並列計算法入門, (丸善, 東京, 2003), p. 9-22.
- 8) C. Guiffaut and K. Mahdjoubi, "Parallel FDTD Algorithm Using the MPI Library", IEEE Antennas and Propagat. Mag., **43**, 94-102 (2001).

- 9) 打矢, 柏, "HPF 及び MPI を用いた FDTD 並列スーパーコンピューティング", 電子情報通信学会技術報告, MST2001-6, 39-46 (2001.9).
- 10) 土屋, 小西, 山田, 遠藤, "MPI を用いた FDTD 法の高速度化アルゴリズム", 日本音響学会 2002 年度秋季講演論文集, 1233-1234 (2002.9).
- 11) 齋藤, 土屋, 菊地, "海中における低周波音波伝搬計算の高速化", 日本音響学会 2003 年度春季講演論文集, 1131-1132 (2003.3).
- 12) MPI Forum, URL : <http://www.mpi-forum.org/>
- 13) P. Pacheco, "Parallel Programming with MPI", (Morgan Kaufmann, San Francisco, 1997) Chap. 2, p. 29-32.
- 14) G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equation," IEEE Trans. Electromagnetic Compat., EMC-23 (4), 377-382 (1981).
- 15) Argonne National Laboratory, URL : <http://www-unix.mcs.anl.gov/mpi/mpich/>
- 16) 土屋, 穴田, 遠藤, "海底堆積層からの反射パルス波の FDTD 法による推定 - 遷移層が音波伝搬に与える影響について -", 海洋音響学会 2004 年度研究発表会講演論文集, 47-50 (2004.5).
- 17) M. Kimura, "Characteristics of acoustic wave reflection from the transition layer of sacrificial marine sediment," Proc. IEEE Underwater Technology 2002, Tokyo, 225-230 (2002).
- 18) R. L. Higdon, "Absorbing Boundary Conditions for Difference Approximation to the Multi-Dimensional Wave Equation," Mathematics of Computation, **47**, 176, 437-459 (1986).
- 19) 宇野亨, FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, (コロナ社, 東京, 1998), p. 58-80.
- 20) A. J. Robins, "Reflection of plane acoustic waves from a layer of varying density", J. Acoust. Soc. Am., **87** (4), 1546-1552 (1990).
- 21) 海洋音響学会 URL: <http://www.masj.jp>