衝撃の傳播により起る湖水等の靜振及びその風津浪への應用⁽¹⁾

寺 田 一 彦

Investigation of the Seiches of a Lake excited by a Travelling Disturbance
with a Special Reference to the Destructive Sea Wave or Tunami.

By K. TERADA.

Abstract—On the 21st, September 1934 the severest typhoon ever experienced in the world attacked the city of Oosaka. In this district there arose severe damages by the destructive sea wave or tunami. The present author started from the consideration that this sea wave is a phenomenon similar with seiches excited by a travelling disturbance and explained the real states of tunami experienced at Oosaka and its neighbourings considering the form of the bay.

1. 序 言

昭和九年九月二十一日大阪、京都等近畿地方を襲つた猛烈な颱風は、大阪灣を北東に横切り、大阪市の沿岸地帯に風津浪を起し、幾多の損失を與へた。この風津浪が颱風と云ふ低壓部の通過の爲めに生じたものであると見て、湖水の靜振に似た考へより取扱つて見る事とする。

進行性衝撃のために、湖水に靜振が起る事は、岡田臺長、藤原博士及び前田氏の協同研究として、琵琶湖を雷が襲つた時の彦根の觀測より立證せられてゐる。⁽²⁾ 著者は此の考へと全く同様な考へより進んで、風津浪の狀況を探らうとしたのである。然し計算の簡單と云ふ點から、矩形の表面を持ち、深さの一樣な湖を考へ、且つ颱風の如き衝撃の式を $P \sin^n \xi$ の形に考へてゐる。

2. 數式と解

式の解法は上記の論文と全く同様で唯衝撃の式として

$$f(x, t) = \begin{cases} P \sin^n \pi \left(\frac{x}{l} - \frac{t}{T} \right) & 0 \leq \frac{x}{l} - \frac{t}{T} \leq 1 \\ 0 & \frac{x}{l} - \frac{t}{T} \leq 0, \quad \geq 1 \end{cases}$$

を採用した。茲に P は衝撃の高さであり、颱風の如き時は負であつて壓力の大きさを示すものである。 l は衝撃の幅で、 T はその幅を衝撃の通過するに要する時間である。湖の長さを a とすれば l と a との大きさの關係に依つて最後の式は變つて來るが、先づ颱風の如き場合は $l > a$ として取扱つてよい。又 n の奇偶に依り形も變つて來る。

(1) 中央氣象臺彙報. (2) Proc. of Tokyo Math-Phys. Soc. 2nd. Ser. vol. VII, p. 210. (1913)

運動は xz 面内に起ると考へ、水面を $z=0$ ととり、速度ポテンシャル φ を用ひて、連続の式

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

と境界條件：

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad z = -h (h: \text{深さ}), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \quad x = 0, \quad x = a$$

より

$$\varphi = \sum_{s=0}^{\infty} A_s \cosh \frac{s\pi(h+z)}{a} \cos \frac{s\pi x}{a}$$

を得、 A_s を表面の條件より

$$A_s = \frac{m}{a\rho \cosh \frac{s\pi h}{a}} \int_0^t \cos p(t-\mu) \int_0^a f(\lambda, \mu) \cos \frac{s\pi \lambda}{a} d\lambda d\mu,$$

$$p = \sqrt{\frac{s\pi g}{a} \tanh \frac{s\pi h}{a}} = \frac{2\pi}{T_s}$$

と定めれば、水面の上昇 ζ は次式より計算される。

$$\zeta = \frac{1}{g\rho} f(x, t) - \frac{1}{g} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\partial A_s}{\partial t} \cosh \frac{s\pi h}{a} \cos \frac{s\pi x}{a}$$

以上の式で T_s は湖の固有振動の週期を調和解析した場合の s 番目のもので g は重力加速度、 ρ は湖水の密度、 m は $s=0$ の時 1 で他の場合 2 である。

之より $x=0$ 及び $x=a$ に於ける水面の上昇 ζ_0 及び ζ_a を計算すれば次の様になる。但し簡單の爲め次の符號を用ひる。

$$\frac{mP}{g\rho a} \frac{1}{2^n i^n} \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{r=0}^n (-1)^r \frac{\binom{n}{r}}{\left(\frac{n-2r}{l} + \frac{s}{a}\right)\pi} = A_c, \quad \frac{mP}{g\rho a} \frac{1}{2^n i^{n+1}} \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{r=0}^n (-1)^r \frac{\binom{n}{r}}{\left(\frac{n-2r}{l} + \frac{s}{a}\right)\pi} = A_o,$$

$$\frac{mP}{g\rho a} \frac{1}{2^n i^n} \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{r=0}^n (-1)^{r+s} \frac{\binom{n}{r}}{\left(\frac{n-2r}{l} + \frac{s}{a}\right)\pi} = A_c', \quad \frac{mP}{g\rho a} \frac{1}{2^n i^{n+1}} \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{r=0}^n (-1)^{r+s} \frac{\binom{n}{r}}{\left(\frac{n-2r}{l} + \frac{s}{a}\right)\pi} = A_o'.$$

$$\frac{1}{p^2 - \left(\frac{s\pi l}{aT}\right)^2} = E, \quad \frac{1}{p^2 - \left\{(n-2r) \frac{\pi}{T}\right\}^2} = F.$$

但し A_c, A_c' は n の偶数であるのに相當し、 A_o, A_o' は n の奇数であるのに相當する。括弧して點々を入れたものは、それに相當する ζ_0 の項を意味する。然る時は c を衝撃の速度として

$$i) \quad t \leq 0: \quad \zeta_0 = \zeta_a = 0$$

$$\begin{aligned}
\text{ii) } 0 \leq t \leq \frac{a}{c}: \quad & \zeta_0 = \frac{P}{g\rho} \sin^n \frac{\pi}{T} t - A_c \left[E \frac{s\pi l}{aT} \left\{ p \sin pt - \frac{s\pi l}{aT} \sin \frac{s\pi l}{aT} t \right\} \right. \\
& \quad \left. + F(n-2r) \frac{\pi}{T} \left\{ p \sin pt - (n-2r) \frac{\pi}{T} \sin (n-2r) \frac{\pi}{T} t \right\} \right], \\
& = -\frac{P}{g\rho} \sin^n \frac{\pi}{T} t - A_0 \left[E \left\{ p^2 \cos pt - \left(\frac{s\pi l}{aT} \right)^2 \cos \frac{s\pi l}{aT} t \right\} \right. \\
& \quad \left. + F \left\{ p^2 \cos pt - \left((n-2r) \frac{\pi}{T} \right)^2 \cos (n-2r) \frac{\pi}{T} t \right\} \right]. \\
& \zeta_a = -A_c'[\dots], \quad = -A_0'[\dots]. \\
\text{iii) } \frac{a}{c} \leq t \leq T: \quad & \zeta_0 = \frac{P}{g\rho} \sin^n \frac{\pi}{T} t - A_c \left[E p \frac{s\pi l}{aT} \left\{ \sin pt - (-1)^s \sin p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. + F(n-2r) \frac{\pi}{T} \left\{ p \sin pt - (-1)^s p \sin p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - (n-2r) \frac{\pi}{T} \left[\sin(n-2r) \frac{\pi}{T} t + (-1)^s \sin(n-2r) \pi \left(\frac{a}{l} - \frac{t}{T} \right) \right] \right\} \right], \\
& = -\frac{P}{g\rho} \sin^n \frac{\pi}{T} t - A_0 \left[E p^2 \left\{ \cos pt - (-1)^s \cos p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. + F \left\{ -p^2 \left(\cos pt - (-1)^s \cos p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \left((n-2r) \frac{\pi}{T} \right)^2 \left[\cos(n-2r) \frac{\pi}{T} t - (-1)^s \cos(n-2r) \pi \left(\frac{a}{l} - \frac{t}{T} \right) \right] \right\} \right]. \\
& \zeta_a = \frac{P}{g\rho} \sin^n \pi \left(\frac{a}{l} - \frac{t}{T} \right) - A_c'[\dots], \quad = \frac{P}{g\rho} \sin^n \pi \left(\frac{a}{l} - \frac{t}{T} \right) - A_0'[\dots]. \\
\text{iv) } T \leq t \leq \frac{a}{c} + T: \quad & \zeta_0 = -A_c \left[E \frac{s\pi l}{aT} \left\{ p \left[\sin pt - \sin p(t-T) - (-1)^s \sin p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right] \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{s\pi l}{aT} \sin \frac{s\pi l}{aT} (t-T) \right\} \right. \\
& \quad \left. + F(n-2r) \frac{\pi}{T} \left\{ p \left[\sin pt - \sin p(t-T) - (-1)^s \sin p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right] \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + (-1)^s (n-2r) \frac{\pi}{T} \sin(n-2r) \frac{\pi}{T} \left(t - \frac{a}{c} \right) \right\} \right], \\
& = -A_0 \left[E \left\{ p^2 \left[\cos pt + \cos p(t-T) - (-1)^s \cos p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right] \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \left(\frac{s\pi l}{aT} \right)^2 \cos \frac{s\pi l}{aT} (t-T) \right\} \right. \\
& \quad \left. - F \left\{ p^2 \left[\cos pt + \cos p(t-T) - (-1)^s \cos p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right] \right. \right.
\end{aligned}$$

$$+(-1)^s \left((n-2r) \frac{\pi}{T} \right)^2 \cos(n-2r) \frac{\pi}{T} \left(t - \frac{a}{c} \right) \Bigg\} \Bigg].$$

$$\zeta_a = \frac{P}{g\rho} \sin^n \frac{\pi}{T} \left(t - \frac{a}{c} \right) - A_e' [\nu], \quad = -\frac{P}{g\rho} \sin^n \frac{\pi}{T} \left(t - \frac{a}{c} \right) - A_o' [\nu].$$

$$v) \quad t \geq \frac{a}{c} + T: \quad \zeta_0 = -A_e p \left\{ E \frac{s\pi l}{aT} + F(n-2r) \frac{\pi}{T} \right\} \left\{ \sin pt - \sin p(t-T) - (-1)^s \sin p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right.$$

$$\left. + (-1)^s \sin p \left(t - T - \frac{a}{c} \right) \right\},$$

$$= -A_o p^2 \left\{ E - F \right\} \left\{ \cos pt + \cos p(t-T) - (-1)^s \cos p \left(t - \frac{a}{c} \right) \right.$$

$$\left. - (-1)^s \cos p \left(t - T - \frac{a}{c} \right) \right\}.$$

$$\zeta_a = -A_e' [\nu], \quad = -A_o' [\nu].$$

3. 大阪灣への應用

此の結果を先づ大阪灣に應用しやう。大阪灣を深さ一様の矩形の湖の様に考へる。この時 $a=60$ km, $T_1=127$ 分として $s=1$ のみを採る事とする。

颱風として先づ九月二十一日のものを考へて、730 mm Hg 以下に就いて考へ P は大約 20 mm Hg の壓力に當るとする。壓力分布としては sine の形で表はすのは當を得ないが、第一近似として $n=3$ の場合をとつて見る。然る時は ζ_a 即ち大阪に於ける海面の上昇の模様がわかる。

$$t \leq 0, \quad \zeta_a = 0$$

$$0 \leq t \leq 0.857 \quad \zeta_a = -\frac{P}{g\rho} \left[2.482 \cos 171 t + 1.788 \cos 210 t - 4.242 \cos 189 t - 0.025 \cos 63 t \right]$$

$$0.857 \leq t \leq 2.857 \quad \zeta_a = -\frac{P}{g\rho} \left[\sin^3 63(t-0.857) + 2.482 \left\{ \cos 171 t + \cos 171(t-0.857) \right\} \right. \\ \left. - 4.242 \left\{ \cos 189 t + \cos 189(t-0.857) \right\} - 0.025 \left\{ \cos 63 t + \cos 63(t-0.857) \right\} \right]$$

$$2.857 \leq t \leq 3.714 \quad \zeta_a = -\frac{P}{g\rho} \left[\sin^3 63(t-0.857) + 2.482 \left\{ \cos 171 t + \cos 171(t-0.857) \right. \right. \\ \left. \left. + \cos 171(t-2.857) \right\} + 1.788 \cos 210(t-2.857) - 4.242 \cos 189(t-0.857) \right. \\ \left. - 0.025 \cos 63(t-0.857) \right]$$

$$t \geq 3.714 \quad \zeta_a = -\frac{P}{g\rho} \left[2.482 \left\{ \cos 171 t + \cos 171(t-0.857) + \cos 171(t-2.857) \right. \right. \\ \left. \left. + \cos 171(t-3.714) \right\} \right]$$

となる。但し實測に基き、 $l=200$ 杆、 $c=70$ 杆/時 とし、衝撃が大阪灣に表はれ初めた時を $t=0$ ととつてある。但し t は時間を單位とし、角は度が單位となつてゐる。實測に比べると時間の初めは大體 5 時半となるから、颱風中心が大阪に來るのは 7 時 47 分となる。とにかく上式より ζ_0 を計算すると右表の様になる。

之より計算すれば振幅の最大は 42.4 糎になり、730 耗以上は定常的な作用と見て 40 糎の水位の上昇を附加すれば、最大で 82.4 糎になる。之は實測に比べ小さいけれども、風の影響は大阪に於ては 8 時頃より急に加はり 30~40 糎の程度と考へてよい。又最も影響のあるものとして大阪灣が大阪に

t	$\zeta \left(\times - \frac{P}{g\rho} \right)$	摘 要
0	0	5 ^h 30 ^m
0.2	0.01	
4	0.02	
6	0.07	
8	0.14	中心徳島附近。波動的に水面上昇す
1.0	0.19	6 ^h 03 ^m
2	0.16	
4	0.80	中心洲本附近
6	0.03	
8	0.06	中心大阪灣中央、水面上昇を初む
2.0	0.23	7 ^h 30 ^m
2	0.58	中心大阪。水面上昇中
4	1.02	
6	1.42	
8	1.59	中心通過後 30 分にて極大となる
3.0	1.51	8 ^h 30 ^m
2	1.29	
4	0.80	水面の下降急なり
6	-0.05	
8	-1.10	衝撃全く通過
4.0	-1.23	9 ^h 30 ^m
2	-0.94	其後も振動の見ゆるは、初の假定に減衰を用ひなかつた爲めなり。實際は減衰のための振幅はずつと小さくなる。
4	-0.32	
6	+0.41	

行くにつれ浅くなつてゐる事の爲めに依つて起る靜振の振幅が大阪に於て普通の倍以上になる事を考へれば、大阪、洲本其他大阪灣沿岸に於ける風津浪の状態を説明し得るであらう。即ち大阪に於ては颱風中心通過に先立つ 30 分位前より潮位の上昇が顯著となり、通過後 30 分即 8 時 30 分頃に極大に達し 3 米前後と計算される。之は大阪支臺等で當時觀測された模様と全く同

様である。尙此の取扱ひで洲本方面では上昇が少ない事等も説明出來實際の場合とよく合致するが、詳細は室戸颱風報告に論じてあるから夫を参照されたい。又その中には、一般の場合の式も出して置いたから、他の之と類似の場合に應用し得ると思ふ。

此の一文を草するに當り、岡田臺長の御指導に與る點が多い。茲に感謝の意を表す次第である。

(昭和九年十月十八日 於中央氣象臺)