大體兩者一致して居る故まづ實驗的に證明出來たと見てよいであらう。

最後にいつも相變らぬ御懇切なる御指導を賜りし藤原先生に衷心よりの謝意を表する。

なほこの材料の一部は養成所本科二年演習に行つたものである。

潮汐に依る地球磁場の太陰日變化に就いて*

平 山 操

§1. 緒 言

媒質が磁場内に於て運動する際に起る電場に依つて、地球磁場の日變化を説明せんとする考へは、即ち dynamo-theory であるが、從來この考へは専ら atmospheric tide に就いてのみ論ぜられたが、oceanic tide に就いても當然適用されるべきである。

簡単に一樣な深さ (2 軒とす) の海洋が地球を包んでゐる場合を考へれば、この層の全電気傳導度は海水の傳導度を 4×10^{-14} emu とすれば 8×10^{-6} emu となる。然るに電離層の全電気傳導度は日變化の要求する値が 2×10^{-5} emu にして、一方 S. Chapman⁽¹⁾ の計算によれば 2×10^{-6} emu なるを以て海洋の其れと大差ないものである。故に日變化の問題、殊に太陰日變化 (L V.) を論ずるに際しては、この oceanic tide に依る磁場を度外視することは出来ないであらう。

§2. 磁氣ポテンシャル

一樣な深さ h なる海洋が廻轉しない地球を包める場合の潮汐は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{g}{a} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\zeta - \bar{\zeta}) \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{g}{a \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\zeta - \bar{\zeta}) \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{h}{a \sin \theta} \left\{ -\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot u) + \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

u, v は夫々北及び東向きを正とし、 $\bar{\zeta} = -\frac{\Omega}{g}$ (Ω は起潮力のポテンシャル) で平衡論による海面の高さにして次の如く球函數にて表せるものとする。

$$\bar{\zeta} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \bar{\zeta}_n^m P_n^m(\mu) e^{im(\varphi + t)} \dots\dots\dots (4)$$

然るときは容易に

* M. Hirayama: On the Lunar Diurnal Variation of the Terrestrial Magnetic Field produced by the Oceanic Tides. 中央氣象臺彙報.

(1) Proceedings of the Royal Society. A, vol. 122, p. 369.

$$\begin{cases} u = -\frac{ima^2g}{n(n+1)gh-m^2a^2} \frac{\partial \bar{\zeta}}{a \partial \theta} \\ v = \frac{ima^2g}{n(n+1)gh-m^2a^2} \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \varphi} \end{cases} \dots\dots\dots (5)$$

地球の永久磁場は一樣に廻轉軸に對稱に磁化してゐるとすれば、この運動に依つて生ずる電場は $E=[u, B]$ であるから、

$$\begin{cases} E_\theta = c_1 \cot \theta \frac{\partial \bar{\zeta}}{a \partial \varphi} \\ E_\varphi = c_1 \cos \theta \frac{\partial \bar{\zeta}}{a \partial \theta} \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

但し $c_1 \equiv \frac{ima^2g}{n(n+1)gh-m^2a^2} Z_0$ (Z_0 : 極に於ける垂直磁場)

(6) は球函數の計算によつて次の如く二つの部分に分つことが出来る。

$$\begin{cases} E_\theta = \frac{\partial \phi_1}{a \partial \theta} - \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial \phi_2}{\partial \varphi} \\ E_\varphi = -\frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial \phi_1}{\partial \varphi} - \frac{\partial \phi_2}{a \partial \theta} \end{cases} \dots\dots\dots (7)$$

ここに ϕ_1, ϕ_2 は次の如き球函數である。

$$\phi_1 = \frac{c_1}{n(n+1)} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \varphi} \dots\dots\dots (8)$$

$$\phi_2 = -\frac{c_1 \bar{\zeta} n^m}{2n+1} \left[\frac{n(n-m+1)}{n+1} P_{n+1}^m(\mu) + \frac{(n+1)(n+m)}{n} P_{n-1}^m(\mu) \right] e^{im(\varphi+t)} \dots\dots (9)$$

ϕ_1 は靜電氣ポテンシャルにして磁場には影響を及ぼさず、地表面に電荷を誘起して鉛直電位傾度を生ぜしめるが、其の大きさは甚だ小で 10^{-5} ボルト/米の程度である。

ϕ_2 は磁場を生ぜしめる項にして、海水の電氣傳導度を σ とすると、この層の全電氣傳導度は σh であるから、電流函數は $\phi_2 \sigma h$ にて與へられ、これに依る磁氣ポテンシャルを Ω_i とせば

$$\begin{aligned} \Omega_i = & +4\pi\sigma h c_1 \bar{\zeta} n^m \left\{ \frac{n(n-m+1)}{(2n+1)(2n+3)} P_{n+1}^m(\mu) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \right. \\ & \left. + \frac{(n-1)(n+1)(n+m)}{n(2n-1)(2n+1)} P_{n-1}^m(\mu) \left(\frac{a}{r}\right)^n \right\} \times e^{im(\varphi+t)} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

である。

§3. 外部磁場

Ω_i による磁場の變化は電離層内に感應電流を起し、第二次の外部磁場を作るを以つて、地表面に於てはこれ等内外の二磁場より成る。

即ち

$$\Omega_i = I_a^m \frac{a^{n+2}}{r^{n+1}} P_n^m(\mu) e^{im(\varphi+t)} \dots\dots\dots (10)'$$

$$\Omega_e = E_n^m \frac{r^n}{a^{n-1}} P_n(\mu) e^{im(\varphi+t)} \dots\dots\dots (11)$$

但し (10)' は (10) を簡単に書いただけで、兩式の n は勿論異なるものである。

次に電離層内に於ては、S. Chapman と T. T. Whitehead⁽¹⁾ の内部磁場の計算に倣ひ、ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ の三成分を次の如くすれば

$$\begin{cases} A_r = 0 \\ A_\theta = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \\ A_\varphi = \frac{\partial u}{\partial \theta} \end{cases}$$

磁場は磁媒常数を 1 とすると

$$\begin{cases} H_r = \frac{n(n+1)}{r} u \\ H_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \\ H_\varphi = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \end{cases} \dots\dots\dots (12)$$

但し u は次の方程式を満足するものである。

$$\nabla^2 u = 4\pi\sigma' \frac{\partial u}{\partial t} \dots\dots\dots (13)$$

電離層内に於ては internal source のみにして external source のないことを考へ (13) の解は

$$u = Br^{-n-1} R_{-n-1} P_n^m(\mu) e^{im(\varphi+t)} \dots\dots\dots (14)$$

ここに B は境界條件に依つて決定される常數であり、 R_{-n-1} は r のみの函數にして $(kr)^n$ にて終る次の如き級數である。(但し $k^2 \equiv 4\pi\sigma' im$)

$$R_{-n-1} = e^{-kr} \left\{ 1 + kr + \frac{2(n-1)}{2!(2n-1)!} (kr)^2 + \frac{2^2(n-1)(n-2)}{3!(2n-1)(2n-2)} (kr)^3 + \dots \right\} \dots\dots\dots (15)$$

kr の實數部分が充分に大きいときは

$$R_{-n-1} = \frac{1}{2} e^{-kr} \frac{2^n(n-1)!}{(2n-1)!} (kr)^n \left\{ 1 + \frac{n(n+1)}{2kr} + \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{2^2 2!(kr)^2} + \dots \right\} \dots\dots\dots (16)$$

更に (16) より次の關係を得る。

$$\frac{R_{-n-1}}{R_{-n}} = \frac{kr}{2n-1} \left\{ 1 + \frac{n}{kr} + \frac{n(n-1)}{2(kr)^2} - \frac{n(n-1)}{2(kr)^3} + \dots \right\} \dots\dots\dots (17)$$

電離層の境界 ($r=qa$) に於ては H_r 及び H_φ は連續なるべきにより、

(1) Trans. of the Cambridge Phil. Society Vol. XXII, No. XXV, p. 463.

$$nq^{n-1}E_n^m - (n+1)q^{-(n+2)}I_n^m = n(n+1)q^{-(n+2)}R_{-n-1}B \dots\dots\dots (18)$$

$$q^{n-1}E_n^m + q^{-(n+2)}I_n^m = \left\{ -q^{-(n+2)}R_{-n-1} + q^{-(n+1)} \frac{\partial R_{-n-1}}{\partial qa} \right\} B \dots\dots\dots (19)$$

(18) 及び (19) より B を消去し

$$I_n^m/E_n^m = \frac{n}{n+1} q^{2n+1} \left\{ 1 + (2n-1)(2n+1) \frac{R_{-n-1}}{k^2 q^2 a^2 R_{-n}} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

R_{-n-1}/R_n を計算するに都合のよいやうに, $\beta^2 \equiv 2\pi\sigma' m q^2 a^2$ とおくと

$$kr = \beta(1+i), \quad \frac{1}{kr} = \frac{1-i}{2\beta} \quad \text{であるから}$$

$$\frac{R_{-n-1}}{R_n} = \frac{\beta}{2n-1} \left\{ \left(1 + \frac{n}{\beta} + \frac{n(n-1)}{4\beta^2} - \frac{n(n-1)}{4\beta^3} + \dots \right) + i \left(1 - \frac{n(n-1)}{4\beta^2} + \dots \right) \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ξ は主として $P_2 e^{i2(\varphi+t)}$ 及び $P_2 e^{i(\varphi+t)}$ にて表されるを以つて Ω_i, Ω_r の主項は $n=1, 3$ となる。依つて $n=1, 3$ の場合について $\frac{I_n^m}{E_n^m} q^{-(2n+1)}$ の値を種々の β に對して計算し, 第1表に示す。

電離層の電気傳導度を 10^{-13} emu, 層の高さを 100 軒と

第1表 $q^{-(2n+1)} I_n^m/E_n^m$ の値

すると, 内外磁場の振幅比及び位相差は

	$\begin{pmatrix} n=1 \\ m=1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} n=3 \\ m=1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} n=3 \\ m=2 \end{pmatrix}$
振幅比 (E_n^m/I_n^m)	1.486	0.591	0.722
位相差 ($E_n^m - I_n^m$)	14°	35°	13°

となる。

§4. 解の考察

Oceanic tide の中, 日變化に關係する項は主として次の如く表される。

$$\xi = \frac{H}{\sqrt{3}} P_2^1(\mu) \cos(\varphi + \alpha) + \frac{H}{\sqrt{3}} P_2^2(\mu) \cos 2(\varphi + \alpha) \dots\dots\dots (22)$$

H は月の場合には 54.9 軒, 太陽については 24.1 軒にして, これに依る内外磁場は第2表の如くなる。

右表の値は S. Chapman が 1897 より 1903 に至る七ヶ年の L.V. を五箇所について求め, (2) それを分析したる結果 (第3表) と比較して見るに, 略同程度のものであるが, 更に $\sin\theta \cos^2\theta$ なる有力な項が

第2表 (單位 γ)

	Ω_i/a		Ω_r/a	
	lunar	solar	lunar	solar
P_2^1	0.342	0.147	0.507	0.219
P_2^2	0.300	0.124	0.216	0.089
$\cos^2\theta \sin\theta$	2.320	0.982	1.370	0.580

(1) この章に於ける P_n^m は次の如きものである。

$$P_n^m(\mu) = \sqrt{1.35 - (2n-1)/(n-1)! 2^{n-2}} \sin^{n-1}\theta \cos\theta,$$

$$P_n^m(\mu) = \sqrt{1.35 - (2n-1)/n! 2^{n-1}} \sin^n\theta.$$

(2) Handbuch der Experimental Physik. XXV, I. Teil, p. 638.

存在することは注意すべきである。

第 3 表
太陽日變化のポテンシャル (單位 γ)

Mitteler Solstitium $\frac{1}{2}$ (Sommer+Winter)					Solstitiale Ungleichheit $\frac{1}{2}$ (Sommer-Winter)				
n	m	Ω_i/a	Ω_e/a	$\Omega_i - \Omega_e$	n	m	Ω_i/a	Ω_e/a	$\Omega_i - \Omega_e$
2	1	0.385	0.136	23°	1	1	0.419	0.177	31°
3	2	0.380	0.210	29	2	2	0.512	0.270	6
4	3	0.166	0.060	19	3	3	0.211	0.112	12
5	4	0.051	0.019	52	4	4	0.024	0.009	17

上のポテンシャル展開は僅か五ヶ所の材料により求めたものであるから、これに依つて精細な論を試みるは妥當ではないであらうが、これを用ゐ Potsdam ($\theta=37.6$) に於ける 1 日, 1/2 日, 1/3 日週期の振幅を計算し、同所に於ける A. Schmidt⁽¹⁾ の實測 (1905—24) と比較してみる。

第 4 表 (單位 γ)

	1 日		1/2 日		1/3 日	
	實 測	計 算	實 測	計 算	實 測	計 算
X	0.52	0.27	0.24	0.61	0.39	0.36
Y	0.39	0.71	0.59	1.10	0.36	0.42
Z	0.25	0.36	0.43	0.30	0.20	0.36

(この比較は異なる期間ではあるが O. Venske が同所に於ける垂直磁場の L.V. (1891—1905) と Schmidt の Z が殆ど一致するを以つて、期間の相違は僅少なものと考へる)

上の表の示すが如く 1 日, 1/2 日週期の振幅は殊に兩者の差の著しいのが目につく。これは海陸が極めて複雑な分布をして居るため、Oceanic tide に依る 1 日或は 1/2 日週期の磁場が低次或は赤道に對稱な球函數のみに依つては表せないからであらう。即ち實測と計算の差は高次或は赤道に非對稱な項に依るものではないかと思はれる。

§5. 結 語

以上の要點を列記すれば

1) 廻轉せざる地球を包む一様な深さの海洋の潮汐に依つて起る磁場を計算す。而して其の大きさは海洋の深さを 2 杆、電氣傳導度を 4×10^{-11} emu とすると、實測される L.V. と同程度であるが、更に $\sin \theta \cos^2 \theta$ の項があることは注目される。

2) この潮汐に依る磁場は電離層に第二次の感應電流を起し、これによる外部磁場は、電離層の高さを 100 杆、電氣傳導度を 10^{-13} emu とすると、外部磁場は内部磁場に比し、其の振幅比は、 P_1^{-1} の項に於ては略 1.5 倍に達するが、他の項では 60—70% であり、位相はすべての項で約一時

(1) Veröff. des Preuss. Met. Instituts. Abhandl. Bd. IX, Nr. 1.

間前後早くなる。

3) S. Chapman が L.V. を分析して得たポテンシャルから逆に計算した振幅は、實測と相當の差異が認められる。而して其の差が 1 日或は $1/2$ 日の變化に著しいのは、海陸の分布が複雑である爲 Oceanic tide に依る磁場が低次や赤道に對稱な球函數のみにては表し得ないからであらう。

要するにこの問題は材料の整はない今日に於ては唯將來に俟つ外はないが、苟も L.V. を論ずる場合には、Oceanic tide に依る影響を輕視する能はざることを言はんとするものである。

終りに臨みお閱讀を賜つた岡田臺長先生及びお代讀の勞を執られた寺田一彦氏に對し滿腔の謝意を表します。

(昭和 11 年 8 月)

砂 質 壤 土 の 雁 行 割 れ 目*

伊 東 彊 自

1. 序

雁行狀をなして並んで居る割れ目については、大分以前から注目されて居り、特に藤原博士等によつて可成精密な觀察と實驗が行はれ、立ち入つた研究がなされて居る。⁽¹⁾ 筆者は割れ目の交叉について實驗を行つて居る際に、雁行割れ目の交叉に興味を覚え、その形を調べてみた。尙交叉以外にも雁行割れ目について二、三の面白い形を得た。

2. 方 法

實驗の裝置は極めて初歩的で、直線で相接しそれに沿ふて互にづらし得る二枚の板に過ぎない。雁行割れ目を生ぜしめる材料をこの二枚の板の上に載せて、板を互にづらせるのである。材料としては色々な物質を用ひたが、最も良い結果を示したのは、阿里山附近を形成する砂岩が風化して出來た砂質壤土であつた。これを充分に乾かして、粉に挽いたもの 1 に對し 0.48 (重量比) の割合の水で溶き、満遍なく混じて板の上に流した。これ丈ではかなりやはらかく周圍が四方に流れ出してしまふので、直ぐ外せる木の枠で圍ひ、厚さが一樣になる様に鋸でならした。これを適度に乾燥する迄室内に放置しておいてから實驗にかゝつた。

片栗粉を用ひても同じ様な良い結果を得られるが、その持つ特殊な性質の爲に始め水を混する。

* K. Itô: Some Properties of Echelon Cracks of Sandy Soils.

(1) 藤原咲平著: 地渦地裂及地震。