下層大気の亂流*

山本主夫

1. 渦亂流による運動量の沈降

$s = \rho \overline{|w'|}$: flow of eddying masses, l : mixing length とすれば

$$^{(1)} \text{Eddying flow of momentum} = -sl \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{又 Reynolds によれば} \quad = \overline{\rho u' w'} \dots \dots \dots (2)$$

實測によれば $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} > 0$ 及び $\overline{\rho u' w'} < 0$ であるから turbulence による momentum flow は下向きが normal である⁽²⁾.

$sl = \mu$ とおいて Euler 式を書けば

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} &= 2\omega \cdot \sin \varphi \cdot \bar{v} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\omega \cdot \sin \varphi \cdot \bar{u} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{d\bar{u}}{dt} \rightarrow 0, \quad \frac{d\bar{v}}{dt} \rightarrow 0 \quad \text{と考へ} \quad \bar{u}_0 + i\bar{v}_0 = \frac{\mu}{f} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)_0 + i \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)_0 \right] \quad \text{とおけば}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= V_0 [1 + ce^{-bz} \sin(bz - \alpha)] \\ \bar{v} &= V_0 ce^{-bz} \cos(bz - \alpha) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

$$c^2 = \frac{1}{1 + 2\zeta\sqrt{\mu} + (\zeta\sqrt{\mu})^2}, \quad \tan \alpha = 1 + \frac{1}{\zeta\sqrt{\mu}}$$

$$b = \sqrt{\frac{\omega \cdot \sin \varphi \cdot \rho}{\mu}}, \quad \zeta = \frac{\sqrt{\omega \cdot \sin \varphi \cdot \rho}}{f}, \quad \omega = 7.292 \times 10^{-5} / \text{sec}$$

(4) 式を用ひて異つた μ について velocity-field の profile を描けば第 1 圖の如くなる. turbulence theory によると reversal layer ∇ は平均の μ が大きい程高い. 又風速日變化の振幅も μ の振幅に比例してゐる. 館野 (海拔 25 米) の 1, 2 月について調査すると $[V_{14h} - V_{6h}]_{10m} \doteq 2 \text{ m/sec}$ $[T_{26m}]_{4h} - [(T_{500m})_{6h} + 4.6] \doteq 7^\circ \text{C}$ となる.

* N. Yamamoto: The Eddying Flow of Air in the Lower Stratum of the Atmosphere. 中央氣象臺彙報.

(1) Brunt: Physical and Dynamical Meteorology, pp. 226-228.

Durand: Aerodynamic Theory, Vol. VI, pp. 238-242.

(2) Scrase: Geophysical Memoirs, No. 52, p. 13, 1930.

時刻	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	ampl.
1月	水戸	3.9	4.0	4.1	3.7	3.3	3.2	3.0	3.0	2.9	2.8	2.6	1.9
	舊本丸	4.2	4.2	4.2	4.1	3.5	3.2	3.2	3.3	3.1	3.1	3.3	1.2
	無線塔	4.5	4.5	4.6	4.5	4.0	4.2	4.5	4.1	3.8	4.1	4.4	0.9
8月	水戸	3.5	3.9	3.9	3.9	3.2	2.4	1.9	1.7	1.6	1.5	1.4	2.6
	舊本丸	4.9	5.0	5.1	5.1	5.0	4.6	4.0	3.6	3.4	3.1	2.7	2.5

(1) 式から冬の夜は接地空気の heterogeneous な冷却によつて V_0 が減少し層 II に第二の極大を現すことが考へられるので第2表の調査を行つたが一般統計には表れなかつた⁽¹⁾. 弧立した山では氣象要素の變化が著しい. これは山を包む空氣の溫度變化が比較的大きいので, この空氣塊は移動速度 $\bar{w}$ を持ち, これが turbulence 以上の效果を表すからである. (Lamb: Hydrodynamics, 6th Edition. p. 10.)

第3表 筑波山及び館野の観測表 (7, 8月)

		2 ^h	6 ^h	10 ^h	14 ^h	18 ^h	22 ^h
筑波山	氣溫 (°C)	19.4	19.5	21.9	23.1	20.9	19.7
	風速 (m/sec)	5.4	5.3	3.4	3.9	5.2	5.8
	水張 (mm)	15.5	15.3	17.1	18.0	16.3	15.9
館野	氣溫		22.2		28.2		22.5
	風速		2.5		5.9		3.0
	水張		19.0		19.9		19.0

平地の観測表 (館野)

内田 (高層氣象臺報告, 第10號, 第269頁—第272頁)

		1月				8月			
		26 ^m	300 ^m	600 ^m	1200 ^m	26 ^m	300 ^m	600 ^m	1200 ^m
氣溫	6 ^h	-1.6	0.3	-0.9	-3.6	22.7	22.1	21.2	19.1
	10 ^h	4.9	2.1	0	-2.9	28.6	24.7	22.3	19.3
	14 ^h	7.9	4.5	1.9	-2.0	29.4	25.5	22.8	19.1
水張	6 ^h	3.9	3.9	3.5	2.8	19.9	17.9	16.1	12.3
	10 ^h	3.8	3.1	2.8	2.2	21.7	18.7	16.7	12.4
	14 ^h	4.3	3.6	3.1	2.4	21.8	18.9	16.9	13.2
1月	風速								
	海拔高		40	250	500	1000	1500	2000	
	6 ^h		1.7	5.8	7.4	8.4	9.7	11.2	
	速								
	14 ^h		3.9	6.0	6.9	7.8	9.6	11.2	

2. $k=c_p\mu$ の關係

Eddy flow による p' は小さいから θ : potential temperature とすれば

$$\text{Eddy flow of heat} = -slc_p \frac{\bar{T}}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -slc_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \Gamma \right) \dots \dots \dots (6)$$

(1) Schell: Gerl. Beitr. Geophys., Bd. 47, pp. 60-72, 1936.

Dubuk: Journal of Geophysics, Moscow, No. 4 (18), p. 487, 1955.

Flood of Masses: $S_1 - S_2 = A \frac{\partial \theta}{\partial z}$ を用ひて $\frac{\partial \theta}{\partial z} > 0$ のとき potential energy の増加することを示した.

$$\Gamma = 0.97 \frac{^{\circ}\text{C}}{100 \text{ m}}, \quad slc_p = k, \quad \frac{sl}{\rho} = K \quad \text{とすれば}$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \bar{T}^{(1)}}{\partial z^2} \dots\dots\dots (7)$$

$$\mu = \rho K = \frac{k}{c_p} \dots\dots\dots (8)$$

(8) 式及び (4), (11) 式より $\sin \varphi = \frac{1}{2}$ の地點では對流平衡層 $\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0\right)$ と力學境界層 $\left(\frac{\partial u}{\partial z} > 0\right)$ とは同程度の廣袤に伸展することが考へられる. 第 4 表は高層氣象臺報告によつて調査したもので各高度の統計數は同一である.

第 4 表 館野の對流平衡層 (7, 8 月)

海拔高 (m)	10 ^b				14 ^b			
	氣壓	氣溫	水張	混合比 $\left(\frac{\text{gr}}{\text{kg r}}\right)$	氣壓	氣溫	水張	混合比
26	756	26.4	19.7	16.7	755	28.9	20.7	17.6
200	741	24.3	18.0	15.5	740	26.7	18.8	16.1
500	716	21.6	15.8	14.0	715	23.4	17.0	15.1
800	692	19.3	13.8	12.7	691	20.8	15.0	13.8
1000	676	18.7	12.4	11.7	675	19.3	13.7	12.9
1200	660	17.8	11.6	11.1	660	18.2	12.3	11.8
1500	634	17.4	10.1	10.0	637	17.7	10.6	10.5
2000	601	14.9	8.5	—	601	15.6	8.4	—

對流平衡層は 7, 8 月に 10^b600 m, 14^b900 m であり力學境界層は冬 500 m, 夏の朝 600 m 即ち兩者略同程度の廣袤を持つてゐる.

3. 數 値 表

定常運動式の微分解決法は⁽²⁾

s ; length of hodograph, r ; radius of hodograph-curvature

$$\frac{d\mathbf{V}}{ds} = \mathbf{t}, \quad \frac{d\mathbf{t}}{ds} = \frac{\mathbf{n}}{r}$$

$$\mathbf{R} = i \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + j \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) = t\mathbf{R}_t + n\mathbf{R}_n$$

$$\mu = \frac{R_n \cdot r}{\left(\frac{ds}{dz}\right)^2} \dots\dots\dots (9)$$

此方法に従つてパラオ, 沖繩, 新義州の測風氣球觀測成績を調査したが, 満足な spiral を得なかつた.

(1) Brunt: Physical and Dynamical Meteorology, pp. 219-222.

(2) Schwandke: Die Innere Reibung der Atmosphäre in Abhängigkeit von der Luftmasse, (Diss. Leipzig, 1935).

$K=10^5$ の場合は

$$V_{\max} = 1.07 V_g \dots\dots\dots (10)$$

實測から $V_{\max}$ を求め (10) 式から計算で V_g を決定する.

第 5 表 α (in radian) の計算表

$\left(\frac{V_0}{V_g}\right)^2$	α
0	1.571
0.05	1.414
0.10	1.346
0.15	1.293
0.20	1.250
0.25	1.209
0.30	1.175

第 6 表 β_0 (in degree) の計算表

$\frac{V_0}{V_g}$	β_0
0	45
0.1	41
0.2	37
0.3	32.5
0.4	28.5
0.5	24.5
0.6	20
0.7	15.5
0.8	10.5
0.9	5.5
1.0	0

第 7 表 β_0, K の観測表

	β_0	$K \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right)$	$\mu \left(\frac{\text{gr}}{\text{cm sec}} \right)$	$k \left(\frac{\text{gr cm}}{\text{sec}^3 \text{ } ^\circ\text{C}} \right)$
所澤 (夏の朝)	29	64×10^3	73	17
東京 (冬)	28	27×10^3	32	8
バラオ (冬) ($V_g=8.5$)	35	14.5×10^3		
新義州 (冬) ($V_g=11$)	30	51×10^3		
沖縄	(冬)	21×10^3		
	(春)	28×10^3		

(7) 式の特解は

$$T_0 = T_{0, \text{aver}} + A \sin \nu t$$

$$T = T_{0, \text{aver}} - \gamma_{\text{aver}} Z + A e^{-bz} \sin (\nu t - bz) \dots\dots\dots (11)$$

但し

$$b = \sqrt{\frac{\nu}{2K}} \quad \nu = 7.272 \times 10^{-5} / \text{sec}$$

$K=50 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $|w'|=50 \text{ cm/sec}$ が考へられるから $l=10 \text{ m}$ となる. この様に l が統計的に小さいことから liberation of potential energy が小さい傾向が現れる.

第 8 表 γ_{aver}, K の 観 測 表

年 月 日		平均雲量	500 米		26 米		γ_{aver}	K
			T_{aver}	$2.1e^{-bz}$	$T_{0,\text{aver}}$	2.1		
館 野	1932, 10, 13	6	12.5	4.0	13.8	12.5	0.27	63×10^3
	" 10, 20	10	12.8	2.5	14.5	9.0	0.36	26×10^3
	" 10, 27	0	9.8	6.5	11.0	14.0	0.25	139×10^3
	" 11, 10	3	11.5	5.0	10.5	17.0	-0.21	55×10^3

4. 自由大氣内の風

$$\text{自由大氣内では} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{g\alpha}{2\omega \cdot \sin \varphi} \frac{\partial T}{\partial y} \dots\dots\dots (12)$$

但し α は空氣膨脹の溫度係數

第 9 表から東京に於て上層氣流が夏弱く冬強い状態が明瞭である。

第 9 表 $\frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}$ の 観 測 表

		1, 2 月	3, 4 月	5, 6 月	7, 8 月	9, 10 月	11, 12 月	
2000 米の氣溫	バタビア ⁽¹⁾	14.8	15.2	16.1	14.3	14.8	14.9	
	マニラ ⁽²⁾	14.1	—	—	—	—	16.1	
	涂家涯 ⁽³⁾	-2.8	7.4	13.9	18.3	10.5	2.7	
	館野	-8.7	-0.2	10.5	15.8	7.9	0.5	
東京の風速度 (1924-1935)	2000 米	{	8.0	6.4	3.2	2.4	3.4	6.6
			9.1	8.0	6.0	4.4	6.0	8.3
	3000 米	{	13.2	9.6	4.8	3.9	6.0	10.8
			14.2	10.9	7.4	6.0	7.8	12.5

終りに臨み御指導を賜つた岡田臺長、藤原先生に厚く感謝す。

砂 の 流 動 に 就 き て*

高 橋 浩 一 郎

1. 砂の運動と云ふ事は、山崩、雪崩など屢々目に付く現象であるが、その力學的性質に就いては割合等閑視されて居る。筆者は此の問題に就いて二三實驗を試みたが其の結果を此處に報告しやうと思ふ。

(1) Wagner: Klimatologie der freien Atmosphäre.

(2) Deppermann: Publications of the Manila Observatory, Vol. 2, No. 5.

(3) Bulletin Aérologique, 1930-32, Zi-Ka-Wei.

* K. Takahasi: On the Flow of Sand. 中央氣象臺彙報.