之より週期を決定する式として

$$\frac{p}{\sigma v_2} \tan \frac{p}{v_2} (H_2 - H_1) = \frac{1}{1 + \sigma H_1} \frac{\left(-\frac{1}{2} + \nu\right) + \left(\frac{1}{2} + \nu\right)(1 + \sigma H_1)^{2\nu}}{(1 + \sigma H_1)^{2\nu} - 1},$$

$$v_2^2 = \frac{\mu_2}{\rho}.$$

之は明らかに實根を有する.

即下層の固有振動週期に影響されるからであらう.

大氣擾動の安定度に就て*

櫻庭 信一

§1. 緒言

茲に大氣擾動の安定度と題して論じてあるが、内容は別して二部門に分れる。第一には傾度風と地表風との特殊な關係に依つて生じ得べきものと推察するゝ渦動運動の安定度に就て述べる。附けたりとして筆者に依つて最近發表された、特殊な渦度傳播様式の場合に於て生ずる横抵抗（藤原博士等の所謂横粘性係數に依て特性づけられる横抵抗と本質的に同じもの）を伴ふ渦運動が equipartition の立場から見て安定か不安定かの一解釋を試みた。

第二には大氣成層の安定度に就て述べてある。所謂此の種の安定度を示す目安として從來考へられて來たのは空氣の斷熱變化遞減率で (the adiabatic lapse-rate) で約 $9.89 \times 10^{-5} \text{C per cm.}$ に相當する。然し實際問題として Aerologie に依る上層溫度觀測を調べて見ると、一杆内外の比較的大氣の下層に屬する部分に於ては比較的稳定と見做さる大氣の状態に於てすら super-adiabatic lapse-rate の例を屢々發見する。

此の説明の一つの有力なる解釋として Rayleigh, Low, Jeffreys, 小平, 最近では Hales 等に依つて發展された粘性流體の運動學的熱平衡理論を用いた。即ち此の論旨を是認するときは、大氣下層に於ては擾亂が發達して粘性流體の性質を多分に持つ場合に於ては adiabatic lapse-rate は大氣成層の安定度を示す目安となり得ない事となる。

§2. 渦度傳播擾動運動の一型式に就いて

筆者は屢々渦度傳播論が大氣の實際現象に如何に應用されるかに就いて述べて來たが、最近の論

* S. Sakuraba: On the Stability of Eddy Motion and Stratification of the Atmosphere. 中央氣象臺彙報.

文に於ても其の基本式に就いて述べる所があつた。⁽¹⁾

然し之等は極めて理想の場合であつて實際問題としては地表面の特殊の僻に依つて Ekman の spiral が可成り歪んだ形をとるものと見做される観測例がある。下に東京に⁽²⁾於ける観測例を示す。

第 1 表

傾度風向	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW	平均
傾 角	24°	40°	53°	69°	61°	56°	32°	29°	22°	27°	45°	58°	77°	75°	47°	32°	46°

即ち上記の如き場合に於ては、特殊の氣壓配置方向と地表の最多地表風方向との關係に依つて、運動方程式として

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \eta \frac{\partial u}{\partial z} - \rho \lambda v &= 0, \\ \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \rho \lambda u - \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

の形を採用するのが合理的であると思はれる。エツクマンのスパイラルの一つのモデルとしては次圖に與へてある。

要するに原方程式の現す意味としては、 y 方向には渦度恒存傳播のみ存在し、 x 軸方向には運動量恒存傳播のみ卓越するといふ事に外ならない。かなり極端な場合である事は確かで、又斯くの如き機構の異なる渦動運動の合成は可成り無理のある事を御承知置き願ひたい。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= u - V_G, \quad V_G = \frac{1}{\rho \lambda} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \bar{v} &= v \end{aligned} \right\}$$

とおけば原式は變形して

$$\left. \begin{aligned} \eta \frac{\partial^2}{\partial z^2} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \eta \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \rho^2 \lambda^2 \bar{u} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial z} \eta \frac{\partial}{\partial z} \cdot \eta \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} + \rho^2 \lambda^2 \bar{v} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

とおける。此の方程式の解は一般には簡單で無いが

$$\text{今} \quad \eta = \eta_0(1 + \sigma z)^2$$

とおいて $\bar{u}$ 式に代入すれば

$$(1 + \sigma z)^4 \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial z^4} + 6\sigma(1 + \sigma z)^3 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial z^3} + 6\sigma^2(1 + \sigma z)^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \rho^2 \lambda^2 \bar{u} = 0$$

となつて、更に

$$1 + \sigma z = x$$

(1) 櫻庭信一：二次元亂流渦度傳播機構の場の一特性、本誌、第二輯第十四卷第一號。

(2) 佐々倉航三：東京に於ける傾度風向と地上風向との關係、天氣と氣候、第一卷第四號。

又は淵秀隆：大氣の運動に及ぼす地面摩擦の影響、本誌、第二輯第十二卷第十二號。

とおけば

$$x^4 \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial x^4} + 6x^3 \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^3} + 6x^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\rho^2 \lambda^2}{\eta_0^2 \sigma^4} \bar{u} = 0$$

となる.

解として

$$\bar{u} = x^m$$

とおけば, m は次式の根である.

$$m^4 - m^2 + \alpha^4 = 0.$$

茲に

$$\alpha^4 = \frac{\rho^2 \lambda^2}{\eta_0^2 \sigma^4}.$$

根 m は

$$m^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - 4\alpha^4} \right\}$$

となつて

$$1 \geq 4\alpha^4 \quad \text{又は} \quad 1 \geq 2\alpha^2$$

の関係の場合には Ekman spiral を形成し得ない事は容易に了解出来る.

逆に

$$1 < 2\alpha^2$$

の関係の時には確かに Ekman spiral は存在して解は次の様に與へられる.

$$\left. \begin{aligned} u &= (1 + \sigma z)^{-\frac{\sqrt{2\alpha^2+1}}{2}} \left[A \sin \left\{ \frac{\sqrt{2\alpha^2-1}}{2} \log(1 + \sigma z) \right\} + B \cos \left\{ \frac{\sqrt{2\alpha^2-1}}{2} \log(1 + \sigma z) \right\} \right] + V_G, \\ v &= (1 + \sigma z)^{-\frac{\sqrt{2\alpha^2+1}}{2}} \cdot \frac{\sqrt{2\alpha^2+1}-1}{2\alpha^2} \left[(\sqrt{2\alpha^2-1}B - A) \sin \left\{ \frac{\sqrt{2\alpha^2-1}}{2} \log(1 + \sigma z) \right\} \right. \\ &\quad \left. - (\sqrt{2\alpha^2-1}A + B) \cos \left\{ \frac{\sqrt{2\alpha^2-1}}{2} \log(1 + \sigma z) \right\} \right]. \end{aligned} \right\}$$

茲に A, B は境界條件に依つて決定さるべき積分常數である.

偕

$$1 \geq 2\alpha^2$$

の條件を物理的に解釋すれば, 渦動作用の不均一性の極端に烈しい所では渦動運動が不安定になるものと思はれる. 然かも此の効果は低緯度程顯著である.

筆者は曩に

$$\eta = \eta_0 (1 \pm \sigma z)^2$$

の函數形を採用し, Dobson の材料を用ひて渦動粘性係數値を計算した. 其の一部を次表に摘出する.⁽¹⁾

第 2 表

	(春)		(夏)	
	朝	晝	朝	晝
η_0	2.767×10^4	1.422×10^4	1.629×10^4	2.018×10^4
ρ	-0.230×10^{-5}	-0.096×10^{-5}	$+1.411 \times 10^{-5}$	$+2.473 \times 10^{-5}$
σ_c	-0.927×10^{-4}	-1.209×10^{-4}	$+1.502 \times 10^{-4}$	$+1.009 \times 10^{-4}$

(1) 表の内容に就いては本文末尾の附表を参照.

茲に σ_c と記したのは

$$2a^2=1$$

の渦動運動の安定度を決定する臨界條件に従ふもので、筆者の上記の σ の値は何れも之を満足してゐる事が解る。

§3. 渦動運動に於ける横抵抗に就て

筆者⁽¹⁾は曾つて渦度傳播の特殊な場に於て、藤原博士等の唱導に成る横粘性係數に依つて特性づけられる横抵抗と本質的に同じものを生じ得べき事に就て述べた。

一體亂流運動を仔細に觀察すれば、最初 Taylor, Schmidt, Richardson, Prandtl 等に依つて提出せられた亂流論は流體微粒子を力學に於ける質點に倣へて取扱つたもので、即言葉を換へて云へば流體的の性質を全然無視した理論であつた。

然し、所謂渦動 (eddy) なる語で代表される流體塊は吾々の注目せる運動論の範圍に於て決して無限小質量ではない。

然らば即その流體塊自身、從來注目されて來た統計運動を行ふ外、廻轉、徑 (radial), 軸 (axial) 運動を伴ふべきは必然の結果であらう。之實に藤原博士が數々の實驗及び大氣現象の觀測より歸納して唱導せる流體力學的渦動論に外ならない。

此の意味に於て Taylor の唱導に成る渦度傳播論は一步此の種の思想への近迫であり、然かも横抵抗を生じ得べきは恐らく必然の結果であらう。

然かも此の種の見地から注目に値するのは Schmidt⁽²⁾ の最近の觀測である。それに依れば渦運動の認められぬといふ結果に達してゐるが、之は決して上述の藤原, Taylor の説を否定すべき要素ではあり得ないのである。その理由として

(1) 渦度傳播論は境界面附近では一般に成立し得ない。之は Prandtl, 及び Taylor の最近の報告からも明らかであり、特に後者に依る境界壁を少しく離るれば亂流の場は全く渦度傳播の機構に依つて説明されるといふ結果は注目に値する。即 Schmidt の地面附近の觀測は藤原, Taylor の説を支持するとも否定するものでない。

(2) 渦は測器の感度に依つて變化すべきである。故に Schmidt の實驗の如き比較的小さい渦を測る方法に依る結果では吾々の論ぜんとする範圍に於ては毫も問題にならない。

等が考へられる。

抵、筆者が横抵抗を導いた導程には次の假定が入つてゐる。

(1) 渦度は垂直渦に依るもののみである。

(1) 櫻庭信一：前掲。

(2) W. Schmidt: Turbulence near the Ground, the Journal of the Royal Aeronautical Society, 39 (1935), 355-376.

(2) 渦は混合の途中固體渦の如く變形する事無く傳播する (Taylor に依れば Modified Vorticity Transport Theory)

(3) 運動は水平面内の二次元運動に制限されてゐる。

以上の假定の満足する場として考へられるのは低氣壓の場である。

實際上低氣壓系内に於ける垂直渦の卓越は藤原の法則に依り一般に認容されてゐる事柄で、所謂向對稱の原理を許容する時は此の渦は可成り束縛された運動をする事になる。

§4. 大氣成層の安定度について

最近日本に於ても氣塊 (air mass) 論的氣候學觀察法が再認識される様になつて來たが、此の場合溫度遞減率がその氣塊の安定度を示す一つの重要因子を形成する事は疑を容れない。從來の考に依れば、空氣の斷熱遞減率 (adiabatic lapse-rate) が大氣成層の安定度を示す臨界減率とされて居り乾燥斷熱 (dry adiabatic—) の場合には百米に就き約 1°C とされてゐる。

然るに上層觀測結果を解析して見ると大氣下層 (大概 1 千米以内である) に於ては必ずしもその様な法則に従つて居らず寧ろ超斷熱遞減率 (superadiabatic lapse-rate) の場合が可成り多いといふ様な珍現象を發見する。⁽¹⁾

第3表は Lindenberg の高層氣象臺報告中の 1932~1933 年の觀測の抜萃である。

第 3 表

Ergebnisse der Arbeiten des Aeronautischen Observatoriums bei Lindenberg. (1934)
1932 13*, 31*, 32*, 50*, 63*, 66*

月	A	B
一 月	4 (SSE, 14, ∞'), 5 (W, 19, st), 6 (W, 8, st), 7 (W, 14, ci)	1, 2, 3,
二 月	10 (SW, 14, ci, cist, acu, ast)	8, 9, 11, 12
三 月	16 (ENE, 14, ci, stcu, st)	14, 15
四 月	19 (N, 14, ci, stcu, cu, nb), 22 (ESE, 14, ci, freu)	17, 18, 20, 21
五 月	27 (WSW, 7, $\equiv'$), 28 (S, 14, ci, acu, cu)	23, 24, 25, 26
六 月	30 (W, 7, cu, freu), 33 (N, 7, stcu, frst)	29, 34
七 月	37 (NW, 14, cu), 39 (S, 7, ci, cist), 40 (WSW, 14, ci, cu)	35, 36, 38
八 月	49 (W, 14, stcu, cu, freu)	41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48
九 月	53 (S, 14, cu)	51, 52, 54, 55, 56
十 月		57, 58, 59, 60, 61, 62
十 一 月		64, 65, 67, 68
十 二 月	72 (SSW, 14, st), 75 (S, 14, st)	69, 70, 71, 73, 74

(1) 此等に関する解釋としては A. Schmidt に依るものなども或場合には有力であらう。

A. Schmidt: Labile Gleichgewichtszustände in der Atmosphäre, Gerl. Beitr. z. Geophys. 5(1903).
外に F.M. Exner: Zur Frage der überadiabatischen Temperaturgradienten, Met. Zeit. 36 (1919).

1933 年 6*, 20*, 31*, 45*, 49*, 67*

月	A	B
一 月	1 (W, 19, st)	2, 3, 4, 5,
二 月	7 (SW, 19, st), 10 (NNE, 19, nbst), 11 (W, 8, nbst), 12 (S, 14, st)	8, 9,
三 月	18 (NNE, 14, ci, cu)	13, 14, 15, 16, 17
四 月	21 (WNW, 14, cu)	19, 22, 23, 24
五 月	26 (SSW, 7, stcu, frcu), 27 (SSW, 14, ci, cist, acu, cu), 28 (W, 5, nbst, frst), 30 (W, 7, stcu)	25, 29
六 月	33 (NNE, 7, ci), 34 (ENE, 14, ci, cist, ast, stcu), 36 (E, 7, ci, cist, ast, cu), 37 (SE, 14, ci, cist, cu, eumb)	32, 35, 38, 39
七 月	40 (W, 7, acu), 41 (W, 14, ci, cist, stcu), 43 (S, 7, stcu)	42, 44
八 月	46 (SW, 7, acu), 47 (NW, 14, ci, cu), 48 (W, 20, stcu), 50 (W, 14, ci, acu, cu)	
九 月	53 (WSW, 14, acu, stcu, frst), 54 (E, 19) 56 (E, 15)	51, 52, 55,
十 月	62 (NE, 14, nb)	57, 58, 59, 60, 61
十 一 月	68 (S, 14, st), 69 (ENE, 13, stcu)	63, 64, 65, 66
十 二 月	71 (NE, 8, ast)	70, 72, 73, 74

茲に A は超斷熱、及び斷熱減率の場合、B は然らざる場合である。ゴシックで書入れた數字は報告に記載してある觀測番號で、* 印をつけたのは測器の紛失に依り觀測不能の場合である。

超斷熱減率の場合には氣塊論的にも何か統計的關係が存在せざるかを慮つて、風向（地面値）及び觀測時、雲形を書き添へた。雲形としては下層雲形のみでよいのであるが、参考の爲に上層、中層雲形までも書き加へた。

此の表を見て次の諸事實が注目される。

- (1) 超斷熱減率を伴ふ成層状態と云へば、直に大氣下層が日射の爲に過度に熱せられる夏季の候を想像するが、此の表に依れば必ずしもそうでない。（觀測數が尠いから決定的の斷案では勿論無い）此の一例は此の一見不安定成層を想像せしむる熱配布が局部的のものでなく、何か大氣の一般運動機構に屬するものである事を想像せしむるに充分である。
- (2) 同様な事は時刻に就ても云へる。即必ずしも午後が午前のそれに比して超斷熱減率を伴ふ事實のより多きを見出す事は出来ない。
- (3) 超斷熱減率の場合には、從來の考察に従へば成層は不安定である筈で、従つて下層雲は積雲等の如き貫走氣流に附隨するものでなければならぬ筈であるが、表はかかる簡単な考の適用出來ぬ事を示す。
- (4) 超斷熱減率の場合には風向が西の分力を持つものの多い事は事實である。之は氣塊が polar

maritime の性質を持つ場合を示すだらう事を思へば解決は付く。⁽¹⁾ 但し下層雲形との間に一定の規範の見出し難い事、前記の通りである。

(5) 普通斷熱不安定成層と見做されてゐる超斷熱減率の場合が平均的に見て斷熱遞減率以下の場合と殆んど同数に起つてゐる事を知る。

(6) 超斷熱減率は殆んど大氣下層千米以内に限られてゐる。(原表参照)

斯くして此の一見普通の常識に相反するが如き觀測事實を説明するには、吾々は大氣成層の運動論的熱安定度問題に就いての正しき知識が必要となる。

即粘性流體(亂流運動に因る所謂假摩擦で特性づけられる粘性)として見た大氣成層の安定度は、完全流體の夫れに比して問題が大氣下層に關する限りその理論は可成り修飾されなければならない。

之等の理論に對する力作としては Lord Rayleigh, A. R. Low, H. Jeffreys, 小平等に依るものが著名であり、最近では A. L. Hales が⁽²⁾實際大氣に應用し得る運動方程式から出發して興味ある結果を發表してゐる。

理解に便ならしむる爲に Hales の論文より次表を紹介する。

茲に c.l.r は臨界溫度遞減率 (critical lapse-rate) で、つまり之以上を超えると成層は不安定になるといふ限界減率である。no slip, free slip は境界に於て滑りが全然行はれない場合及び完全に滑る場合で、之等機構の相異に依つて幾分の相異は認められる。

もとより複雑なる大氣の現象に斯くの如き簡單なる考を適用する事の當否に就いては相當議

論のあり得る事と思ふが、若し此の考が正鴻を得たものとすれば、大氣が亂流狀態が旺盛な爲に粘性液體として取扱ふ事が出来る場合には大氣下層に關する限り超斷熱減率を以てしても其成層狀態は安定であるといふ事が出来る。

§5. 結 語

本文は大氣擾動の安定度と題してあるが、内容は二部に分れ、第一部に於ては地上風の最多風向と傾度風との或角度を成す場合に起り得べき渦度傳播論に立脚せる渦動運動の安定度に就て述べ、

(1) 季節に依り簡単に云へない。G. Schinze: Troposphärische Luftmasse und vertikaler Tempertur-gradient, Beitr. z. Phys. d. f. Atm., 19 (1932) 参照。

(2) A. L. Hales: The Thermal Stability of the Lower Atmosphere, Proc. Roy. Soc. London 151 (1935)

第 4 表
渦動粘性係數 10^5 糎²秒⁻¹
critical lapse-rates for various depths of fluid

no slip		free slip
高 (米)	c. l. r. (°C/糎)	c. l. r. (°C/糎)
20	3.15×10^{-1}	1.22×10^{-1}
40	1.98×10^{-2}	7.70×10^{-3}
60	3.99×10^{-3}	1.60×10^{-3}
80	1.33×10^{-3}	5.74×10^{-4}
100	6.03×10^{-4}	2.94×10^{-4}
200	1.30×10^{-4}	1.11×10^{-4}

附記として横抵抗を伴ふ渦運動の安定度に就いて述べた。

第二部に於ては大氣成層遞減率は大氣下層に關する限り簡單に安定度を律する目安となり得ない場合の存在し得る事を指摘した。

(昭和十年十月下旬)

附 表

本誌第二輯第十三卷第二號に“大氣の擾動に就いて(第三報)”と題して發表した内容の中, Dobson の觀測よりの數計算を次の如く訂正する。

第 1 表

	(春)		(夏)	
	朝	晝	朝	晝
$1+\sigma H$			1.649	3.176
$1-\sigma H$	0.8722	0.8829		
σH	0.1278	0.1171	0.649	2.176
σ	-0.230×10^{-5}	-0.096×10^{-5}	$+1.411 \times 10^{-5}$	$+2.473 \times 10^{-5}$
$\frac{\eta}{\rho \sin \varphi}$	3.378×10^4	1.736×10^4	1.256×10^4	2.463×10^4
$\frac{\eta_0}{\rho} (\varphi=55^\circ)$	2.767×10^4	1.422×10^4	1.029×10^4	2.018×10^4
$\frac{\eta_m}{\rho}$	2.429×10^4	1.262×10^4	2.684×10^4	9.594×10^4

第 2 表

	light winds	moderate winds	strong wind
σH	0.4787	3.090	0.094
σ	-0.785×10^{-5}	$+3.863 \times 10^{-5}$	0.094×10^{-5}
$\frac{\eta_0}{\rho \sin \varphi}$	7.092×10^4	1.379×10^4	9.259×10^4
$\frac{\eta_0}{\rho} (\varphi=55^\circ)$	5.808×10^4	1.129×10^4	7.583×10^4
$\frac{\eta_m}{\rho}$	3.475×10^4	8.211×10^4	8.308×10^4

第 3 表

	(春)		(夏)	
	朝	晝	朝	晝
σH	0.147	0.133	0.3935	0.6851
σ	$+0.265 \times 10^{-5}$	$+0.109 \times 10^{-5}$	-0.855×10^{-5}	-0.779×10^{-5}
$\frac{\eta_0}{\rho \sin \varphi}$	2.545×10^4	13.459×10^4	3.413×10^4	24.814×10^4
$\frac{\eta_0}{\rho} (\varphi=55^\circ)$	2.084×10^4	11.023×10^4	2.795×10^4	20.323×10^4
$\frac{\eta_m}{\rho}$	2.409×10^4	12.548×10^4	1.839×10^4	9.579×10^4

第 4 表

	light winds	moderate winds	strong winds
σH	0.918	0.7555	0.0853
σ	$+1.505 \times 10^{-5}$	-0.945×10^{-5}	-0.085×10^{-5}
$\frac{\eta_0}{\rho \sin \varphi}$	1.934×10^4	23.095×10^4	11.148×10^4
$\frac{\eta_0}{\rho} (\varphi=55^\circ)$	1.584×10^4	18.915×10^4	9.130×10^4
$\frac{\eta_m}{\rho}$	3.483×10^4	8.222×10^4	8.406×10^4