第 6 圖

第 7 圖

終りに御指導を賜つた岡田先生に厚く御禮申し上げ、代讀して下された荒川秀俊氏に御禮を申し上げます。

大 氣 風 系 の 季 節 變 化⁽¹⁾

荒 川 秀 俊

On the Migration of the Wind System.

By H. ARAKAWA.

Abstract:—The annual migration of the equatorial belt of high temperature causes the wind system to migrate. The velocities of the prevailing westerly winds are much greater in winter than in summer. Places in the equatorial belt will experience mild easterly upper air currents during the summer. When the doldrums are farthest north, the trade wind from the southern hemisphere crosses the equator. When the doldrums are farthest south, the trade wind from the northern hemisphere crosses the equator.

著者はさきに大氣の大循環⁽²⁾について論じたが同じ手法によつて、大氣風系の季節變化を論じて見よう。

大氣の大循環をひきおこす働因は氣溫の分布であるが、その氣溫の分布が四季の變化を受けて、七月頃北半球は著しく高温となり、逆に南半球で著しく冷却される。又正月頃北半球は甚だしく寒冷となり、南半球では甚だしく高温となる。従て大氣の風系も季節變化をうけることになる。

(1) 中央氣象臺彙報。

(2) H. Arakawa: On the Motion of Air near the Earth's Surface and the General Circulation of the Atmosphere, Bull. Central Met. Obs., Vol. 5, No. 1 (1934).

今気温の分布を解析して、大體球函数の級數

$$T = \sum \left(A_n r^n + \frac{B_n}{r^{n+1}} \right) P_n(\cos \theta), \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表はされると考へられよう。こゝに年平均としては、零次の球函数を別として $P_2(\cos \theta)$ の項で大略の地球の気温の分布が表はされる。所が夏や冬には北半球と南半球との気温分布に大差があるため $P_1(\cos \theta)$ の項が十分重要なことになる。實際正月及七月の気温の分布を解析して見ると大體

$$T = 9.83 - 17.50 P_1(\cos \theta) - 33.33 P_2(\cos \theta) \quad \dots\dots\dots (2a)$$

及

$$T = 11.47 + 16.00 P_1(\cos \theta) - 28.47 P_2(\cos \theta) \quad \dots\dots\dots (2b)$$

で表はされる。即ち P_1 の係数が大きい上に符號が變つて居る。依て季節變化を論ずるには $P_1(\cos \theta)$ の分布をして居る気温に對應する對流を考慮する必要がある。

球座標 (r, θ, φ) をつかつて熱對流が定常状態になつた場合の運動の方程式は次のやうになる。

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) A_{\varphi 0} = - \frac{\alpha g R^2}{\nu r^3} \frac{\partial T_1}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \right) v_{\varphi} = \frac{2\omega}{\nu} (v_{r0} \sin \theta + v_{\theta 0} \cos \theta), \quad \dots\dots\dots (4)$$

こゝに (3) は地球回轉の影響を無視した場合、大氣の運動を決定する式で、(4) は地球回轉の影響によつて生ずる經度方向に生ずる氣流である。⁽¹⁾ α は氣體の膨脹係數、 R は地球の半径、 g は重力の加速度、 ν は渦動粘性係數、 ω は地球自轉の角速度、 $A_{\varphi 0}$ は氣流を決定するベクトル・ポテンシャル、 $v_{r0}, v_{\theta 0}$ は $A_{\varphi 0}$ から導かれる氣流の速度で、 $v_{\varphi 1}$ は地球自轉の影響によつて生ずる經度方向の氣流の速度である。

$$(3), (4) \text{ の一般解は } T_1 = \left(A r^n + \frac{B}{r^{n+1}} \right) P_n(\cos \theta) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} \text{であるとき} \quad A_{\varphi 0} = \frac{\alpha g R^2}{\nu} \left\{ - \frac{A r^{n+1}}{4n(n+1)} - \frac{B r^{-n}}{4n(n+1)} + C r^{n+2} + D r^n \right. \\ \left. + E r^{-(n-1)} + F r^{-(n+1)} \right\} P_n^1(\cos \theta) \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} v_{r0} &= \frac{\alpha g R^2}{\nu} \left\{ - \frac{A r^n}{4n(n+1)} - \frac{B r^{-n-1}}{4n(n+1)} + C r^{n+1} + D r^{n-1} \right. \\ &\quad \left. + E r^{-n} + F r^{-(n+2)} \right\} n(n+1) P_n(\cos \theta) \\ v_{\theta 0} &= - \frac{\alpha g R^2}{\nu} \left\{ \frac{(n+2) A r^n}{4n(n+1)} + \frac{(n-1) B r^{-n-1}}{4n(n+1)} + (n+3) C r^{n+1} + (n+1) D r^{n-1} \right. \\ &\quad \left. - (n-2) E r^{-n} - n F r^{-(n+2)} \right\} P_n^1(\cos \theta) \end{aligned} \right\} (6a)$$

(1) 詳細は H. Arakawa: loc. cit. 参照

$$\begin{aligned}
v_{\varphi 1} = & \frac{2\omega\alpha g R^2}{\nu^2} \left[\left\{ \frac{Ar^{n+2}}{8(n+1)(n+2)(2n+1)} + \frac{Br^{-n+1}}{12(n+1)(2n+1)} - \frac{nCr^{n+3}}{(2n+1)(2n+5)} \right. \right. \\
& - \frac{nEr^{-n+2}}{4(2n+1)} - \frac{nFr^{-n}}{2(2n+1)} + Gr^{n+1} + Hr^{-n-2} \left. \right\} P_{n+1}^1(\cos \theta) \\
& + \left\{ \frac{Ar^{n+2}}{12n(2n+1)} - \frac{Br^{-n+1}}{8(n-1)n(2n+1)} - \frac{(n+1)Cr^{n+3}}{4(2n+1)} - \frac{(n+1)Dr^{n+1}}{2(2n+1)} \right. \\
& \left. \left. + \frac{(n+1)Er^{-n+2}}{(2n-3)(2n+1)} + Ir^{n-1} + Jr^{-n} \right\} P_{n-1}^1(\cos \theta) \right], \dots\dots\dots (7)
\end{aligned}$$

となる。ここに C, D, E, F, G, H, I, J は積分常數である。依て T を (1) の形に展開してあれば、如何なる係數 (零次に對應する對流は發生せぬ) の氣溫分布によつておこる對流も解決できるし、微分方程式 (3), (4) は linear だから之等の解を重ね合はせて、勝手な氣溫分布に對應する解が得られる。特に

$$T_1 = \left(Ar + \frac{B}{r^2} \right) P_1(\cos \theta) \dots\dots\dots (8)$$

に對する解は (6a) 及 (7) に $n=1$ と置いて

$$\left. \begin{aligned}
v_{r0} &= \frac{2\alpha g R^2}{\nu} \left\{ -\frac{Ar}{8} - \frac{Br^{-2}}{8} + Cr^2 + D + Er^{-1} + Fr^{-3} \right\} P_1(\cos \theta), \\
v_{\theta 0} &= -\frac{\alpha g R^2}{\nu} \left\{ -\frac{3Ar}{8} + 4Cr^2 + 2D + Er^{-1} - Fr^{-3} \right\} P_1^1(\cos \theta), \\
v_{\varphi 1} &= \frac{2\omega\alpha g R^2}{3\nu^2} \left\{ \frac{Ar^3}{48} + \frac{B}{24} - \frac{1}{7}Cr^4 - \frac{1}{4}Er - \frac{1}{2}Fr^{-1} + Gr^2 + Hr^{-3} \right\} P_2^1(\cos \theta),
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

となる。

境界條件として、地表 ($r=R$) では $v_{r0} = v_{\theta 0} = v_{\varphi 0} = 0$,

大氣の上界 ($r=R_1$) では $v_{r0} = 0, \widehat{r\theta} = \widehat{r\varphi} = 0$,

とすると C, D, E, F, G, H, I, J はすべて一意的に決まる。

今 $R = 6370$ 浬, $R_1 - R = 10$ 浬,

位だから $r = R(1 + \sigma), R_1 = R(1 + h),$

とおき、小さな量 σ 及 h の高次の項を省略すると

$$\left. \begin{aligned}
v_{r0} &= \frac{\alpha g R^2}{6\nu} (T_n - T_s) f(\sigma) \cos \theta \\
v_{\theta 0} &= -\frac{\alpha g R^2}{2\nu} (T_n - T_s) \phi(\sigma) \sin \theta \\
v_{\varphi 1} &= -\frac{\omega\alpha g R^4}{3\nu^2} (T_n - T_s) \gamma(\sigma) P_2^1(\cos \theta)
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ただし

$$f(\sigma) = \frac{\sigma}{8} (h - \sigma) (3h\sigma - 2\sigma^2)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi(\sigma) &= \frac{\sigma}{48}(6h^2 - 15h\sigma + 8\sigma^2) \\ \gamma(\sigma) &= \frac{\sigma}{960}(20h^2\sigma^2 - 25h\sigma^3 + 8\sigma^4) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

となる. こゝに T_n 及 T_s は北極及南極における地表の気温を示す.

(10) 式はもし北極の気温が南極の気温より高いときは北半球で上昇して, 上層は北風となり南半球に入つて下降し, 地表附近を循つて北半球に入り, 循環を完了することを示す. 又北極の気温が逆に南極のそれよりも低いときは循環のセンスは全く反対となる. (10) の表はす Stream lines は次の様になる.

$$\frac{\sigma}{8}(h - \sigma)(3h\sigma - 2\sigma^2) \cdot \sin^2\theta = \text{const}, \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{又} \quad T_1 = \left(A_1 r + \frac{B_1}{r^2}\right) P_1(\cos\theta) + \left(A_2 r^2 + \frac{B_2}{r^3}\right) P_2(\cos\theta),^{(1)} \dots\dots\dots (13)$$

で表はされる場合には,

$$T_1 = \left(A_2 r^2 + \frac{B_2}{r^3}\right) P_2(\cos\theta)$$

の解と重ね合はせて, σ 及 h に関し最低次の項だけを書き連ねると

$$\left. \begin{aligned} v_{10} &= \frac{\alpha g R^2}{\nu} \cdot f(\sigma) \left\{ -\frac{2(T_e - T_p)}{3} P_2(\cos\theta) + \frac{1}{3} \frac{T_n - T_s}{2} P_1(\cos\theta) \right\} \\ v_{\theta 0} &= -\frac{\alpha g R^2}{\nu} \cdot \phi(\sigma) \left\{ -\frac{2(T_e - T_p)}{3} P_2^1 \cos\theta + \frac{T_n - T_s}{2} P_1^1 \cos\theta \right\} \\ v_{\phi 1} &= \frac{2\omega \alpha g R^4}{\nu^2} \gamma(\sigma) \left\{ \frac{2(T_e - T_p)}{3} P_2^1(\cos\theta) - \frac{T_n - T_s}{2} \sin\theta \right\} \cos\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{となる. こゝに} \quad T_p = \frac{T_n + T_s}{2} \dots\dots\dots (15)$$

又子午面内における運動の Stream lines は

$$f(\sigma) \left\{ -\frac{2(T_e - T_p)}{3} P_2^1(\cos\theta) + \frac{T_n - T_s}{2} P_1^1(\cos\theta) \right\} \sin\theta = \text{const}, \dots\dots\dots (16)$$

で決定できる.

正月又は七月の地表面での気温の分布は (2a) 又は (2b) で與へられるから, 其れに對應した大気

(1) 地表における気温の分布は

$$T_1 = \frac{T_n - T_s}{2} P_1(\cos\theta) - \frac{2}{3} (T_e - T_p) P_2(\cos\theta)$$

とも書ける.

環流はすべて計算できる。(1) 結果を略述すると次ぎのやうになる。

一月には北半球甚だしく冷へ南半球が高溫となるために、大氣の風系は變化し、北半球では上層の西風著しく發達し、逆に南半球では西風は甚だしく弱まり、南半球の赤道帶の上空では反て東風さへ出現する(第2圖)。又地表風は赤道を越して北半球より南半球に入り、Thermal Equator まで侵入する(第1圖)。七月には北半球甚だしく高溫となり、南半球は低溫となるので、北半球の西風は弱まり、赤道帯には東風さへ發生するが、南半球の西風甚だしく卓越し、地表風は赤道を越して南半球より北半球に入り、Thermal Equator 附近にまで到達する。(2)

第 2 圖

第 1 圖

この結果は著者が且て提出した原則，“上層氣流は地上の等溫線に平行せんとする傾向をもち、その方向は北半球では氣溫遞減の方向より直角だけ時計廻りした方向に、南半球では直角だけ反時計廻りした方向にむく”ことから大體説明できる。即冬期は氣溫の勾配甚だしく大となるため偏西風増大し、夏期は氣溫の勾配減少するを以て偏西風弱まる。特に赤道帶の上空に東風出現するのは赤道と Thermal Equator との間に氣溫の水平勾配が逆轉して居るためである。

(註) 上述の結果は A. Oberbeck(3)の創案した方法からも、大略導くことが出来る。その要領を記述すれば次ぎ

(1) 詳細は歐文彙報に譲る。On the General Circulation of the Atmosphere and its Seasonal Variations, Geophys. Mag., Vol. VIII, p. 219 (1935).

(2) 本誌二月號所載海洋大循環論(第二報)に倣ひ本文の結果を海洋學に適用することが出来る。詳細は歐文彙報を参照せられたし。(3) Über die Bewegungerscheinungen der Atmosphaere, Sitz. Ber. K. Preuss. Akad. der Wissenschaften, 1888, S. 383.

の如くである。

$$\text{気温 } T_1 \text{ の分布が} \quad T_1 = \left(Ar + \frac{B}{r^2} \right) P_1(\cos \theta)$$

であるとき、大気環流の垂直気流及水平気流の北分及東分を求める式としては、Oberbeck が原著 IV 中に記載した一般式に對應して

$$\begin{aligned} V &= \frac{\alpha g R^2}{\nu} P_1(\cos \theta) \left[A \left\{ r \frac{dF}{dr} + (F + E) \right\} + \frac{B}{r^3} \left\{ r \frac{dF'}{dr} - 2(F' + E') \right\} \right] \\ N &= \frac{\alpha g R^2}{\nu} P_1^1(\cos \theta) \left[A(E + F) + \frac{B}{r^3} (E' + F') \right] \\ O &= \frac{2\alpha g R^2}{3\nu^2} P_2^1(\cos \theta) \left[A r \frac{dH}{dr} + \frac{B}{r^3} \left(r \frac{dH'}{dr} - 3(H' + J') \right) \right] \end{aligned}$$

と得る。いま子午面内でおこる環流の式だけを求めて見ることにする。

Oberbeck が (5) 式として與へた微分方程式を使って r だけの函数 E, F, E' 及 F' を決定すると

$$\begin{aligned} E &= -\frac{r}{2} + \frac{\alpha r^2}{6} - r^{-1} + e & F &= +\frac{r}{8} - \frac{\alpha r^2}{30} + \frac{a' r^{-1}}{2} - \frac{a''}{3r^3} + f \\ E' &= +\frac{r}{4} - \frac{a_1 r^2}{6} + \frac{a_1' r^5}{5} + e_1 & F' &= -\frac{r}{4} + \frac{a_1 r^2}{3} + \frac{a_1' r^5}{5} + \frac{a_1''}{3} r^3 + f_1 \end{aligned}$$

となる。ここに、 $a, a', a'', e, f; a_1, a_1', a_1'', e_1, f_1$ 等は積分常数である。

従て

$$\begin{aligned} V &= \frac{\alpha g R^2}{\nu} \left\{ -\frac{A}{4} r - \frac{B}{4} r^{-2} + r^2 \left(\frac{Aa}{15} + \frac{1}{5} Ba_1' \right) + \left(Ae + Af + \frac{Ba_1''}{3} \right) + r^{-1} \left(-Aa' + \frac{Ba_1}{3} \right) \right. \\ &\quad \left. - r^{-3} \left(\frac{2}{3} Aa'' - 2Be_1 - 2Bf_1 \right) \right\} \cos \theta, \\ N &= \frac{\alpha g R^2}{\nu} \left\{ -\frac{3}{8} Ar + r^2 \left(\frac{2}{15} Aa + \frac{2}{5} Ba_1' \right) + \left(Ae + Af + \frac{1}{3} Ba_1'' \right) + r^{-1} \left(-\frac{1}{2} Aa' + \frac{1}{6} Ba_1 \right) \right. \\ &\quad \left. - r^{-3} \left(\frac{Aa''}{3} - Be_1 - Bf_1 \right) \right\} \sin \theta \end{aligned}$$

となる。今もし C^*, D^*, E^*, F^* なる常数を導入し

$$\begin{aligned} C^* &= \frac{Aa}{30} + \frac{Ba_1'}{10} & D^* &= \frac{A(e+f)}{2} + \frac{Ba_1''}{6} \\ E^* &= -\frac{Aa'}{2} + \frac{Ba_1}{6} & F^* &= \frac{Aa''}{3} - B(e_1 + f_1) \end{aligned}$$

とすると

$$\begin{aligned} V &= v_r = \frac{2\alpha g R^2}{\nu} \left\{ -\frac{Ar}{8} - \frac{Br^{-2}}{8} + C^* r^2 + D^* + E^* r^{-1} + F^* r^{-3} \right\} P_1(\cos \theta) \\ N &= -v_\theta = \frac{\alpha g R^2}{\nu} \left\{ -\frac{3Ar}{8} + 4C^* r^2 + 2D^* + E^* r^{-1} - F^* r^{-3} \right\} P_1^1(\cos \theta) \end{aligned}$$

を得る。これは前述著者の方法によつて得た結果 (9) と一致する。しかし乍ら Oberbeck の方法は著者の方法に比して些か複雑で、見透しが利かない憾みがある。