港灣の深さに及ぼす主風の影響に関する研究 (第六報)*

中 野 猿 人

内 容 目 次

第 1 章	§ 3. Case 2: 洗掘の行はれない場合
§ 1. 序 論	§ 4. 数値計算
§ 2. 砂粒の沈降速度に就いて	§ 5. Case 3: 洗掘の行はれる場合
§ 3. 水の運動と砂粒の運動	§ 6. 数値計算
§ 4. Hydrodynamical upthrust	第 3 章
第 2 章	§ 1. 洗掘或は沈積される土砂の量の計算
§ 1. 微分方程式	§ 2. 数値計算, 其の一
§ 2. Case 1: 定常状態の場合	§ 3. 数値計算, 其の二

第 1 章

§ 1. 序 論

著者は第五報に於いて土砂の移動に重大関係ある所の主風に依る海底の循環流 (general current) に就いて述べた。其の時注意した様に海底の土砂の究極的移動は循環流に依る譯であるが然し洗掘或は沈積等の作用は主として風浪の擾亂作用に依存する。此の論文では此の擾亂作用に基く洗掘或は沈積等に就いて述べやうと思ふ。

流動して居る水中に在る砂粒は種々の力を受ける。即ち (i) 重力は此れを沈めやうとし, (ii) 渦亂流に依る質量交換の作用は上方に運搬しやうとする。此の外に所謂 (iii) Hydrodynamical upthrust (Hydrodynamischer Auftrieb) が有つて矢張り上方に上げやうとする。

§ 2. 砂粒の沈降速度に就いて

先づ静水中に於ける砂粒の沈降に就いて略述する。球状砂粒を考ふれば沈降の微分方程式は：

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \frac{dw}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) g - W. \dots\dots\dots (1)$$

但し w = 砂粒の沈降速度, r = 砂粒の半径

ρ, ρ_0 = 砂及び水の密度, W = 抵抗力

である。 W は一般に $W = \kappa \rho_0 \pi r^2 w^2$

$\kappa = \text{const. } R^n, R = \text{Reynolds Number.}$

で與へられる。又 n は従来諸家の研究に依れば

* M. Nakano: An Investigation on the Effect of Prevailing Winds upon the Depth of Bays (6th Paper). 中央氣象臺彙報.

$R < 4.5$	ならば	$n = -1$	即ち	$W = \beta_1 r w$ (Stokes)
$4.5 < R < 300$	ならば	$n = -0.5$	即ち	$W = \beta_2 r^{\frac{3}{2}} w^{\frac{3}{2}}$ (Allen)
$300 < R < 3200$	ならば	$n = -0.2$	即ち	$W = \beta_3 r^{1.8} w^{1.8}$ (Kármán)
$3200 < R < 10000$	ならば	$n = 0$	即ち	$W = \beta_4 r^2 w^2$ (Newton)

但し β は水の密度 ρ_0 , 粘性係数 η 等を含む係数である. 此の外 Stokes の公式を改良した Oseen の公式 $W = 6\pi\eta r w \left(1 + \frac{3\rho_0 r w}{8\eta}\right)$ 其の他がある. 鶴見一之博士⁽¹⁾の精密な実験の結果に依れば, 例へば 5°C の水では,

$r < 0.0104 \text{ cm}$ に対しては Stokes の公式

$0.0104 \text{ cm} < r < 0.0685 \text{ cm}$ に対しては Allen の公式

$0.0685 \text{ cm} < r < 0.550 \text{ cm}$ に対しては Kármán の公式

$0.550 \text{ cm} < r$ に対しては Newton の公式

が適用されると言ふ.

(a) 先づ Stokes の法則の適用される様な微砂粒を考へる. Stokes の法則は $W = 6\pi\eta r w$ と書く事が出来, 従つて (1) は

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \frac{dw}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) g - 6\pi\eta r w \dots\dots\dots (2)$$

となる. 此の解は $w = \frac{2(\rho - \rho_0)gr^2}{9\eta} (1 - e^{-\frac{9\eta t}{2\rho r^2}})$ である. $w_0 = \frac{2(\rho - \rho_0)gr^2}{9\eta}$ は終速度を表はす. 今例へば $\rho = 2.5$, $r = 0.00225 \text{ cm}$ (岩粉), $\rho_0 = 1.0$, $\eta = 0.01$ を採れば $w_0 = 0.1633 \text{ cm/sec}$ となり w が w_0 の 99% に達するに 0.0013 秒を要することが分る.

(b) 又 Oseen の法則の適用される様な細砂粒を考へると

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \rho \frac{dw}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) g - 6\pi\eta r w \left(1 + \frac{3\rho_0 r w}{8\eta}\right) \dots\dots\dots (3)$$

此の解は

$$w = \left\{ \sqrt{\frac{16\eta^2}{9\rho_0^2 r^2} + \frac{16r(\rho - \rho_0)g}{27\rho_0}} - \frac{4\eta}{3\rho_0 r} \right\} \\ \times \frac{1 - \exp \left\{ -\frac{3t}{2\rho r} \sqrt{\frac{9\eta^2}{r^2} + 3\rho_0(\rho - \rho_0)gr} \right\}}{1 + \frac{\sqrt{\frac{9\eta^2}{r^2} + 3\rho_0(\rho - \rho_0)gr} - \frac{3\eta}{r}}{\sqrt{\frac{9\eta^2}{r^2} + 3\rho_0(\rho - \rho_0)gr} + \frac{3\eta}{r}}} \exp \left\{ -\frac{3t}{2\rho r} \sqrt{\frac{9\eta^2}{r^2} + 3\rho_0(\rho - \rho_0)gr} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

である. $w_0 = \sqrt{\frac{16\eta^2}{9\rho_0^2 r^2} + \frac{16r(\rho - \rho_0)g}{27\rho_0}} - \frac{4\eta}{3\rho_0 r}$ は終速度を表はす. 今例へば $\rho = 2.5$, $r = 0.05 \text{ cm}$ (粗砂), $\rho_0 = 1.0$, $\eta = 0.01$ を採れば $w_0 = 6.3387 \text{ cm/sec}$ となり, w が w_0 の 99% に達するに 0.0294 秒

(1) 鶴見一之: 砂礫の運動に就て, 土木學會誌, 第15巻, 第2號 (1929); 同誌, 第18巻, 第10號 (1932).

を要することになる。故に此の様な微細砂粒が沈降する際は實際上直ちに終速度に達することが分る。又此れは實驗の示す所である。

(c) 次に Newton の法則の適用される様な比較的大きな砂粒を考へる。Newton の抵抗法則は $W = a\rho_0 r^2 w^2$ ($a = 0.78506$ c. g. s.) と書く事が出来る。従つて (1) は

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \frac{dw}{dt} = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_0) g - a \rho_0 r^2 w^2 \dots\dots\dots (5)$$

となる。此の解は

$$w = \sqrt{\frac{4\pi r(\rho - \rho_0)g}{3a\rho_0}} \operatorname{tgh} \sqrt{\frac{3a\rho_0(\rho - \rho_0)}{4\pi\rho^2 r}} \cdot t \dots\dots\dots (6)$$

である。 $w_0 = \sqrt{\frac{4\pi r(\rho - \rho_0)g}{3a\rho_0}}$ は終速度を表はす。一例として $\rho = 2.5$, $r = 0.6$ cm (粗礫), $\rho_0 = 1.0$, $\eta = 0.01$ を採れば $w_0 = 68.601$ cm/sec となり, w が w_0 の 99% に達するに 0.3090 秒を要することが分る。

§3. 水の運動と砂粒の運動

實驗の示す所に據れば極微細な砂粒を流水中に入れると直ちに流水と同一速度を得、大粒の砂粒は流水と同一速度に達するには多少の時間を要する結果、前者は殆んど水と同一或は相似の運動を行ふが、後者はそうでなく場合に依つては滑動 (Sliding), 轉動 (Rolling) 或は跳躍 (Saltation) 等に依つて運搬せられる事が知られて居る。

今簡單の爲め水が或方向例へば水平方向 (x 軸) に一定の速度 u_0 を以て流動して居る場合を考へやう。此の中に置かれた砂粒の x 方向の速度を u とすれば

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \frac{d(u_0 - u)}{dt} = -W \dots\dots\dots (7)$$

である。

(a) 若し Stokes の抵抗法則が成立つ様な微細砂粒を考ふれば

$$W = 6\pi\eta r(u_0 - u)$$

$$\text{従つて} \quad \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \frac{d(u_0 - u)}{dt} = -6\pi\eta r(u_0 - u) \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{此の解は} \quad u = u_0(1 - e^{-\frac{9\eta t}{2\rho r^2}}) \dots\dots\dots (9)$$

である。今例へば $\rho = 2.5$, $r = 0.00225$ cm (岩粉), $\rho_0 = 1.0$, $\eta = 0.01$ を採れば 0.0013 秒の後 u は u_0 の 99% に達することが分る。

次に τ と言ふ時間の間に水が δ_0 だけ動き砂粒が δ だけ動いたとすれば

$$\delta_0 = u_0\tau, \quad \delta = \int_0^\tau u dt = \delta_0 - u_0 \frac{2r\rho}{9\eta} (1 - e^{-\frac{9\eta\tau}{2\rho r^2}}) \dots\dots\dots (10)$$

である。若し $u_0=10$ cm/sec, $\delta_0=1$ cm とすれば $\tau=0.1$ sec となり $\delta=0.9972$ cm となる。又 $\delta_0-\delta$ 即ち水と砂との相対變位は 0.0028 cm であつて此れは非常に小さい。又 $t=\tau$ の時の砂粒の速度は殆んど u_0 に等しいことが分る。

(b) 次に Oseen の抵抗法則の成立つ様な砂粒を考ふれば

$$W=6\pi\eta r(u_0-u)\left\{1+\frac{3\rho_0 r(u_0-u)}{8\eta}\right\}$$

$$\text{従つて (7) は} \quad \frac{4}{3}\pi r^3\rho\frac{d(u_0-u)}{dt}=-6\pi\eta r(u_0-u)\left\{1+\frac{3\rho_0 r(u_0-u)}{8\eta}\right\}\dots\dots\dots(11)$$

$$\text{となる。此の解は} \quad u=u_0\left\{1-\frac{1}{\exp\left(\frac{9\eta t}{2r^2\rho}\right)\left(1+\frac{3\rho_0 r u_0}{8\eta}\right)-\frac{3\rho_0 r u_0}{8\eta}}\right\}\dots\dots\dots(12)$$

である。此の場合は u が u_0 に近づく模様は u の値に依存する。今例へば $\rho=2.5$, $r=0.05$ cm (粗砂), $\rho_0=1.0$, $\eta=0.01$ を採れば $u_0=10$ cm/sec に對しては u は 0.2491 秒の後 u_0 の 99% に達することが分る。又前と同一記號を用ふれば

$$\delta=\int_0^\tau u dt=\delta_0-\frac{16\rho r}{27\rho_0}\ln\left\{\frac{\exp\left(\frac{9\eta\tau}{2\rho r^2}\right)\left(1+\frac{3\rho_0 r u_0}{8\eta}\right)-\frac{3\rho_0 r u_0}{8\eta}}{\exp\left(\frac{9\eta\tau}{2\rho r^2}\right)}\right\}\dots\dots\dots(13)$$

となる。今例へば $u_0=10$ cm/sec, $\delta_0=1$ cm 従つて $\tau=0.1$ sec とし上の粗砂を考ふれば $\delta=0.8250$ cm となる。此れは δ_0 の約 83% に等しい。又水と砂粒との相対變位量 $\delta_0-\delta$ は 0.1750 cm であつて兎に角大きいものではない。又 $t=\tau$ の時の砂粒の速度は 9.7420 cm/sec であつて水の速度 u_0 の 95% に達して居る事が分る。上の様な例から見れば 微細砂粒は水の運動と略同一の或は相似の運動を行ふ事が分り實驗の示す所と一致する。

(c) 次に Newton の抵抗法則の適用される比較的大粒の砂粒を考へる。此の場合は

$W=a\rho_0 r^2(u_0-u)^2$ ($a=0.78506$ c.g.s.) 従つて (7) は

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho\frac{d(u_0-u)}{dt}=-a\rho_0 r^2(u_0-u)^2\dots\dots\dots(14)$$

$$\text{となる。此の解は} \quad u=u_0\left\{\frac{\frac{3a\rho_0 u_0 t}{4\pi\rho r}}{\frac{3a\rho_0 u_0 t}{4\pi\rho r}+1}\right\}\dots\dots\dots(15)$$

である。此の場合も u が u_0 に近づく模様は u_0 の値に依存する。今例へば $\rho=2.5$, $r=0.6$ cm (粗礫), $\rho_0=1.0$, $\eta=0.01$ を採れば $u_0=10$ cm/sec に對しては u は 79.235 秒の後 u_0 の 99% に達し 95% に達するにも 15.207 秒を要することが分る。又此の場合は

$$\delta = \int_0^{\tau} u dt = \delta_0 - \frac{4\pi r \rho}{3a\rho_0} \ln \left(1 + \frac{3a\rho_0 u_0}{4\pi r \rho} \right) \dots\dots\dots (16)$$

であつて $u_0 = 10$ cm/sec, $\delta_0 = 1$ cm 従つて $\tau = 0.1$ sec とすれば $\delta = 0.0577$ cm となり, 此れは δ_0 に比し遙かに小さい. 又 $t = \tau$ の時の砂粒の速度は 0.8823 cm/sec であつて此れも水の速度 u_0 の僅かに 8.8% に過ぎない. 即ち此の様な砂粒は水の運動に直ちに從ふ事が出来ない. 滑動, 轉動或は跳躍等の現象が見られる譯である.

§ 4. Hydrodynamical upthrust

流動して居る水の底に在る砂粒を考ふるに, 砂粒と底との接觸點では流速は零であり, 砂粒の上面の所で流速は一般の速度よりも多少大である. 従つて砂粒の下面は上面よりも大なる壓力を受ける, 此の兩壓力の差は砂粒を上方に持ち上げやうと働き若し砂粒の重さに打勝てば砂粒は上方に揚げられる譯である.

最近 E. G. Richardson⁽¹⁾ は流水による泥砂の運搬に就いて論じたが上述の流體力學的揚力 (Lift) に對して所謂 Oseen の公式に基いて次の式を與へて居る. 即ち

$$L = \frac{9}{4} \pi \eta^2 U \frac{a^2}{d} \left\{ 1 - \frac{(1+2xd) \exp(-2xd)}{2xd} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

但し a は砂粒 (球形) の半径, d は砂粒の中心の底からの距離, U は砂粒と水との相對速度, η は水の粘性係數では x は $\frac{\rho_0 U d}{2\eta}$ (appropriate Reynolds number) を表はす. Richardson は $U^2 \propto d$ と假定し d の種々の値に對する L の値を計算した. n が小さい時は層流 (laminar flow) で大きい時は渦流 (turbulent flow) に相當する. Richardson は實驗を行つて上の公式は $\frac{a}{d}$ が小さく流れが層流の場合にしか適用出来ない事を示し流水による泥砂の運搬は主として渦の擾亂に基く事を證明した. 此の Richardson の研究からも分る様に砂の洗掘 (erosion) や沈積 (sedimentation) 等は主に渦の作用に基く事が明かである.

第 2 章

§ 1. 微分方程式

此の章では風浪の擾亂に基く海底の洗掘, 沈積等に就いて論じやう. 但し簡單の爲め底質 (bed load) は所謂 loose deposit と考へる. 又此處では風浪 (Wind waves) の擾亂作用を調べるのが目的であるから風の方向は全く haphazard で海水には general current が無い場合を考へる. 此の場合は若し適當な時間と空間の間隔に就いて考へると砂粒の水平方向の運動は互に打消し合ひ鉛直方向の運動が卓越することになる. 此處では一つの思考モデルとして砂粒の含有濃度 (海水の單位容積に含有された砂粒の量) が高さと時間のみの函數である様な理想の場合を考へる. 今座標原

(1) E. G. Richardson: The Transport of Silt by a Stream, Phil. Mag., Ser. 7, Vol. 17, No. 114, p. 778 (1934).

點を海底に採り z 軸を鉛直上方に採る. 海水の擾亂の爲めに單位水平面積を單位時間に上方に煽動されて行く砂粒の量を F_1 とすれば

$$F_1 = -\frac{\partial}{\partial z} \{An(z, t)\}$$

である. 但し A は海水及び砂粒から成る系の質量交換係數 (Austausch- or Exchangecoefficient), n は上述の如き砂粒の含有濃度 (concentration, 若し砂粒が所謂 monodisperse ならば n は砂粒の數と見ても良い) である⁽¹⁾, A の値は擾亂運動の性質に依るもので現在の場合では例へば風速, 水深其他の極めて複雑な函數であつて其の函數形は現在の所未だ理論的には知られて居ない. 此處では A は z に無關係と言ふ場合を考へる.

次に w_0 を重力に依る砂粒の沈降速度とすれば單位時間に上記の單位水平面を通して下方に移動する砂粒の量は $F_2 = w_0 n$ で與へられる. (w_0 は前述の Stokes 或は Oseen の沈降公式から計算することが出来る. 若し海水に general current が有る場合は w_0 は $w_0 + W_0$ 或は $w_0 - W_0$ で置換へねばならぬ. 但し W_0 は general current の z 成分を示す.) 故に此の單位水平面を通して單位時間に上方に運ばれる砂粒の量は

$$F(z, t) = F_1 - F_2 = -\frac{\partial}{\partial z} (An) - w_0 n$$

従つて單位底面積を有し高さ Δz の圓筒内に殘留する砂粒の量は

$$F(z, t) - F(z + \Delta z, t) = \left(A \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + w_0 \frac{\partial n}{\partial z} \right) \Delta z$$

で此れは勿論 $\Delta z \frac{\partial n}{\partial t}$ に等しいから

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial t} = A \frac{\partial^2 n(z, t)}{\partial z^2} + w_0 \frac{\partial n(z, t)}{\partial z} \dots\dots\dots (18)$$

此れが求むる微分方程式である.

次に二, 三の特殊の場合に就いて (18) を解いて見やう.

§ 2. Case 1: 定常状態の場合

此の場合は $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$ であつて (18) の解は

$$n(z) = n_0 e^{-\frac{w_0}{A} z} \dots\dots\dots (19)$$

但し n_0 は $z=0$ (底) に於ける n の値である. 此れは W. Schmidt⁽²⁾ の得た結果と同じである. z の種々の値に對する $\frac{n}{n_0}$ の値を計算して圖示したのが第 1 表と第 1 圖である. 但し深さ 5 米, $A = 100$ とし (a) $w_0 = 0.0329$ cm/sec, (b) $w_0 = 0.1633$ cm/sec, (c) $w_0 = 0.9662$ cm/sec, (d) $w_0 = 1.4553$

(1) 此處では極めて微細な砂粒の場合のみを考へる.

(2) W. Schmidt: Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen, p. 64.

第 1 表 $\frac{n}{n_0}$ の 値

z (m) r (mm)	0 (海底)	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500 (海面)
0.001 (岩粉)	1.0000	0.9837	0.9677	0.9519	0.9363	0.9211	0.9060	0.8913	0.8767	0.8624	0.8484
0.00225 (岩粉)	1.0000	0.9216	0.8493	0.7827	0.7214	0.6648	0.6127	0.5646	0.5204	0.4796	0.4420
0.006 (細砂)	1.0000	0.6169	0.3805	0.2347	0.1448	0.0893	0.0551	0.0340	0.0210	0.0129	0.0080
0.008 (細砂)	1.0000	0.4830	0.2333	0.1127	0.0544	0.0263	0.0127	0.0061	0.0030	0.0014	0.0007
0.01 (細砂)	1.0000	0.3857	0.1488	0.0574	0.0221	0.0085	0.0033	0.0013	0.0005	0.0002	0.0001
0.05 (粗砂)	1.0000	0.0420	0.0018	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

第 1 圖

cm/sec, (e) $w_0 = 1.9053$ cm/sec, (f) $w_0 = 6.3383$ cm/sec の 6 個の場合に就いて計算した。此れ等の w_0 は $\rho = 2.5$ で r が夫々 (a) $r = 0.001$ cm (岩粉), (b) $r = 0.00225$ cm (岩粉), (c) $r = 0.006$ cm (細砂), (d) $r = 0.008$ cm (細砂), (e) $r = 0.01$ cm (細砂), (f) $r = 0.05$ cm (粗砂) に相當するものを Oseen の沈降公式から計算したものである。第 1 圖から分る様に $r = 0.05$ cm の粗砂は大部分海底に密集し $r = 0.001$ cm の岩粉は海底から海面まで殆んど一様に分布し、海面での濃度は海底の 85% に及んで居る。

§ 3. Case 2: 洗掘の行はれない場合

此れに屬する二つの異つた場合がある。其一は質量交換の作用が重力の作用に打勝つて砂粒の搬

散は行はれるけれども海底が洗掘されない様な場合、其二は沈澱の行はれる場合である。何れにしても

$$\{F(z, t)\}_{z=0}=0$$

即ち

$$\left(A \frac{\partial n}{\partial z} + w_0 n\right)_{z=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

である。又海面では勿論 $F(z, t)$ は零であるから今水深を d' (一樣と考へる) とすれば

$$\left(A \frac{\partial n}{\partial z} + w_0 n\right)_{z=d'} = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

である。又始めの條件として

$$n(z, 0) (= \text{任意の與へられた函数 } f(z), \text{ 例へば }) = n_0 e^{-\beta z} \quad \dots\dots\dots (22)$$

を採ることにする。故に問題は境界條件 (20), (21) を満足し始めの條件 (22) に適する様な (18) の解を求める事である。此れは M. Mason⁽¹⁾ 及び W. Weaver の取扱つた問題と同形式のものである。此處では別の方法で解いて見る。

$n = n_1 e^{pt+qz}$ と置くと (18) から

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = A \frac{\partial^2 n_1}{\partial z^2} + (2Aq + w_0) \frac{\partial n_1}{\partial z} + (Aq^2 + w_0 q - p)n_1$$

となる。そこで

$$2Aq + w_0 = 0, \quad Aq^2 + w_0 q - p = 0$$

即ち p, q を $p = -\frac{w_0^2}{4A}$, $q = -\frac{w_0}{2A}$ と選べば

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = A \frac{\partial^2 n_1}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (23)$$

となり (20), (21), (22) は夫々

$$\left(A \frac{\partial n_1}{\partial z} + \frac{w_0}{2} n_1\right)_{z=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\left(A \frac{\partial n_1}{\partial z} + \frac{w_0}{2} n_1\right)_{z=d'} = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$(n_1)_{t=0} = n_0 e^{\left(\frac{w_0^2}{2A} - \beta\right)z} \quad \dots\dots\dots (26)$$

となる。茲で $n_1 = e^{\rho t + i\sigma z}$ と置けば $\rho = -A\sigma^2$ となる。従つて

$$n_1 = e^{-A\sigma^2 t} (C_1 \sin \sigma z + C_2 \cos \sigma z) \quad \dots\dots\dots (27)$$

と言ふ特解が得られる。(27) に境界條件 (24), (25) を入れると

$$\left. \begin{aligned} A\sigma C_1 + \frac{w_0}{2} C_2 &= 0 \\ (2A \cos \sigma d' + \frac{w_0}{2} \sin \sigma d') C_1 + \left(\frac{w_0}{2} \cos \sigma d' - A\sigma \sin \sigma d'\right) C_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

(1) M. Mason & W. Weaver: The Settling of Small Particles in a Fluid, Phys. Rev. Vol. 23, p. 412 (1924).

となる. 従つて $C_1=C_2=0$ 以外の根が存在する爲めには

$$\begin{vmatrix} A\sigma, & \frac{w_0}{2} \\ A\sigma \cos \sigma d' + \frac{w_0}{2} \sin \sigma d', & \frac{w_0}{2} \cos \sigma d' - A\sigma \sin \sigma d' \end{vmatrix} = 0$$

即ち
$$\left(\frac{w_0^2}{4} + A^2 \sigma^2 \right) \sin \sigma d' = 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

でなければならぬ. 故に
$$\sigma = \pm \frac{w_0}{2A} \quad \dots\dots\dots (30)$$

或は
$$\sigma = \frac{m\pi}{d'} \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (31)$$

1°. 先づ (30) を採れば $n = e^{\frac{w_0 t}{2A} - \frac{w_0}{2A} z}$ となり従つて一つの特解として

$$n = C_0 e^{-\frac{w_0 z}{A}} \quad (C_0 = \text{未定常數}) \quad \dots\dots\dots (32)$$

が得られる.

2°. 次に (31) を採り $C_1 = -w_0 C_m$ と置けば $C_2 = \frac{2\pi m A}{d'} C_m$, 従つても一つの特解として

$$n = e^{-\frac{w_0}{2A} z - \frac{(4A^2 m^2 \pi^2 + w_0^2 d'^2) t}{4A d'^2}} \cdot C_m \left\{ -w_0 \sin \frac{m\pi z}{d'} + \frac{2m\pi A}{d'} \cos \frac{m\pi z}{d'} \right\} \quad \dots\dots\dots (33)$$

が得られる.

仍て境界條件を満足する (18) の一般解として

$$n(z, t) = C_0 e^{-\frac{w_0 z}{A}} + e^{-\frac{w_0 z}{2A}} \sum_{m=1}^{\infty} \left[e^{-\frac{(4A^2 m^2 \pi^2 + w_0^2 d'^2) t}{4A d'^2}} \cdot C_m \left\{ -w_0 \sin \frac{m\pi z}{d'} + \frac{2m\pi A}{d'} \cos \frac{m\pi z}{d'} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (34)$$

を得る. 未定常數 C_0, C_m は始めの條件 (22) から決定される. 即ち (34) と (22) から

$$n_0 e^{-\beta z} = C_0 e^{-\frac{w_0 z}{A}} + e^{-\frac{w_0}{2A} z} \sum_{m=1}^{\infty} C_m \left\{ -w_0 \sin \frac{m\pi z}{d'} + \frac{2m\pi A}{d'} \cos \frac{m\pi z}{d'} \right\} \quad \dots\dots\dots (35)$$

此の式の兩邊を z に就いて積分すれば

$$\int_0^{d'} n_0 e^{-\beta z} dz = \int_0^{d'} C_0 e^{-\frac{w_0 z}{A}} dz + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \left\{ \int_0^{d'} \sin \frac{m\pi z}{d'} \cdot e^{-\frac{w_0 z}{2A}} dz + \frac{2\pi m A}{d'} \int_0^{d'} \cos \frac{m\pi z}{d'} \cdot e^{-\frac{w_0 z}{2A}} dz \right\}$$

此の式から

$$C_0 = \frac{n_0 w_0 (1 - e^{-\beta d'})}{A \beta (1 - e^{-\frac{w_0 d'}{A}})} \quad \dots\dots\dots (36)$$

次に (35) の兩邊に
$$e^{\frac{w_0 z}{2A}} \left(-w_0 \sin \frac{\kappa\pi z}{d'} + \frac{2\pi \kappa A}{d'} \cos \frac{\kappa\pi z}{d'} \right) \quad (\kappa=1, 2, 3, \dots)$$

を掛けて積分すると

$$\begin{aligned}
& \int_0^{d'} n_0 e^{-\beta z + \frac{w_0 z}{2A}} \left(-w_0 \sin \frac{\kappa \pi z}{d'} + \frac{2\pi \kappa A}{d'} \cos \frac{\kappa \pi z}{d'} \right) dz \\
&= \int_0^{d'} C_0 e^{-\frac{w_0 z}{2A}} \left(-w_0 \sin \frac{\kappa \pi z}{d'} + \frac{2\pi \kappa A}{d'} \cos \frac{\kappa \pi z}{d'} \right) dz \\
&+ \sum_{m=1}^{\infty} C_m \left\{ \int_0^{d'} \left(-w_0 \sin \frac{m \pi z}{d'} + \frac{2\pi m A}{d'} \cos \frac{m \pi z}{d'} \right) \right. \\
&\quad \times \left. \left(-w_0 \sin \frac{\kappa \pi z}{d'} + \frac{2\pi \kappa A}{d'} \cos \frac{\kappa \pi z}{d'} \right) dz \right\} = \frac{d'}{2} \left(w_0^2 + \frac{4\pi^2 \kappa^2 A^2}{d'^2} \right) C.
\end{aligned}$$

$$\text{となる. これから} \quad C_\kappa = -\frac{16n_0\kappa\pi(w_0-A\beta)A^2d'^2[1-\cos\kappa\pi \cdot e^{\frac{w_0}{2A}(\beta)d'}]}{(4\pi^2A^2\kappa^2+w_0^2d'^2)\{4\pi^2A^2\kappa^2+d'^2(w_0-2A\beta)^2\}} \dots\dots\dots(37)$$

故に所要の解は

$$\begin{aligned}
n(z, t) &= \frac{w_0 n_0 (1 - e^{-\beta d'})}{A\beta(1 - e^{-\frac{w_0 d'}{A}})} \cdot e^{-\frac{w_0 z}{A}} - 16n_0 A^2 (w_0 - A\beta) \pi d'^2 \cdot e^{-\frac{w_0 z}{2A}} \\
&\times \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{\exp \left\{ \frac{-(4A^2 m^2 \pi^2 + w_0^2 d'^2)t}{4A d'^2} \right\} \cdot m \cdot \left\{ 1 - \cos m\pi \cdot e^{\frac{w_0}{2A}(\beta)d'} \right\} \left(-w_0 \sin \frac{m\pi z}{d'} + \frac{2m\pi A}{d'} \cos \frac{m\pi z}{d'} \right)}{(4\pi^2 m^2 A^2 + w_0^2 d'^2) \{4\pi^2 m^2 A^2 + d'^2 (w_0 - 2A\beta)^2\}} \right] \\
&\dots\dots\dots(38)
\end{aligned}$$

である.

§4. 数 値 計 算

数値計算をする前に (38) をもう少し簡単な形に書直す.

$$z = d' \zeta, \quad \frac{A}{w_0 d'} = \alpha, \quad \frac{d'}{w_0} = \gamma, \quad t = \gamma \tau, \quad \beta d' = \delta$$

と置けば (38) は

$$\begin{aligned}
\frac{n}{n_0} &= \frac{(1 - e^{-\delta}) \cdot e^{-\frac{\zeta}{\alpha}}}{\alpha \delta (1 - e^{-\frac{1}{\alpha}})} - 16\pi \alpha^2 \frac{(1 - \alpha \delta)}{(1 - 2\alpha \delta)^2} \cdot e^{-\frac{(2\zeta + \tau)}{4\alpha}} \\
&\times \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{e^{-\alpha m^2 \pi^2 \tau} \cdot m \cdot (1 - \cos m\pi \cdot e^{\frac{1}{2\alpha} - \delta}) (-\sin m\pi \zeta + 2m\pi \alpha \cos m\pi \zeta)}{(1 + 4\pi^2 \alpha^2 m^2) \left\{ 1 + \frac{4\pi^2 \alpha^2 m^2}{(1 - 2\alpha \delta)^2} \right\}} \right] \dots\dots(39)
\end{aligned}$$

となる.

1°. 先づ $d' = 5 \text{ m}$, $A = 100$, $\rho = 2.5$, $r = 0.00225 \text{ cm}$ (岩粉) を採る. 此れに相應する w_0 は $w_0 = 0.1633 \text{ cm/sec}$ で $\alpha = \frac{A}{w_0 d'} = 1.22475$, $\gamma = \frac{d'}{w_0} = 3061.8 \text{ sec}$, $\tau = \frac{w_0 t}{d'} = \frac{t}{3061.8}$ となる. 又 $\delta = 3$ として $\frac{n}{n_0}$ を種々の ζ, τ の値に對して計算すれば第 2 表と第 2 圖の如くである. 第 2 圖から分る様に時間が経過すると共に砂粒は次第に上方に擴散して行き遂には最後の分布状態に達する. 此の例では $\tau = 0.5$ 即ち $t = 1530.9 \text{ sec}$ の後には窮極の分布状態に達するものと見做す事が出来る.

第 2 表 $\frac{n}{n_0}$ の値 ($\alpha=1.22475$ の場合)

ζ τ	0.0 (海底)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0 (海面)
0.0	1.0000	0.7408	0.5488	0.4066	0.3012	0.2231	0.1653	0.1225	0.0907	0.0672	0.0498
0.1	0.5455	0.4988	0.4487	0.3973	0.3471	0.2989	0.2560	0.2193	0.1894	0.1664	0.1512
0.5	0.4640	0.4276	0.3940	0.3630	0.3344	0.3080	0.2838	0.2614	0.2408	0.2219	0.2044
∞	0.4634	0.4271	0.3936	0.3628	0.3343	0.3081	0.2840	0.2617	0.2412	0.2223	0.2048

第 2 圖

第 3 圖

 第 3 表 $\frac{n}{n_0}$ の値 ($\alpha=0.03155$ の場合)

ζ τ	0.0 (海底)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0 (海面)
0.0	1.0000	0.7408	0.5488	0.4066	0.3012	0.2231	0.1653	0.1225	0.0907	0.0672	0.0498
0.1	4.3180	1.0548	0.3778	0.1702	0.0886	0.0478	0.0256	0.0134	0.0072	0.0040	0.0024
1.0	9.8720	0.4365	0.0340	0.0078	0.0038	0.0015	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
∞	10.038	0.4220	0.0177	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

此の例は α が比較的大きい場合換言すれば質量交換係数 A の値に対して砂粒の大きさが比較的小さい様な場合に相當する。

2°. 次に $d'=5$ m, $A=100$, $\rho=2.5$, $r=0.05$ cm (粗砂) を採る。此の場合 $w_0=6.3383$ cm/sec, $\alpha=\frac{A}{w_0 d'}=0.03155$, $\gamma=\frac{d'}{w_0}=78.886$ sec, $\tau=\frac{t}{78.886}$ である。今 $\delta=3$ として $\frac{n}{n_0}$ を ζ, τ の種々の値に対して計算したものが第 3 表と第 3 圖の通りである。第 3 圖から分る様に砂粒は時間が経つと共に次第に海底に沈澱して行き遂に最後の分布状態に達する。此の例では $\tau=1.0$ 即ち $t=78.9$ sec の後には略最後の分布状態に達すると見做す事が出来る。此の例は A の値に対して砂粒の大きさが比較的に大きい様な場合に屬する。

此の様に砂粒の沈澱が行はれるか或は擴散が行はれるかと言ふことは A, w_0, β 等の大きさの關

係に依つて決るものであるが (38) から分る様に

若し $w_0 - A\beta < 0$ ならば擴散が行はれ
 $w_0 - A\beta > 0$ ならば沈澱が行はれ
 $w_0 - A\beta = 0$ ならば擴散も沈澱も行はれない (定常状態)

と言ふ事が分る.

§ 5. Case 3: 洗掘の行はれる場合

最後に洗掘の行はれる場合を考へる. 此の場合の條件は色々に指定する事が出来るが此處では一例とし底で濃度が一定と言ふ場合を考へる. 此の場合に解くべき方程式は

$$\frac{\partial n}{\partial t} = A \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + w_0 \frac{\partial n}{\partial z}$$

$$(n)_{z=0} = n_0 \text{ (const)}$$

$$\left(A \frac{\partial n}{\partial z} + w_0 n \right)_{z=d'} = 0$$

$$(n)_{t=0} (= \text{任意の與へられた函数 } f(z), \text{ 例へば}) = n_0 e^{-\beta z}$$

である. $n(z, t) = n_1(z) + n_2(z, t)$ と置けば上式は次の二組の式になる. 即ち

$$\left. \begin{aligned} A \frac{d^2 n_1}{dz^2} + w_0 \frac{dn_1}{dz} &= 0 \\ (n_1)_{z=0} &= n_0 \\ \left(A \frac{dn_1}{dz} + w_0 n_1 \right)_{z=d'} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ I} \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial n_2}{\partial t} &= A \frac{\partial^2 n_2}{\partial z^2} + w_0 \frac{\partial n_2}{\partial z} \\ (n_2)_{z=0} &= 0 \\ \left(A \frac{\partial n_2}{\partial z} + w_0 n_2 \right)_{z=d'} &= 0 \\ (n_2)_{t=0} &= n_0 e^{-\beta z} - n_1(z) \end{aligned} \right\} \text{ II}$$

$$(I) \text{ の解は } n_1(z) = n_0 e^{-\frac{w_0 z}{A}} \dots\dots\dots (40)$$

である. 従つて (II) の最後の式は

$$(n_2)_{t=0} = n_0 \left(e^{-\beta z} - e^{-\frac{w_0 z}{A}} \right) \dots\dots\dots (41)$$

となる.

倘 $n_2 = e^{p'z + iq'z}$ と置けば (II) の第 1 式から $p' = -Aq'^2 + iq'w_0$ となる. そこで (II) の一般解は

$$n_2 = C_1 e^{-Aq'^2 t + iq'w_0 t} + C_2 e^{-Aq'^2 t - iq'(z + w_0 t)} \dots\dots\dots (42)$$

である. C_1, C_2 は未定常數で境界條件から決めねばならぬ. (42) に (II) の境界條件を入れると

$$2iC_1 e^{-Aq'^2 t + iq'w_0 t} (Aq' \cos q'd' + w_0 \sin q'd') = 0$$

$$\text{即ち } Aq' \cos q'd' + w_0 \sin q'd' = 0 \quad \text{或は} \quad \mu = q'd'$$

$$\text{と置けば } \operatorname{tg} \mu = -\frac{A}{w_0 d'} \mu \dots\dots\dots (43)$$

となる.

(43) の正根を $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$ とし $q_m = \frac{\mu_m}{d'}$ ($m=1, 2, 3, \dots$) とすれば

$$n_2 = 2i \sum_{m=1}^{m=\infty} C_m e^{-Aq_m^2 t + iq_m w_0 t} \cdot \sin q_m z \dots \dots \dots (44)$$

となる. 未定常数 C_m は始めの条件 (41) から決定される. 即ち

$$n_0(e^{-\beta z} - e^{-\frac{w_0 z}{A}}) = \sum_{m=1}^{m=\infty} 2i C_m \sin q_m z \dots \dots \dots (45)$$

今 (45) の兩邊に $\sin q_s z$ を掛けて積分すると

$$\int_0^{d'} n_0(e^{-\beta z} - e^{-\frac{w_0 z}{A}}) \sin q_s z dz = \sum_{m=1}^{m=\infty} 2i C_m \int_0^{d'} \sin q_m z \cdot \sin q_s z dz \dots \dots \dots (46)$$

(46) に於いて

(i) $s \neq m$ の場合は

$$\int_0^{d'} \sin q_m z \cdot \sin q_s z \cdot dz = \frac{d' \mu_s \mu_m \cos \mu_s \cdot \mu_m}{\mu_s^2 - \mu_m^2} \left(\frac{\text{tg } \mu_s}{\mu_s} - \frac{\text{tg } \mu_m}{\mu_m} \right) = 0 \quad ((43) \text{ に依る})$$

(ii) $s = m$ の場合は

$$\int_0^{d'} \sin^2 q_m z \cdot dz = \frac{d'}{2} \left(1 + \frac{A w_0 d'}{A^2 \mu_m^2 + w_0^2 d'^2} \right)$$

となる. 故に (46) から

$$C_m = \frac{1}{id' \left(1 + \frac{A w_0 d'}{A^2 \mu_m^2 + w_0^2 d'^2} \right)} \int_0^{d'} n_0(e^{-\beta z} - e^{-\frac{w_0 z}{A}}) \sin q_m z dz$$

となる. 然るに

$$\int_0^{d'} n_0(e^{-\beta z} - e^{-\frac{w_0 z}{A}}) \sin q_m z dz = -n_0 \left\{ \frac{q_m}{\frac{w_0^2}{A^2} + q_m^2} + \frac{(\beta \sin \mu_m + q_m \cos \mu_m) e^{-\beta d'} - q_m}{\beta^2 + q_m^2} \right\}$$

であるから

$$\begin{aligned} n_2 = -\frac{2n_0}{d'} \sum_{m=1}^{m=\infty} & \left[\left\{ \frac{q_m}{\frac{w_0^2}{A^2} + q_m^2} + \frac{(\beta \sin \mu_m + q_m \cos \mu_m) e^{-\beta d'} - q_m}{\beta^2 + q_m^2} \right\} \frac{e^{-Aq_m^2 t + iq_m w_0 t}}{\left(1 + \frac{A w_0 d'}{A^2 \mu_m^2 + w_0^2 d'^2} \right)} \sin q_m z \right] \dots \dots \dots (47) \end{aligned}$$

(47) の實部と (40) の $n_1(z)$ の解とを加へ合せると結局所要の解が得られる. 即ち

$$\begin{aligned} n(z, t) = n_0 e^{-\frac{w_0 z}{A}} - \frac{2n_0}{d'} \sum_{m=1}^{m=\infty} & \left[\left\{ \frac{q_m}{\frac{w_0^2}{A^2} + q_m^2} + \frac{(\beta \sin \mu_m + q_m \cos \mu_m) e^{-\beta d'} - q_m}{\beta^2 + q_m^2} \right\} \frac{e^{-Aq_m^2 t} \cdot \cos(q_m w_0 t)}{\left(1 + \frac{A w_0 d'}{A^2 \mu_m^2 + w_0^2 d'^2} \right)} \sin q_m z \right] \dots \dots \dots (48) \end{aligned}$$

6. 數 値 計 算

(48) を數値計算に便宜な形に書直す. 即ち前の如く

$$z = d'\zeta, \quad \frac{A}{w_0 d'} = \alpha, \quad \frac{d'}{w_0} = \gamma, \quad t = \gamma\tau, \quad \beta d' = \delta$$

と置けば (48) は次の如くなる.

$$\frac{n(\zeta, \tau)}{n_0} = e^{-\frac{\zeta}{\alpha}} - 2\left(\delta - \frac{1}{\alpha}\right) \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\left\{ \left(\delta + \frac{1}{\alpha}\right)\mu_m + \left(\mu_m^2 + \frac{1}{\alpha^2}\right) \sin \mu_m \cdot e^{-\delta} \right\} e^{-\alpha\mu_m^2\tau}}{\left(\mu_m^2 + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha}\right)(\mu_m^2 + \delta^2)} \cos \mu_m \tau \cdot \sin \mu_m \zeta \quad \dots (49)$$

第 4 表 $\frac{n}{n_0}$ の 値 ($\alpha=1$ の場合)

ζ τ	0.0 (海底)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0 (海面)
0.0	1.0000	0.7408	0.5488	0.4066	0.3012	0.2231	0.1653	0.1223	0.0907	0.0672	0.0498
0.1	1.0000	0.8472	0.7065	0.5797	0.4683	0.3730	0.2942	0.2316	0.1844	0.1517	0.1288
0.5	1.0000	0.8992	0.8077	0.7248	0.6500	0.5827	0.5225	0.4688	0.4213	0.3794	0.3427
∞	1.0000	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679

例, 一例として $d'=5$ m, $A=100$, $\alpha=1$, $\delta=3$ の場合を採る. 此れに相當する w_0 は 0.2 cm/sec で此れは $\rho=2.5$, $r=0.0025$ cm なる superfine sand の沈降速度に相當する. 計算の結果は第 4 表と第 4 圖の通りである. 第 4 圖から分る様に砂粒は時間が経つと共に上方に擴散して行き最後の分布状態に近づく. 此の例は $w_0 - A\beta < 0$ の場合即ち A の値に比べて砂粒の大きさが比較的小さい場合に相當する.

第 3 章

§ 1. 洗掘或は沈積される土砂の量の計算

次に参考迄に洗掘或は沈積される土砂の量の計算

をして見る. 但し此處では前章 § 5 で考へた様な場合に就いて行ふ事にする. 海底に考へた單位水平面積から單位時間に洗掘される砂粒の量は

$$\{F(z, t)\}_{z=0} = \left(-A \frac{\partial n}{\partial z} - w_0 n \right)_{z=0}$$

で與へられる. 之を $F(0, t)$ で表はすと (48) から

第 4 圖

$$F(0, t) = \frac{2An_0}{d'} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\left\{ \frac{q_m}{\frac{w_0^2}{A^2} + q_m^2} + \frac{(\beta \sin \mu_m + q_m \cos \mu_m) e^{-\beta d'} - q_m}{\beta^2 + q_m^2} \right\} \frac{q_m \cdot e^{-Aq_m^2 t} \cdot \cos(q_m w_0 t)}{\left(1 + \frac{Aw_0 d'}{A^2 \mu_m^2 + w_0^2 d'^2}\right)} \right] \dots \dots \dots (50)$$

故に $t=0$ から $t=T$ 迄の間に洗掘される量は

$$Q = \int_0^T F(0, t) dt = \frac{2An_0}{d'} \sum_{m=1}^{\infty} \left[\left\{ \frac{q_m}{\frac{w_0^2}{A^2} + q_m^2} \cdot \frac{(\beta \sin \mu_m + q_m \cos \mu_m) e^{-\beta d'} - q_m}{\beta^2 + q_m^2} \right\} \times \frac{q_m \{Aq_m^2 + e^{-Aq_m^2 T} (-Aq_m^2 \cos q_m w_0 T + q_m w_0 \sin q_m w_0 T)\}}{\left(1 + \frac{Aw_0 d'}{A^2 \mu_m^2 + w_0^2 d'^2}\right) (A^2 q_m^4 + q_m^2 w_0^2)} \right] \dots \dots \dots (51)$$

となる。

§2. 数値計算, 其の一

(51) を数値計算に便宜な形に書直す。即ち前の如く $\frac{A}{w_0 d'} = \alpha$, $\beta d' = \delta$ と置き且つ $T = \left(\frac{d'}{w_0}\right) T'$ とすれば

$$Q = 2n_0 d' \left(\delta - \frac{1}{\alpha} \right) \times \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{\left\{ \left(\delta + \frac{1}{\alpha} \right) \mu_m + \left(\mu_m^2 + \frac{1}{\alpha^2} \right) e^{-\delta} \cdot \sin \mu_m \right\} \left\{ \mu_m + e^{-\alpha \mu_m^2 T'} \left(-\mu_m \cos \mu_m T' + \frac{1}{\alpha} \sin \mu_m T' \right) \right\}}{\left(\mu_m^2 + \delta^2 \right) \left(\mu_m^2 + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \right) \left(\mu_m^2 + \frac{1}{\alpha^2} \right)} \right] \dots \dots \dots (52)$$

となる。

1°. 先づ $d'=5^m$, $A=100$, $\alpha=1$, $\delta=10$ の場合を採る。若し $T=100$ sec 即ち $T'=\frac{1}{25}$ とすれば (52) から $Q=57.924n_0$ となる。茲で n_0 は 1 cc の容積の海水中に含まれた砂粒の容積 (volume concentration) と考へて差支へない。今一つの可能な値として $n_0=\frac{1}{100}$ cc とすれば $Q=0.579$ cc となる。換言すれば 100 秒間に 0.579 cm の厚さだけ洗掘されて居る事になる。

2°. 次に $d'=5$ m, $A=100$, $\alpha=1$, $\delta=5$, $T=100$ sec とすれば $Q=38.228n_0$ となる。 $n_0=\frac{1}{100}$ cc と採れば $Q=0.382$ cc となる。即ち 100 秒間に 0.382 cm の厚さだけ洗掘される。

3°. 又 $d'=5$ m, $A=100$, $\alpha=1$, $\delta=3$, $T=100$ sec とすれば $Q=23.533n_0$ となり, $n_0=\frac{1}{100}$ を採れば $Q=0.235$ cc となる。即ち 100 秒間に 0.235 cm の厚さだけ洗掘される譯である。

上に示した三例は例れも $w_0 - A\beta < 0$ の場合に屬し, 交換係数 A の値に比べて砂粒の大きさが比較的小さい場合である。

§3. 數值計算, 其の二

も一つの例として $d'=5$ m, $A=600$, $\alpha=0.2$ の場合を探る. 此れに相當する w_0 の値は 6 cm/sec で此れは $\rho=2.5$ $r=0.04537$ cm の粗砂の沈降速度 (Oseen の公式に依つて計算した) に相當する.

1°. 若し $\delta=10$ とすれば $T=100$ sec ($T'=1.2$) 間に洗掘される量は (52) により $Q=17.50n_0$ となる. 但し此の計算で μ_m は $\operatorname{tg} \mu = -\frac{1}{5}\mu$ の正根を大きさの順に採つたものとする. $n_0 = \frac{1}{100}$ cc とすれば $Q=0.175$ cc となる. 即ち 100 秒間に 0.175 cm の厚さだけ洗掘せられることになる. 此の場合は $w_0 - A\beta < 0$ に屬する.

2°. 又若し $\delta=5$ とすれば $Q=0$ となり, 洗掘も沈積も行はれない事になる. 此の場合は $w_0 - A\beta = 0$ に屬する.

3°. 最後に $\delta=3$ とすれば $T=100$ sec (即ち $T'=1.2$) 間に洗掘せられる量は $Q=-13.50n_0$ となる. 即ち此の場合は沈積が行はれる. 若し $n_0 = \frac{1}{100}$ とすれば $Q=-0.135$ cc となり砂粒は 100 秒間に 0.135 cm の厚さだけ海底に沈積することになる. 此の場合は $w_0 - A\beta > 0$ に屬する.

上に示した數個の數值計算の結果から見れば風浪の擾亂の爲めに洗掘される土砂の量或は此れが沈積する量は可也著しい量に達し得ることが分る. 又實際に徴してもそうである. 第一報に述べた様に本州太平洋岸の磯濱港 (大洗) が築港工事の進行中土砂の侵入沈積の爲め短日月の間に築港面積の大部分を埋了した事は著しい例であるが上の様な結果から見れば當然起り得る譯である. 又其他の著例を擧げるならば宮城縣野蒜港も磯濱港と全く同一の運命に陥つた. 又千葉縣九十九里ヶ濱の南端に近い太東岬附近では季節風の吹く頃には屢々水深が一晝夜に 2 米近くも増減すると言はれて居る. 又南米智利國の沿岸の或灣では深さ 6 米の水深が風に依る土砂の侵入沈積の爲め往々 3 米に減じ風向が變ると共に侵入沈積した土砂が洗掘, 搬出され再び舊との深さ 6 米に復すると言はれて居る.

終りに臨み此の編を草するに當つて種々懇篤な御指導を賜り御勵まし下さつた臺長岡田先生, 藤原先生並びに關口先生に衷心から感謝の意を表し度い. 又種々有益な御助言を賜つた小平博士正野理學士並びに上海自然科學研究所の速水理學士に對して深く御禮申し上げる次第である.

(1936 年 7 月 於中央氣象臺)