氣 象 集 誌

第 二 輯 第 十 五 卷 第 十 一 號

論 文

本邦に於ける垂直線偏倚に関する研究*

川 畑 幸 夫

目 次

§ 1. 序 言	§ 7. 剩 餘
§ 2. 測地座標	§ 8. 剩餘に對する考察一般
§ 3. 本邦の三角測量	§ 9. 關東地方の垂直線偏倚と重力異常
§ 4. ξ, η, da 及び de^2 以外に起因する測地座標の 系統差	§ 10. ゼオイド
§ 5. 観測方程式	§ 11. 地形の補正
§ 6. 法方程式の解答	§ 12. 結 論

§ 1. 序 言

本論文の目的とするところは本邦に於ける垂直線偏倚に適當なる整約 (Reduction) を加へ測地學上の原因に基く系統差を除き、之を地球物理學的研究に便利な形に表現して學者の參考に供せんとするにある。

本邦に於ける垂直線偏倚の観測は既に夥しい數に上つてゐるが其の綜合的研究は至つて少い。僅かに熱海氏⁽¹⁾によりて行はれた研究及び筆者⁽²⁾の試みた調査があるのみである。筆者のなせる調査の如きは僅かに六十數點の測定結果を用いたものであり、從つて其の結果は甚だ不充分なものであつた。爾後更に調査を續行し漸く 130 點の整理を完了したので其の結果をこゝに取纏めて報告する。然し乍ら此の方面に於ける研究が殆んど皆無に近い現在では未だ基礎的な事柄が可成り不分明であり、そのために本研究は全く基礎的な計算にすぎない仕儀となつた。從つて之から直接興味ある結果を今直ちに得ることは出来ない。それは凡べて將來の研究に俟たなければならないことを豫め御斷りしておく。

垂直線偏倚の子午線成分 ξ 平行圈成分 η はよく知られてゐる様に次式であらはされる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \varphi_g - \varphi_a \\ \eta &= (\lambda_g - \lambda_a) \cos \varphi_g \\ \eta &= (A_g - A_a) \cot \varphi_g \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

* Y. Kawabata: A Study on the Deviation of the Plumb Line in Japan. 中央氣象臺彙報.

こゝに φ, λ 及 A は夫々緯度、經度並に方位角であり suffix の g 及び a は夫々測地學的 (geodetic) 並に天文學的 (astronomical) の意味である。經度は東方へ測り、又方位は時計の針の方向に測るものとする。斷るまでも無く (1) 式は垂直線偏倚を球面三面形で解いた結果である。嚴密には spheroid 上に考へなければならぬ性質のものであるが spheroidal triangle として解き之を級數に展開せる場合の第一項が (1) 式であり第二項は之に較べて極めて小さく何等顧慮するを要しない。こゝに一言お斷りしておくことは (1) 式の ξ, η は測地學的座標より天文學的座標を減じた符號であらしてあつて大概の地球物理の教科書とは逆になつてゐることである。(1) 式の様に符號をとる方が測地學的に便利であるといふ以外に何等の意味はない。

實測せられたる垂直線偏倚の値を第 1 表に示す。觀測點の緯度の高い方から順番に配列してある。

第 1 表 垂 直 線 偏 倚

番號	觀 測 點	φ	λ	ξ	η sec φ	η tan φ	番號	觀 測 點	φ	λ	ξ	η sec φ	η tan φ
1	占 守 島	50° 44'	156° 11'	— 0'00"	— 0'20"	—	38	鶴 子 平	40° 43'	140° 09'	— 17'50"	—	— 3'20"
2	半 田 澤	50 00	142 46	— 9'39"	—	—	39	秋 田	39 44	140 07	— 8'60"	+ 19'40"	—
3	東 輪	50 00	143 08	— 2'29"	+ 21'49"	+ 9'67"	40	赤 山	39 40	140 04	— 12'30"	+ 30'90"	—
4	松 輪	48 05	153 16	— 0'00"	— 0'00"	—	41	小國市山	39 15	140 00	— 12'50"	+ 29'80"	—
5	宗 谷 岬	45 31	141 56	— 13'20"	+ 7'20"	—	42	飛 鳥	39 11	139 32	— 10'56"	+ 23'39"	—
6	紗 來 那	45 13	147 52	— 17'22"	+ 25'84"	—	43	三 崎	39 07	139 53	— 14'41"	+ 43'45"	—
7	車 師	45 11	142 20	— 14'23"	+ 15'00"	—	44	飯 盛	38 54	139 49	— 15'47"	+ 29'00"	—
8	澤 木	44 31	143 03	— 16'13"	— 16'89"	—	45	鹽ノ原	38 50	140 22	— 10'30"	—	+ 12'50"
9	知 床	44 14	145 17	— 6'50"	+ 4'00"	—	46	高 館	38 46	139 45	— 14'10"	+ 25'70"	—
10	文 山	44 09	143 29	— 2'60"	+ 11'30"	—	47	栗 山	38 27	139 14	— 14'30"	+ 22'00"	—
11	網 走	44 01	144 16	— 1'00"	+ 9'47"	—	48	松 ケ 崎	37 57	139 08	— 16'40"	+ 25'56"	—
12	仁 走	43 57	144 15	— 12'30"	+ 10'28"	—	49	新 湯	37 57	139 03	— 16'90"	+ 27'30"	—
13	蒼 岩	43 56	144 27	— 1'20"	+ 6'90"	—	50	松 川 崎	37 49	140 59	— 8'10"	— 15'50"	—
14	奥 藥	43 54	144 46	— 22'30"	+ 28'70"	—	51	根 柄	37 36	140 28	— 12'66"	+ 15'38"	—
15	海 別 岳	43 53	144 53	— 2'80"	+ 3'10"	—	52	鳥 屋	37 35	139 34	— 12'75"	—	—
16	日 進	43 52	144 15	— 10'90"	—	—	53	京 城	37 34	126 59	— 10'78"	+ 13'26"	—
17	小 清	43 51	144 28	— 16'80"	—	—	54	綠 剛	37 32	137 19	— 15'90"	+ 34'80"	—
18	津 別	43 43	144 2	— 12'45"	— 25'02"	—	55	名 倉	37 31	140 02	— 14'41"	+ 21'86"	—
19	根 室	43 20	145 35	+ 4'81"	+ 2'15"	—	56	輪 島	37 24	136 53	— 16'03"	+ 24'34"	—
20	札 幌	43 5	141 31	— 13'50"	—	— 3'50"	57	大 瀧	37 21	140 43	— 5'90"	— 17'10"	—
21	釧 路	42 58	144 22	+ 12'70"	+ 13'60"	—	58	沖 波	37 13	137 02	— 17'50"	+ 34'50"	—
22	常 室	42 51	143 42	+ 11'90"	+ 16'10"	—	59	坂 戸	37 04	138 54	— 24'56"	+ 29'53"	+ 22'80"
23	樽 前	42 41	141 23	— 9'40"	+ 21'50"	—	60	七 尾	37 03	136 53	— 18'48"	+ 16'34"	—
24	狩 場	42 37	139 57	— 18'70"	+ 11'30"	—	61	下 神	36 56	140 56	+ 1'40"	— 15'60"	—
25	藻 岩	42 26	143 19	+ 10'70"	+ 15'70"	—	62	平 白	36 51	140 47	— 5'80"	—	—
26	ルツコ岳	42 24	140 14	— 9'20"	+ 24'60"	—	63	須 坂	36 41	138 18	— 19'20"	—	+ 14'20"
27	浦 河	42 09	142 47	+ 21'20"	+ 20'50"	—	64	高 鈴	36 37	140 35	+ 0'69"	—	—
28	砂 原	42 05	140 41	— 11'50"	+ 27'90"	—	65	字 都	36 34	139 53	— 8'30"	+ 1'90"	—
29	豐 似	42 04	143 14	+ 10'10"	+ 15'70"	—	66	赤 城	36 32	139 11	— 1'20"	—	—
30	襟 裳	41 55	143 15	+ 9'40"	+ 15'00"	—	67	晃 石	36 21	139 41	— 1'08"	—	—
31	函 館	41 46	140 43	— 9'79"	+ 18'55"	—	68	借 宿	36 21	138 34	— 7'28"	+ 11'20"	—
32	三 角	41 43	140 04	— 16'50"	+ 26'30"	—	69	筑 波	36 13	140 06	+ 0'30"	+ 12'20"	—
33	七 岳	41 38	140 13	— 16'60"	+ 25'30"	—	70	霧 ケ 峰	36 03	138 03	— 18'39"	+ 16'20"	—
34	小 島	41 22	139 48	— 14'30"	+ 26'90"	—	71	堂 平	36 00	139 12	— 11'82"	—	—
35	桂 川	41 07	140 24	— 16'60"	+ 22'40"	—	72	平 井	35 58	140 40	— 4'40"	— 9'40"	—
36	青 森	40 50	140 46	— 20'28"	+ 23'09"	—	73	銚 子	35 44	140 51	+ 5'10"	—	—
37	砥 取	40 49	140 49	— 18'70"	+ 22'50"	—	74	法 典	35 43	139 53	+ 7'22"	+ 2'81"	—

75	阿 高	35 42	137 56	-11.59	+10.90	—	102	横 須 賀	35 17	133 40	-14.00	—	—
76	高 神 村	35 42	140 51	+ 5.07	—	—	103	鹿 野 山	35 15	139 58	-18.99	—	—
77	鹽 崎 村	35 40	138 30	- 4.01	+ 3.80	—	104	野 々 塚	35 11	140 14	- 6.80	- 9.20	—
78	三 剛 山	35 40	139 33	- 0.28	- 7.40	—	105	佐 野	35 09	138 55	- 3.50	+13.07	- 3.61
79	金 剛	35 40	135 08	-18.50	+19.60	—	106	城 ケ 島	35 08	139 37	-12.00	—	—
80	敦 賀	35 39	136 04	- 7.00	+13.80	—	107	三 島	35 07	138 56	- 2.30	—	—
81	蓮 光 寺	35 38	139 28	- 2.25	-14.66	—	108	大 花 場	35 06	138 57	- 6.34	+10.59	- 5.70
82	千 葉 山	35 36	140 05	+ 4.70	—	—	109	房 大 山	35 00	135 48	-11.00	+14.60	—
83	田 君 谷	35 35	134 27	-19.50	+18.80	—	110	大 山	34 58	139 47	-19.64	—	—
84	養 安 寺	35 33	140 20	+ 4.90	-23.60	—	111	大 山	34 58	139 47	-19.25	-11.09	—
85	羽 田	35 33	139 45	- 4.90	—	—	112	大 山	34 57	139 49	-18.10	- 3.60	—
86	境 尾	35 33	133 15	- 9.39	+10.19	—	113	龍 岡	34 56	139 50	-18.00	- 3.60	—
87	長 尾	35 32	134 00	-20.10	+18.40	—	114	布 良 田	34 55	139 50	-18.06	- 3.30	—
88	片 貝 溝	35 32	140 28	+ 8.50	-19.80	—	115	濱 田	34 54	132 54	-16.81	+ 8.31	—
89	下 尾	35 32	139 25	- 7.37	-14.92	—	116	六 甲 山	34 47	135 16	-11.36	+ 8.09	+ 4.40
90	彦 山	35 30	139 20	- 6.02	-20.91	-11.54	117	坂 部	34 46	138 12	- 4.66	+ 7.03	+ 2.21
91	舞 鶴	35 29	135 23	-18.57	+10.61	—	118	大 阪	34 41	135 31	-17.63	+14.71	—
92	丹 澤	35 28	139 10	- 4.74	-17.65	- 8.87	119	神 子 元 島	34 34	138 57	- 8.00	+15.67	—
93	六 地	35 27	140 13	- 7.47	—	—	120	笠 岡	34 30	133 30	- 9.20	+19.99	—
94	藏 波	35 27	140 00	- 8.99	- 2.85	—	121	江 田 島	34 15	132 28	- 5.80	+12.26	—
95	横 濱	35 27	139 38	- 9.50	—	—	122	西 林	34 5	134 12	-22.00	—	- 1.30
96	天 神 野	35 25	133 48	-21.60	—	+ 2.00	123	下 ノ 關	33 57	130 56	-13.71	+10.52	—
97	毛 無 山	35 25	138 32	- 2.86	+11.95	+ 5.61	124	佐 伯	32 54	131 58	- 7.01	- 4.91	—
98	養 庭 野	35 23	136 00	-24.30	—	- 0.70	125	長 崎	32 44	129 52	- 5.80	+10.70	—
99	神 田 村	35 22	136 17	- 6.79	+14.69	—	126	宮 崎	31 55	131 26	- 8.92	-15.40	—
100	神 間 山	35 19	139 19	- 1.74	—	—	127	鹿 兒 島	31 36	130 34	- 0.20	- 3.90	—
101	二 子 山	35 17	139 37	-15.31	+ 1.09	—	128	笠 ノ 原	31 23	130 52	-11.70	—	+ 4.10
							129	床 ノ 尾	35 25	134 55	-19.52	+13.12	+ 5.56

(繁雜を避けるため一々測定者に對し敬意を省略する)

此の表より直ちに氣附くことは天文學的緯度は殆んど例外無く測地學的緯度よりも大きいことである。經度の方は稍々複雑であるが大體平均値をとつて考へて見ると緯度の場合と反對に天文學的經度の方が測地學的經度よりも小さいことがわかる。

之は何を意味するか。天體觀測に依る經緯度の觀測は困難なものであるから其の觀測誤差ではあるまいかといふ疑ひも一應は起るかも知れないが、若し觀測誤差に基くものであるとするならば大きいものも小さいものも同じ割合に存在しなければならない筈であつて、大抵何れかゞ大きいといふやうなことは起り得ない筈である。天體觀測に依る經緯度の決定が如何に困難であらうとも其の誤差が數秒にも達することは先づ無いと見て宜しいことは確かであり、恐らく表中の大多數の觀測に對しては 1" 以下であらうと考へられる。然るに第 1 表に見らるゝ如く垂直線偏倚の値は數秒は愚か 10", 20" 或は 30" をも超えるものがある。然らば恐らく其の原因は測地學的座標の上に存在しなければならない。

表を尙ほ更に詳しく調べるとき、吾々は ξ, η の分布に著しい地方性 (Locality) のあることに氣が附く。即ち或る地方では之等の量が特別に大きかつたり小さかつたりする。又其の方向に就いて言つても當該地方だけ纏つた系統差を示すのである。之は明かに地形や又其の近傍の地殻構造の特殊性に基くものであると見做し得る。之等の事情から推察すれば、常識的にも勿論自明のことではあるが、垂直線偏倚は二つの立場から處理されなければならないものと考へられる。即ち先づ第一に

測地學的座標に對する系統誤差の原因を探究して之が補正を加へ、然る後第二に出来るだけ假定に立脚することなくして地形の補正を加へる。さうして尙ほ殘餘するものがあるならばそれは明かに地殼の構造に歸せらるべきものであつて重要な一つの研究資料となり得る。これと逆の手續きをとつて最初に地形に基く補正を行ひ然る後に測地學的座標の系統差を調べて之を補正する方が或は正しいかも知れない。然しその手順は並々ならぬ勞力を要し筆者の到底力及ばぬところであつた。

そこで先づ本論文の前半に於て出来る限り嚴密に測地學的系統差を論議して之が補正を加へる。然る後この補正せられたる殘餘について多少の地球物理學的考察を試み度いと思ふ。

§ 2. 測 地 座 標

三角測量に於て吾々が最初に假定する準據橢圓體 (Reference ellipsoid) の位置が全測地域に互れるゼオイドに對し多少偏つたものであると、それから求めた測地座標には系統差があらはれて來る。又準據橢圓體の大きさ或は其の形が不正確である場合でも同様である。日本の様な特殊な島國ではゼオイドは世界に共通な地球橢圓體とは多少相違すると見做す方が事實に近いであらう。之等は測地座標に系統差を生ぜしめる主な原因である。數量的に前者を表はすためには測地域内任意の一點に於ける絶對的垂直線偏倚を知ればよろしい。日本の三角測量は麻布天文臺を出發點とするから此の場所に於ける絶對的垂直線偏倚を假りに ξ_0, η_0 としてあらはすことにする。 ξ_0, η_0 は勿論天體觀測の際の觀測誤差をも同時に含めて考へるのが正しい。後者を數量的にあらはすには色々のとり方が可能であるが赤道半徑 a の相違 da と子午線の eccentricity $e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$ の相違 de^2 をとればよろしい。

測地座標に系統差を生ぜしめ得る原因はこの他にも澤山ある。それらは一般に實際に行はれた三角測量の型に特有なものである。然らばそれらの原因は吾々の場合どの様な影響を及ぼしてゐるか ξ_0, η_0, da 及び de^2 の他に更に想定しなければならぬ因子は存在せざるや。それらを調査するためには先づ本邦の三角測量の型を知ることが必要である。型の種類によつては ξ_0, η_0 をすら單純に採用し得ない場合もあり得るからである。

三角測量の一般概念については大抵の地球物理學の教科書²⁾にかいてあるから参照せられたい。次節に於てはたゞ事實のみを記述して本論文全般に對する批判の資料とする。

§ 3. 本邦の三角測量

日本の三角測量は麻布飯倉天文臺を出發點として擴張せられたものである。對島海峽及び朝鮮海峽を越えて本州の三角網と朝鮮の三角網とは連絡されて居り、又津輕海峽及び宗谷海峽を越えて本州と北海道、北海道と樺太は何れも連絡せられて居る。即ち本州、朝鮮、北海道並に樺太は同一組織の三角網内にある。例外はたゞ臺灣のみであつて、臺灣は略々其の中央にある埔里社に於ける天體觀測を基準として計算されてゐる。従つて臺灣に於ける垂直線偏倚は本州其の他のものとは性質

一等三角に於て用ひらるゝ Carl Bamberg 経緯儀は水平輪廓 27 cm, 2 本の測微尺で平均をとつて 1" まで直接測れる。實際は目分量で 0.1 まで読みとれる。水平角は二十四對同の角觀測 Angle Method により「コリメーション」を除くため半數の觀測に對し望遠鏡を反轉し、且つ水平分割の分割誤差及び離心誤差を除くために最小二乗法の見地から一定の法則に基き毎測定毎に分度圈の位置を變へる。運搬に際して步軌(run)の狂ふおそれあるを以て觀測期間中屢々調節する。

- 5 -

故に垂直軸の調節が多少不完全であつても結果に大なる影響なしとして補正は加へられない。然し視準點と觀測點の比高の大きさに比例してこの補正量も大きく、且つ又觀測點の垂直線偏倚も之に影響を及ぼす筈である。

斯くて數點毎に一個の網を形成し逐次に計算を進める。三角網の全數は 24 個であり網毎に通常一個の照査基線を有する。

基線は昔は 5m Guillaume 尺、4m Hilgard 尺或は氷漬測桿を用ひて直接測られたが近來は之等は單に三鷹村東京天文臺構内測地學委員會比較基線の測定にのみ使用せられ野外の基線に對しては専ら比較基線に測量の前後に比較した既知長の 25m Jäderin 線狀尺を用ひられてゐる。測得した距離に凡ての補正を加へ平均海水面に投影したものを計算に用ひる。

計算は當然最小二乗法に依らなければならない。觀測した量には必ず誤差が附帶してゐるから之から最も信頼し得る値を求めるわけである。

或る地域或は地帯のみを急速に測圖せんとするときは之に有效な測量計畫がなされる。それらの條件に應じて單鎖、複鎖或はそれらの環、網等色々な形式に分れる。從つて調節も之に應ずる様に爲されなければならないのであつて、其の仕方によつて垂直線偏倚の意味は、表現は同じく (I) 式であらはされてゐても、内容は著しく異つたものになる。印度の三角測量から求められた垂直線偏倚は吾々の場合と可成り趣きを異にする。又例へば亞米利加の場合では準據橢圓體が或る距離毎にゼオイドと重なる様な調節が試みられてゐる。一面簡單でもあるが他面複雑なところもある。吾々の三角網は嚴密に言へば單鎖でも複鎖でも又網でもない。それは次の様な二つの條件に基いて調節せられたものである。

(i) 測站平均: Station Adjustment.

ある場所で數個の角を測定した場合には當然其の點だけで一種の幾何學的條件が成立する。例へば最も簡單な例として、或る一點に於て三つの方向間の角を測定した場合には、第三角は第一角と第二角の和に等しくなければならない。或は又多角形の内部の一點では其の點の周りの角の和が 360° に等しくなければならない。之等の條件を満足する様に其の點だけで角の調節を豫め行ふことを測站平均と名づける。

(ii) 一般の調節: General Adjustment.

上の様にして求められた角も更に三角形の網が單一に定まらなければならぬといふ條件に基いて一般調節が行はれなければならぬ。一般調節は二つの條件に基く。

(a) 角方程式 Angle Equation.

任意の三角形の内角の和は 180° に其の三角形の球過量を加へたものでなければならない。

(b) 邊方程式 Side Equation.

角方程式が完全に満足されても三角網は尙ほ單一には決定されぬ。或る一邊が如何なる道筋を通つて計算せられても同じ値にならなければならない。

以上の條件は 勿論大地測量の基本條件であつて吾々の場合は之に基き調節の計算が行はれてゐる。然し乍ら此の他に更に尙ほ一つ理論上考へ得べき條件がある。それは取りも直さず第一節の垂直線偏倚の關係式 (1) に於て經度より求めた η と方位より求めた η とが同一でなければならぬといふ條件、所謂ラプラスの條件と稱せられるものである。現今諸外邦の大地測量は概ね以上三個の條件を基礎として平均せられるものが多い。此の點に於て名は同じく垂直線偏倚であつても吾々の場合と諸外國の場合とは夫々意味を異にするのであつて之等の事情に立脚した整約のみが正しい結果を與へ得る。

條件 (i)(ii) に基き事業の進展と共に全國を二十四個の網に分ち平均せられた。新しき三角網を擴展するに當つては既述 24 對同の角觀測を二分し 12 對同は既知の一邊に、残り 12 對同は他の既知の一邊に依る。夫れは既測の三角網に其の後に生じたる地變の影響を出來得る限り最小限度に止め且つ又特に一方向に誤差ある場合或は其の他の事情を考慮せられた結果であり最も妥當なる手段であつたと筆者は考へる。

斯くして準據橢圓體として Bessel の地球橢圓體⁴⁾

$$a = 6377,395.15 \text{ m} \quad b = 6356078.96 \text{ m} \quad a = \frac{a-b}{b} = 1/299,152813 \dots \dots \dots (2)$$

を採用し其の位置は麻布飯倉天文臺に於ける重力の方向を星に依る觀測で定めた値

$$\varphi = 35^{\circ}39'17''.5148 \text{ N} \quad \lambda = 139^{\circ}44'40''.5020 \text{ E} \dots \dots \dots (3)$$

と一致せしめ而して準據橢圓體上に於ける三角網の方位は房總半島にある一等三角點鹿野山の北より測つた天文方位

$$A = 156^{\circ}25'30''.156 \dots \dots \dots (4)$$

を以て標定する。

天測經度は絶對値は定まらぬ。たゞ經度差としてのみ與へられる。然るに原點飯倉天文臺の經度は明治の初め以來一再ならず改變を受けた。其の改變が天文經度に對しても測地經度に對しても同時に補正せられたならば其の差として與へられる垂直線偏倚には何等の關係は無い筈である。然し片方のみ補正せられてゐては甚だ困る。經度と垂直線偏倚の結果のみが報告されてゐて記事の詳細を缺く觀測點に對し此の事情を詳しく取調べるのが本研究を通じて最も困難な問題であつた。不幸にして關東大震災は之等の測定原簿を灰燼に歸し、それがために若干の古い觀測に對しては確かな事情が遂に判明しなかつたのは遺憾である。

(2)(3)(4) 及び測角の結果により各點の經緯度は O. Schreiber⁵⁾ の公式に基き算定せられる。棄却された高次項は 120 km の距離に對し經緯度に於て $0''.0001$ 方位に於て $0''.001$ の誤差を生ずるに

すぎない。

二等及び三等三角に於て用ひられる測器は夫々水平分度圈の直徑 18 cm 讀度 $0''.5$ 及び 13.5 cm 讀度 $1''$ の經緯儀であつて、測定は角觀測に依らずして方向觀測 Direction Method に依れるものである。然れども一角の平分誤差は通常前者に於て $2''$ 後者に於て $4''$ 即ち距離に換算して約 0.1 m を超えることは殆んど無く、従つて結果に對しては何等の影響を有しない。二等三角は一等三角に基き、三等三角は一等並に二等三角に基き座標平均が行はれる。従つて二、三等三角點はたゞ單に一等三角の一般偏歪のみに影響せられるのであつて、計算された測地座標は一等三角と全く同一に取り扱ふべきものと考へる。第 1 表觀測點中低次三角點も多々あるが斯の理由に依つて其の信用度に於ては何等の差を附さないこととする。

こゝに於て關係式 (1) に於ける測地座標 $\varphi_0, \lambda_0, A_0$ の意味は明かになつた。假定のうち最も根本的な事項は勿論準據橢圓體に關するものであることは今や明かであるが、最初より影響なしとして不問に附せられたる二三の因子が果して考へられなくてもいゝかどうかを豫め明かにしておきたいと思ふ。

§ 4. ξ_0, η_0, da 及び de^2 以外に原因する測地座標の系統差

扱て前節に述べた様に斯の様な手段に據つて求められた測地座標は ξ_0, η_0, da 及び de^2 以外の原因に因つても亦幾分系統的な影響を受ける。其の主なるものは基線に於ける定誤差、垂直線偏倚や水平屈折の存在するために起る水平角觀測の系統差及び其の他である。之等は通常測量の當初は分明して居ないのであるから一應は無いものとして取扱はれるのは無理からぬ次第であり、理論的にも餘程小さいものであらうことは想像に難くはない。然し數量的に果して何の程度に小さいか、それが確かにならないと以下の論議に差支へを生ずる。

先づ最初に基線であるが筆者は初め昔の基線測量は其の測定法が進歩しなかつたため現今のものに比し餘程大きな誤差を含むものと考えた。然るに平行圈弧長測量の施行せらるゝに當り筆者は饗庭野基線測量及び天神野基線測量に参加して之が整理に従事したところ事實は全く之に反し昔も今も基線の精度には殆んど變りの無いことを確めた。⁶⁾ 野外に於ける測定が現今進歩せる一面比較基線の測定が現今の設備よりも寧ろ昔時の優つてゐたためであると思はれる。⁷⁾ 總じて昔も今も基線に 3 cm の誤差があると見做せばそれは常に過大にすぎることは確かである。一等三角の一邊に擴張した場合之は約 0.2 m に相當し、其の影響の最も大きくなる三角網の外縁即ち樺太や九州に於ても經緯度に換算して $0''.3$ 以上の差はあり得ないことになる。實際は之より多少小さいものであらうことは推察に難くない。

次に前節より明かである如く吾々は水平角の觀測が準據橢圓體の法線に基いてなされてるといふ假定に立脚してゐる。然し乍ら實際は器械の垂直軸は「レベル」によつて重力の方向と一致せしめ

られるが故に橢圓體の法線とは垂直線偏倚の量だけ傾いて居り、從つて測得せられた水平角は橢圓體上の角ではない。垂直線偏倚が全く偶然的の分布をなすならば大體其の影響は無きものと考へられるが後節第2圖に見らるゝ如く可成り規則正しい分布をなすために三角網は極く僅かではあらうが變歪を受けてゐることになる。其の量がどの位のものかは簡單には豫測し難い。故に凡ゆる條件が都合悪く變歪を増大せしむる場合の可能的最大限度を次の如くして極く簡単に推測して見る。先づ一つの三角形に對し邊方程式を求め各頂角に微小變化を與へたる微分式を求め、頂點に於ける經緯度の變化に換算する。次に垂直線偏倚による水平角の變歪を F. R. Helmert³⁾により例へば頂點に於て

$$\xi_1\{\cot Z_{12}\sin A_{12}-\cot Z_{13}\cos A_{13}\}-\eta_1\{\cot Z_{12}\cos A_{12}-\cot Z_{13}\sin A_{13}\}\cdots\cdots (5)$$

とする。Z は天頂距離で A は方位角、suffices ij は ij 間の意味である。今假りに各點間の比高を平均 1500 m, $\xi=\eta=10''$, $s=30$ km とし上の様な誤差が一方向きに累積すると考へると樺太國境或は九州南端に於て經緯度に対する影響は $1''.1$ 以内であることがわかる。實際は之より多少小さいものであらう。

又橢圓體の場合には P_1 より P_2 を視準した際其の垂直面は P_2 に於ける法線を含めぬといふ事情がある。 P_2 が丁度海面の高さにある場合には差支へないが一般に H なる高さにあるときは其の方向に修正を加へる必要がある。現に亞米利加に於けるが如く一方向きに地勢の高くなるところでは之に基く修正を豫め觀測に加へてゐる。其の修正はよく知られてゐる様に $\rho''=206265''$ とすれば

$$\frac{1}{2}\rho''e\frac{H}{a}\cos^2\varphi\sin 2A^0)\cdots\cdots (6)$$

で與へられる。今三角形について前と同様な假定をすれば

$$dA<0''.19\cos^2\varphi\sin 2A(H\text{ in km})\cdots\cdots (7)$$

となり之から $d\varphi, d\lambda$ は前の場合よりも更に小さいことが分る。

最後に考ふべきは大氣による水平屈折である。之れは必ずしも偶然的のものではなく確かに累積的のものである。何となれば測定は専ら夏季に行はれたる故に水平屈折は夏季の氣壓配置に支配されてゐることは確かである。然し其の影響は簡單には知り難き故今こゝでは假に無きものと看做す。

以上を綜合すると ξ_0, η_0, da 及び de^2 以外に考へ得べき主要なる量の影響は大きく見積つて最遠の地域でも $1''$ を超えないことがわかる。

§5. 觀測方程式

前節の所論から吾々の測地座標にとにかく有效なる影響を及ぼしてゐるものは原點に於ける垂直線偏倚 ξ_0, η_0 , 準據橢圓體の大きさの相違 da , 及び eccentricity の相違 de^2 の四つの量のみであることを確かに知ることが出來た。之等の影響は直ちに垂直線偏倚にあらはれて來るわけであるから最小自乗法を適用することによつて理論的には之等四つの量を決定し其の補正を加へ得る道理であ

る。然し乍ら測地學の歴史が示す如く夫れは誠に困難な問題であり特に後者二量は正確に決定し難い。扁率 a の如きは或は寧ろ重力測定の結果を用ひ Clairaut の定理に據りて計算さるべきものであるかも知れない。然しその様な方法に據る際でも吾々の重力測定の地域は九州より北海道に到る狭い面積に限られてゐるのであるから正確に決定され難きこと垂直線偏倚に據る場合と同様であらう。

此處には垂直線偏倚のみを用ひて問題を解く。Bessel, Clark, Helmert, Hayford 等大家の與へたる地球橢圓體に較べて著しく相違せる結果が若し得らるゝならば、吾々はもはや此の點を等閑に附することは出来ぬ。日本のゼオイドに適合する準據橢圓體の問題が確實に解決されて後でなければ垂直線偏倚に對して無條件には地球物理學的意義を附與し難いからである。

斯く考へて觀測方程式を求むれば明かに i なる點に對し

$$a_i \xi_0 + b_i \eta_0 + c_i \frac{da}{a} + d_i \frac{1}{2} \frac{de^2}{1+e^2} - \xi_i = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$a_i' \xi_0 + b_i' \eta_0 + c_i' \frac{da}{a} + d_i' \frac{1}{2} \frac{de^2}{1-e^2} - \eta_i = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$a_i'' \xi_0 + b_i'' \eta_0 + c_i'' \frac{da}{a} + d_i'' \frac{1}{2} \frac{de^2}{1-e^2} - \eta_i = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。第一式、第二式及び第三式は夫々緯度、經度及び方位の觀測より求まるものである。 a, b, c, d 等は原點より出發する與へられたる測地線に於て原點の經緯度を ξ_0, η_0 だけ變更したとき、又準據橢圓體の赤道半徑並に扁率を da 及び de^2 だけ變更したとき他端點の受ける經緯度の變化を示す係數である。極く單純に考へると之等の係數は大體地球を球と看做して算定しても差支へない様に思はれる。然るに例へば c_i, c_i' は夫々觀測點 i と原點との緯度差或は經度差に比例する量であつて原點より遠隔せる地點では大きな數値をとる。從つて da は専ら原點より遠い地點の觀測値より定まることとなる。 de^2 に就いても事情は全く同じである。一方地球を球とした場合と橢圓體とした場合では c_i, d_i 等の差も原點よりの距離に應じて大きくなるから吾々は簡単に地球を球と看做すことは出来ない。§3 に述べた様に印度・亞米利加其の他の地方に於ける如く角方程式、邊方程式の二條件のほかに更に第三の Laplace の條件まで考慮して調節の計算が行はれてゐる場合にはそれでも差支へないがさうでない吾々の場合には不合理である。故にこゝでは面倒ではあるが在來の橢圓體上の公式に基いて計算を進めることとする。

橢圓體として計算せられたものは澤山あるが今假りに F. R. Helmert 氏著 Höheren Geodäsie 第一卷に散在する係數を拾ひ集め吾々の場合經度が東方に測られて居ることを考慮し且つ三角網の外延に於て經緯度方位に對し $0''.1$ の確度を有せしむる條件の下に省略を行へば次式を得。但し方位は南から時計廻りに測るものとする。

$$\left. \begin{aligned}
 a_i &= \frac{W_i^3}{W_0^3} \left\{ \cos \Delta A + \left[1 - \left(\frac{dm}{ds} \right)_{i0} \right] \sin A_{0i} \sin A_{i0} \right\}, \\
 b_i &= -\frac{m}{a} \frac{W_i^3}{1-e^2} \tan \varphi_0 \sin A_{i0}, \\
 c_i &= -\rho'' \frac{S_{i0}}{a} \frac{W_i^3}{1-e^2} \cos A_{i0}, \\
 d_i &= \rho'' \frac{W_i^3}{1-e^2} \left(\frac{D}{a} \cos A_{i0} + \frac{E}{a} \sin A_{i0} \right), \\
 a'_i &= \frac{(1-e^2)W_i}{W_0^3} \left\{ \sin \Delta A - \left[1 - \left(\frac{dm}{ds} \right)_{i0} \right] \sin A_{0i} \cos A_{i0} \right\}, \\
 b'_i &= \left\{ 1 + \frac{m}{a} W_i \sin \varphi_0 \sec \varphi_i \cos A_{i0} \right\} \sec \varphi_0 \cos \varphi_i, \\
 c'_i &= -\rho'' \frac{S_{i0}}{a} W_i \sin A_{i0}, \\
 d'_i &= \rho'' W_i \left(\frac{D}{a} \sin A_{i0} - \frac{E}{a} \cos A_{i0} \right), \\
 a''_i &= -\frac{a}{m} \frac{1-e^2}{W_0^3} \left\{ \left[1 - \left(\frac{dm}{ds} \right)_{0i} \right] + 1 - \left(\frac{dm}{ds} \right)_{i0} \right\} \cos \Delta A \sin A_{i0} - \frac{\sin^2 \Delta A}{\sin A_{0i}} \\
 &\quad + \left[1 - \left(\frac{dm}{ds} \right)_{0i} \right] \left[1 - \left(\frac{dm}{ds} \right)_{i0} \right] \sin^2 A_{i0} \sin A_{0i} \cot \varphi_i, \\
 b''_i &= \left\{ \left(\frac{dm}{ds} \right)_{0i} + \frac{m}{a} W_i \tan \varphi_i \cos A_{i0} \right\} \tan \varphi_0 \cot \varphi_i, \\
 c''_i &= -\rho'' \frac{S_{i0}}{a} W_i \sin A_{i0}, \\
 d''_i &= \rho'' W_i \left(\frac{D}{a} \sin A_{i0} - \frac{E}{a} \cos A_{i0} + \frac{F}{W_i} \right),
 \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

但し

各觀測點を i , 原點を 0 とし, 原點から觀測點に至るものを oi , 逆のものを io とする. 又 S は測地線長, m は測地線の reduced length

$$m = S \left(1 - \frac{1}{6} \frac{S^2}{\rho_m \rho_n} + \dots \right) \quad \left. \begin{array}{l} \rho_m: \text{子午線の曲率半径} \\ \rho_n: \text{平行圈の曲率半径} \end{array} \right\}$$

$$W_i = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_i}$$

であり D, E, F は原點と觀測點の平均緯度を引數とせる

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{\varphi}_i &= \frac{1}{2} (\varphi_0 + \varphi_i), & \bar{W}_i &= \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \bar{\varphi}_i}
 \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

により

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{S_{i0}}{W_i^2} \left(2 \cos^2 \bar{\varphi}_i \cos^2 \frac{A_{i0} + A_{0i} - 180^\circ}{2} - [1 - e^2] \sin^2 \bar{\varphi}_i + \dots \right), \\ E &= S_{i0} \left\{ \frac{1}{W_0^2} \cos^2 \varphi_0 \cos A_{0i} \sin A_{0i} \left[1 - \frac{1}{6} \frac{S_{i0}^2}{a^2} \right] + \frac{1}{W_i^2} \cos^2 \varphi_i \cos A_{i0} \sin A_{i0} + \dots \right\}, \\ F &= \frac{S_{i0}}{2a^2} E - \frac{S_{i0}^3}{6a^3} \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_i + \dots \end{aligned} \right\}$$

で計算する。

先づ最初に各天測點への測地線の距離、直方位 (Azimuth) 逆方位 (Back azimuth) を求める。Jordan¹⁰⁾ によつて與へられた所謂 Spheroidische Mittelbreiten Formeln により上と同様平均緯度 $\bar{\varphi}_i = \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_i)$ を引數とし

$$\left. \begin{aligned} \log S_{i0} \sin A_i &= \log \frac{(\lambda_i'' - \lambda_0'') \cos \bar{\varphi}_i}{[2]} - [3](\lambda_i'' - \lambda_0'')^2 \sin^2 \bar{\varphi}_i + [4](\varphi_i'' - \varphi_0'')^2 \\ \log S_{i0} \sin A_i &= \log \frac{(\varphi_i'' - \varphi_0'')}{[1]} - [5](\lambda_i'' - \lambda_0'')^2 \cos^2 \bar{\varphi}_i - [6](\varphi_i'' - \varphi_0'')^2 \\ \log \Delta A_i'' &= \log(\lambda_i'' - \lambda_0'') \sin \bar{\varphi}_i + [7](\lambda_i'' - \lambda_0'')^2 \cos^2 \bar{\varphi}_i + [8](\varphi_i'' - \varphi_0'')^2 \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

これより吾々の場合に對しては

$$A_{i0} = A_i + \frac{\Delta A_i}{2} \quad A_{0i} = A_i - \frac{\Delta A_i}{2} - 180^\circ \dots (14)$$

となる。上式に於ける [1], [2], [3] … [8] も又すべて平均緯度 $\bar{\varphi}_i = \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_i)$ を引數として次式で與へられる。

$$\left. \begin{aligned} [1] &= \frac{\rho}{\rho_n} V^2, \quad [2] = \frac{\rho}{\rho_n}, \quad [3] = \frac{\mu}{24\rho^2}, \quad [4] = \frac{\mu}{24\rho^2} \frac{1 + \eta^2 - 9\eta^2 t^2}{V^4} \\ [5] &= \frac{\mu}{24\rho^2} (2 + 3t^2 + 2\eta^2), \quad [6] = \frac{\mu}{8\rho^2} \eta^2 \frac{t^2 - 1 - \eta^2 - 4\eta^2 t^2}{V^4}, \\ [7] &= \frac{\mu}{12\rho^2} V^2, \quad [8] = \frac{\mu}{24\rho^2} \frac{3 + 8\eta^2 + 5\eta^4}{V^4} \\ \text{但し } V &= \sqrt{1 + \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \bar{\varphi}_i}, \quad \rho = \frac{1}{\sin 1''}, \quad \eta^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi, \\ t &= \tan \bar{\varphi}_i \quad \mu: \text{自然對數の modulus} \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

斯くて吾々は觀測方程式を求めることが出來た。

たゞこゝに残されたるものは重さ Weight の問題のみである。夫れは誠に困難な問題であり A. R. Clark¹¹⁾ も慎重な研究を重ねたけれども遂に信頼するに足る方法を見出すことが出來なかつた。

測地座標はともかくも多かれ少かれ原點よりの距離に應じて累積的誤差を受けて居る。故に嚴密には原點よりの距離と共に小さくなる様な重さを想定する必要があるかも知れないが既に §3 で述べた様に累積的誤差は可成り小さいから今はそれを考へる必要無きものと信ずる。又天測經度の測定は無線電信の發達せる現今に於てさへも天測緯度の觀測に較べて著しく困難であるから經度に基く觀測方程式に對しては多少は小さい重さを與へる必要があるかも知れない。然し乍ら第1表の測定結果より明かなる如く ξ 及び η の平均値は數値として可成り大きく、從つて計算の結果得らるべき剩餘は主にも ξ_0 及び η_0 に依つて決定される。一方條件方程式と其の係數とよりわかる様に ξ_0 は主として緯度の觀測のみより定まり、又 η_0 は主として經度の觀測のみより定まる故に (8), (9) 及び (10) に夫々異なる比率の重さを與へた場合でも、同一の重さを與へた場合でも法方程式を解いて得らるゝ剩餘には da 及び de^2 を小さいものとする限り大きな相違の無かるべきことは推察に難くない。敘上の理由に基き今此處では凡ての方程式は同一の重さをもつものとして解く。經度と方位から η が二様に求められてゐる地點でも各別に同一の重さを與へる。方位の觀測の大多數は基線の投影のため行はれたものであるから其の數は至つて少く全數の 3% にすぎない。

斯くして算得した觀測方程式は次の如くである。此の方程式は又橢圓體が將來正確に定まつた場合にも役に立つであらう。

§6. 法方程式の解答

次に觀測方程式より法方程式を組成して之を解く。

斯様な單純な手段で求めた結果が正しい橢圓體を與へるものとは必ずしも信じてゐるわけでは無い。既に述べた様に垂直線偏倚から扁率を決定することは種々の困難を伴ふ其の理由は色々あるが第一に扁率の些少の相違が垂直線偏倚に及ぼす影響は極めて小さく、其の他の原因、主として原點に於ける垂直線偏倚の影響と重なるためであつて測地が狹小なる場合には二つの量が正しく分離せられないためである。測地が廣くなれば兩方の影響が漸次明確に分離せらるゝこととなる。Bessel の地球橢圓體は赤道より北緯 70° に互る全長 50° 餘りの弧長 11 個を用ひて決定されたものであるが各々の三角鎖は短小であり各原點に於ては夫々獨立せる垂直線偏倚が存在するから、多くの弧長を用ひたといふ以外に事情止むを得ざりしものとは言へ必ずしも正しい方法では無かつた。寧ろ方法としては英國よりアフリカに到る只一本の三角鎖を用ひた A. R. Clark¹²⁾の方が正しいとも考へられる。たゞ其の際の弧長全長は Bessel に遙かに及ばず且つ一局部の地方性に左右せられざるやの懸念がある。近世求められたる Hayford¹³⁾の國際橢圓體の扁率は重力の測定から求められたものである。しかも重力の値に對しては地殻均衡の補正をも加へられたものが用ひられてあり現今考へ得べき最も優れたる方法であるかも知れない。

赤道半徑に對しても事情は全く同じである。吾々の場合、弧長は之等の場合に較べて子午圈に於

緯 度 に よ る 観 測 方 程 式

		ξ_0	η_0	$10000 \times \frac{da}{a}$	$10000 \times \frac{1}{2}(de^2/1-e^2)$	$-\xi_i$
1	占 守 島	+0,995	-0,165	-4,903	+3,063	+ 0,00=0
2	半 田 澤	+0,996	-0,019	-5,130	+3,199	+ 9,39=0
3	東 輪 山	+0,996	-0,021	-5,129	+3,192	+ 2,29=0
4	松 谷 島	+0,996	-0,136	-4,413	+2,748	+ 0,00=0
5	宗 岬	+0,996	-0,022	-3,534	+2,584	+13,20=0
6	紗 那	+0,996	-0,064	-3,329	+2,583	+17,22=0
7	來 車 師	+0,997	-0,029	-3,413	+2,584	+14,23=0
8	澤 木 臺	+0,997	-0,023	-3,176	+2,412	+16,13=0
9	知 床 岬	+0,997	-0,017	-3,402	+2,380	+ 6,50=0
10	文 山	+0,997	-0,038	-3,029	+2,319	+ 2,60=0
11	網 走	+0,997	-0,039	-2,974	+2,233	+ 1,00=0
12	勇 仁 臺	+0,997	-0,044	-2,947	+2,296	+12,73=0
13	蒼 瑠 瑯	+0,997	-0,048	-2,940	+2,291	+ 1,20=0
14	奥 奥 岳	+0,997	-0,043	-2,930	+2,283	+22,33=0
15	海 別 岳	+0,998	-0,053	-2,937	+2,283	+ 2,80=0
16	日 進	+0,998	-0,039	-2,945	+2,283	+10,90=0
17	小 津 水	+0,998	-0,041	-2,919	+2,283	+16,80=0
18	根 根 別	+0,998	-0,037	-2,876	+2,100	+12,45=0
19	札 幌 室	+0,998	-0,053	-2,708	+2,115	- 4,81=0
20		+0,998	-0,015	-2,665	+2,129	+13,50=0
21	釧 路	+0,998	-0,047	-2,589	+2,050	-12,70=0
22	常 山	+0,998	-0,040	-2,555	+2,042	-11,90=0
23	檜 前 山	+0,998	-0,017	-2,522	+2,025	+ 9,40=0
24	狩 場 岳	+0,998	-0,002	-2,498	+2,010	+18,70=0
25	藻 岩 山	+0,998	-0,036	-2,422	+1,963	-10,70=0
26	ル ツ コ 岳	+0,998	-0,005	-2,420	+1,961	+ 9,20=0
27	浦 河	+0,998	-0,029	-2,325	+1,909	-21,20=0
28	砂 原 岳	+0,998	-0,010	-2,317	+1,898	-10,10=0
29	豐 似 山	+0,999	-0,036	-2,290	+1,875	-10,10=0
30	襟 裳 岬	+0,999	-0,036	-2,230	+1,835	- 9,40=0
31	函 館	+0,999	-0,009	-2,197	+1,821	+ 9,79=0
32	三 角 山	+0,999	-0,003	-2,175	+1,800	+16,50=0
33	七 ツ 岳	+0,999	-0,003	-2,142	+1,778	+16,60=0
34	小 島	+0,999	-0,001	-2,406	+1,713	+14,30=0
35	桂 川 岳	+0,999	-0,007	-1,961	+1,653	+16,60=0
36	青 森	+0,999	-0,010	-1,860	+1,593	+20,28=0
37	砥 取 山	+0,999	-0,011	-1,847	+1,572	+18,70=0
38	鶴 子 平	+0,999	-0,014	-1,818	+1,551	+17,50=0
39	秋 田	+0,999	-0,004	-1,583	+1,283	+ 8,60=0
40	赤 山	+0,999	-0,003	-1,439	+1,266	+12,30=0
41	小 國 市	+0,999	-0,003	-1,289	+1,148	+12,50=0
42	飛 島	+1,000	-0,002	-1,274	+1,178	+10,56=0
43	三 崎 山	+1,000	-0,007	-1,219	+1,119	+14,41=0
44	飯 盛 山	+1,000	-0,001	-1,173	+1,044	+15,47=0
45	鹽 ノ 原	+1,000	-0,006	-1,142	+1,040	+10,30=0
46	高 館 山	+1,000	-0,000	-1,115	+1,006	+14,10=0
47	栗 山 島	+1,000	+0,005	-1,004	+0,902	+14,30=0
48	松 ケ 崎	+1,000	+0,006	-0,825	+0,760	+16,40=0
49	新 新 崎	+1,000	+0,007	-0,822	+0,759	+16,90=0
50	松 川 崎	+1,000	-0,013	-0,775	+0,718	+ 8,10=0
51	根 柄 山	+1,000	-0,006	-0,703	+0,657	+12,66=0
52	島 屋 山	+1,000	+0,002	-0,693	+0,641	+12,75=0
53	京 城	+0,975	+0,104	-0,435	+0,800	+10,78=0
54	緑 剛 岬	+1,000	+0,034	-0,680	+0,635	+15,90=0
55	名 倉 山	+1,000	-0,003	-0,670	+0,628	+14,41=0
56	輪 島	+1,000	+0,029	-0,615	+0,600	+16,03=0
57	大 瀧 根	+1,000	-0,010	-0,608	+0,570	+ 5,90=0
58	冲 波 山	+1,000	+0,027	-0,570	+0,537	+17,50=0

		ξ_0	η_0	$10000 \times \frac{da}{a}$	$10000 \times \frac{1}{2} \left(\frac{de^2}{1-e^2} \right)$	$-\xi_i$
59	坂戸山	+1,000	+0,009	-0,503	+0,480	+24,56=0
60	七尾	+1,000	+0,028	-0,490	+0,480	+18,48=0
61	下神白	+1,000	-0,012	-0,457	+0,411	-1,40=0
62	平須坂	+1,000	-0,010	-0,433	+0,409	+5,80=0
63	須高	+1,000	+0,015	-0,363	+0,352	+19,20=0
64	鈴都山	+1,000	-0,009	-0,346	+0,333	-0,69=0
65	高宇宮	+1,000	-0,001	-0,328	+0,314	+8,30=0
66	赤見城	+1,000	+0,006	-0,317	+0,306	+1,20=0
67	晃石山	+1,000	+0,001	-0,253	+0,252	+1,08=0
68	借宿山	+0,999	+0,012	-0,249	+0,244	+7,28=0
69	筑波ヶ	+1,000	-0,004	-0,204	+0,199	-0,30=0
70	霧峰	+0,999	+0,017	-0,140	+0,137	+18,39=0
71	堂平山	+1,000	+0,006	-0,125	+0,122	+11,82=0
72	平銚子	+1,000	-0,010	-0,065	+0,064	+4,40=0
73	銚典村	+1,000	-0,001	-0,033	+0,033	-5,10=0
74	法典村	+1,000	-0,002	-0,025	+0,024	-7,22=0
75	阿高	+0,999	+0,019	-0,012	+0,019	+11,59=0
76	高神村	+1,000	-0,011	-0,016	+0,019	-5,07=0
77	鹽崎	+1,000	+0,013	-0,004	+0,007	+4,01=0
78	三鷹	+1,000	+0,002	-0,006	+0,006	+0,40=0
79	金剛山	+0,998	+0,050	-0,002	+0,000	+18,50=0
80	敦賀	+0,998	+0,037	+0,001	+0,000	+7,00=0
81	蓮光寺	+1,000	+0,003	+0,010	-0,010	+2,25=0
82	千葉	+1,000	-0,000	+0,017	-0,021	-4,70=0
83	田谷	+0,996	+0,054	+0,017	-0,017	+19,50=0
84	養山臺	+1,000	+0,000	+0,037	-0,036	-4,90=0
85	羽田	+1,000	+0,000	+0,038	-0,037	+4,90=0
86	境鼻	+0,994	+0,063	+0,113	-0,021	+9,93=0
87	長鼻	+0,996	+0,058	+0,004	-0,004	+20,10=0
88	片貝	+1,000	-0,007	+0,043	-0,042	-8,50=0
89	下溝	+1,000	+0,003	+0,056	-0,045	+7,37=0
90	彦尾山	+1,000	+0,004	+0,056	-0,054	+6,02=0
91	舞鶴	+0,997	+0,044	+0,094	-0,055	+18,57=0
92	丹澤	+1,000	+0,006	+0,067	-0,062	+4,73=0
93	六地藏	+1,000	-0,006	+0,076	-0,074	+7,47=0
94	藏波	+1,000	-0,003	+0,080	-0,078	+8,99=0
95	横濱	+1,000	+0,000	+0,080	-0,079	+9,50=0
96	天神野	+0,994	+0,058	+0,116	-0,083	+21,60=0
97	毛無山	+1,000	+0,012	+0,090	-0,087	+2,86=0
98	饗野村	+0,998	+0,038	+0,119	-0,088	+24,30=0
99	神田	+0,998	+0,035	+0,121	-0,103	+6,79=0
100	淺間山	+1,000	+0,004	+0,121	-0,120	+1,74=0
101	二子山	+1,000	+0,001	+0,136	-0,133	+15,31=0
102	横須賀	+1,000	+0,001	+0,136	-0,133	+14,00=0
103	鹿野	+1,000	-0,002	+0,145	-0,145	+18,99=0
104	野々塚	+1,000	-0,005	+0,174	-0,170	+6,80=0
105	佐野	+1,000	+0,008	+0,181	-0,178	+3,50=0
106	城ヶ島	+1,000	+0,002	+0,188	-0,187	+12,00=0
107	三島	+1,000	+0,008	+0,199	-0,196	+2,30=0
108	大場	+1,000	+0,008	+0,199	-0,196	+6,34=0
109	花山	+0,998	+0,040	+0,262	-0,231	+11,00=0
110	房大山	+1,000	-0,000	+0,250	-0,250	+19,64=0
111	大翁山	+1,000	-0,000	+0,249	-0,251	+19,25=0
112	龍布	+1,000	-0,001	+0,253	-0,252	+18,10=0
113	龍岡	+1,000	-0,001	+0,262	-0,261	+18,00=0
114	布良	+1,000	+0,001	+0,269	-0,267	+18,06=0
115	濱田	+0,991	+0,073	+0,360	-0,248	+16,81=0
116	六甲山	+0,998	+0,045	+0,346	-0,331	+11,36=0

		ξ_0	η_0	$10000 \times \frac{da}{a}$	$10000 \times \frac{1}{2}(de^2/1-e^2)$	$-\xi_i$
117	坂部	+1,000	+0,016	+0,323	-0,338	+ 4,66=0
118	大神子	+0,997	+0,042	+0,376	-0,352	+17,63=0
119	元島	+1,000	+0,008	+0,391	-0,391	+ 8,00=0
120	笠岡	+0,994	+0,061	+0,448	-0,401	+ 9,20=0
121	江田	+0,992	+0,069	+0,525	-0,497	+ 5,80=0
122	西ノ	+0,996	+0,054	+0,749	-0,580	+22,00=0
123	下ノ	+0,993	+0,080	+0,859	-0,952	+13,71=0
124	佐伯	+0,991	+0,072	+1,076	-0,994	+ 7,01=0
125	長崎	+0,986	+0,087	+1,190	-1,506	+ 5,80=0
126	宮崎	+0,990	+0,075	+1,484	-1,523	+ 8,92=0
127	鹿ノ	+0,988	+0,081	+1,577	-1,621	+ 0,20=0
128	笠原	+0,989	+0,079	+1,622	-1,707	+11,70=0

經度或は方位*による観測方程式

		ξ_0	η_0	$10000 \times \frac{da}{a}$	$10000 \times \frac{1}{2}(de^2/1-e^2)$	$-\eta_i$
(1)	占守島	-0,022	+0,947	-4,844	-2,258	+ 0,12=0
(3)	東松輪	-0,284	+0,956	-4,410	-1,503	-11,00=0
(4)	松谷	-0,176	+0,964	-3,975	-1,773	+ 0,00=0
(5)	宗紗	-0,237	+0,984	-0,647	-0,274	- 5,04=0
(6)	那	-0,103	+0,955	-2,120	-0,891	-18,20=0
(7)	來車	-0,031	+0,985	-0,654	-0,274	-10,58=0
(8)	澤木	-0,040	+0,985	-0,826	-0,346	+12,04=0
(9)	知床	-0,067	+1,000	-1,627	-0,668	- 2,87=0
(10)	文島	-0,046	+0,988	-1,100	-0,452	- 8,08=0
(11)	網走	-0,054	+0,975	-1,371	-0,563	- 6,81=0
(12)	勇仁	-0,051	+0,988	-1,251	-0,512	- 7,40=0
(13)	蒼瑯	-0,057	+0,988	-1,383	-0,565	- 4,97=0
(14)	奥別	-0,060	+0,988	-1,244	-0,508	-22,60=0
(15)	海別	-0,062	+0,988	-1,523	-0,623	- 2,23=0
(18)	津別	-0,051	+0,989	-1,052	-0,427	+18,09=0
(19)	根室	-0,068	+0,958	-1,951	-0,788	- 1,60=0
(20)	*札幌	-0,020	+0,918	-0,495	-0,199	+ 3,75=0
(21)	釧路	-0,054	+0,990	-1,360	-0,544	- 9,95=0
(22)	常山	-0,047	+0,991	-1,163	-0,466	-11,81=0
(23)	檜前	-0,020	+0,992	-0,483	-0,193	-15,80=0
(24)	狩場	-0,003	+0,992	-0,059	-0,023	- 8,30=0
(25)	藻岩	-0,042	+0,993	-1,050	-0,415	-11,60=0
(26)	ルツコ	-0,006	+0,993	-0,146	-0,058	-18,18=0
(27)	浦川	-0,034	+0,951	-0,867	-0,341	-15,20=0
(28)	砂原	-0,011	+0,994	-0,282	-0,099	-20,68=0
(29)	豐似	-0,041	+0,993	-1,027	-0,407	-11,65=0
(30)	襟裳	-0,041	+0,994	-1,027	-0,404	-11,66=0
(31)	函館	-0,012	+0,990	-0,279	-0,109	-13,84=0
(32)	三山	-0,004	+0,994	-0,098	-0,038	-19,61=0
(33)	三七	-0,005	+0,994	-0,139	-0,054	-18,90=0
(34)	小島	-0,001	+0,995	-0,036	-0,014	-20,20=0
(35)	桂川	-0,007	+0,995	-0,193	-0,074	-16,88=0
(36)	*青森	-0,012	+0,993	-0,302	-0,116	-26,68=0
(37)	砥取	-0,012	+0,996	-0,316	-0,121	-17,10=0
(38)	*鶴子	-0,019	+0,970	-0,426	-0,164	+ 3,72=0
(39)	秋田	-0,004	+0,997	-0,116	-0,045	-14,92=0
(40)	赤山	-0,004	+0,997	-0,098	-0,037	-23,78=0
(41)	小國	-0,003	+0,998	-0,078	-0,029	-23,04=0
(42)	飛鳥	+0,004	+0,998	+0,058	-0,021	-18,13=0
(43)	三崎	+0,004	+0,998	-0,044	-0,016	-33,70=0

	ξ_0	η_0	$10000 \times \frac{da}{a}$	$10000 \times \frac{1}{2}(de^2/1 - e^2)$	$-\eta_i$
(44) 飯盛山	-0,001	+0,999	-0,025	-0,009	-22,60=0
(45) *鹽ノ	-0,007	+1,000	-0,181	-0,066	-15,52=0
(46) 館	-0,009	+0,999	-0,260	-0,087	-20,03=0
(47) 高栗	+0,005	+0,999	+0,142	+0,052	-17,24=0
(48) 松ケ	+0,006	+1,000	+0,178	+0,064	-20,17=0
(49) 新松	+0,007	+0,999	+0,200	+0,072	-21,54=0
(50) 根川	-0,013	+0,999	-0,362	-0,129	+12,23=0
(51) 根柄	-0,009	+0,999	-0,216	-0,077	-12,18=0
(53) 京城	+0,130	+0,990	+7,240	+1,259	-10,51=0
(54) 緑剛	+0,026	+1,000	+0,691	+0,246	-27,61=0
(55) 名倉	-0,004	+0,999	-0,085	-0,036	-17,34=0
(56) 輪山	+0,030	+1,000	+0,835	+0,286	-19,32=0
(57) 瀧根	-0,012	+0,999	-0,281	-0,100	+13,60=0
(58) 沖波	+0,028	+0,996	+0,777	+0,273	-27,48=0
(59) 坂戸	+0,008	+1,000	+0,250	+0,088	-23,57=0
(59) *	+0,008	+1,000	+0,250	+0,088	-30,20=0
(60) 七下	+0,030	+1,000	+0,815	+0,285	-13,06=0
(61) 下神	-0,013	+1,000	-0,345	-0,122	+12,46=0
(63) *須	+0,015	+1,000	+0,423	+0,148	-19,07=0
(64) 高鈴	0,000	+1,000	0,000	0,000	+11,48=0
(65) 字都	-0,001	+1,000	-0,040	-0,014	-0,53=0
(68) 借	+0,012	+1,000	+0,348	+0,120	-9,02=0
(69) 筑波	-0,004	+1,000	-0,102	-0,035	+9,84=0
(70) 霧ケ	+0,017	+1,000	+0,508	+0,174	-13,10=0
(72) 平	-0,009	+1,000	-0,283	-0,097	+7,61=0
(74) 法典	-0,003	+1,000	-0,067	-0,023	-2,28=0
(75) 阿高	+0,018	+1,000	+0,531	+0,181	-8,84=0
(76) 高神	-0,012	+1,000	-0,325	-0,111	+11,44=0
(77) 鹽崎	+0,013	+1,000	+0,363	+0,121	-3,09=0
(78) 三	+0,004	+1,000	+0,059	+0,019	+6,01=0
(79) 金剛	+0,048	+1,001	+1,428	+0,485	-15,92=0
(80) 敦賀	+0,040	+1,086	+1,074	+0,365	-11,21=0
(81) 蓮光	+0,004	+1,000	+0,081	+0,037	+11,92=0
(83) 田君	+0,053	+1,001	+1,550	+0,525	-15,30=0
(84) 養安	-0,006	+1,000	-0,168	-0,057	+19,20=0
(86) 境	+0,070	+1,086	+1,903	+0,643	-8,29=0
(87) 長尾	+0,058	+1,002	+1,681	+0,570	-14,98=0
(88) 片鼻	-0,009	+1,000	-0,209	-0,071	+16,11=0
(89) 下溝	+0,004	+1,000	+0,120	+0,041	+12,15=0
(90) 茂山	+0,004	+1,002	+0,122	+0,041	+17,01=0
(90) *	+0,004	+1,002	+0,122	+0,041	+16,20=0
(91) 舞鶴	+0,048	+1,088	+1,280	+0,434	-8,64=0
(92) 丹澤	+0,006	+1,004	+0,170	+0,058	+14,38=0
(92) *	+0,006	+1,004	+0,170	+0,058	+12,48=0
(94) 藏波	-0,003	+1,000	-0,076	-0,026	+2,32=0
(96) *天神	+0,062	+1,090	+1,739	+0,571	-2,81=0
(97) 毛無	+0,012	+1,006	+0,352	+0,119	-9,47=0
(97) *	+0,012	+1,006	+0,352	+0,119	-7,90=0
(98) *饗庭	+0,040	+1,074	+1,110	+0,375	+0,98=0
(99) 神田	+0,038	+1,090	+0,985	+0,333	-11,98=0
(101) 二子	+0,002	+1,000	+0,040	+0,013	-0,89=0
(104) 野々	-0,005	+1,000	-0,143	-0,048	+7,51=0
(105) 佐	+0,008	+1,000	+0,241	+0,080	-10,86=0
(105) *	+0,008	+1,000	+0,241	+0,080	+5,12=0
(108) 大場	+0,008	+1,000	+0,233	+0,078	-8,66=0
(108) *	+0,008	+1,000	+0,233	+0,078	+8,11=0
(109) 花	+0,040	+1,000	+1,155	+0,388	-11,97=0
(110) 房大	-0,001	+1,000	-0,026	-0,009	+2,87=0
(111) 大	+0,000	+1,000	-0,010	-0,003	+9,08=0

	ξ_0	η_0	$10000 \times \frac{da}{a}$	$10000 \times \frac{1}{2} \left(\frac{de^2}{1-e^2} \right)$	$-\eta'$
(112) 翁 作	-0,001	+1,000	-0,026	-0,009	+ 2,95=0
(113) 龍 岡	-0,001	+1,000	-0,027	-0,009	+ 2,95=0
(114) 布 良	-0,001	+1,000	-0,026	-0,008	+ 2,82=0
(115) 濱 田	+0,083	+1,090	+2,240	+0,747	- 6,82=0
(116) 六 甲 山	+0,048	+1,010	+1,364	+0,455	- 6,64=0
(116) * "	+0,048	+1,010	+1,364	+0,455	- 6,33=0
(117) 坂 部	+0,016	+1,003	+0,450	+0,132	- 5,77=0
(117) * "	+0,016	+1,003	+0,450	+0,132	- 3,18=0
(118) 大 坂	+0,045	+1,037	+1,276	+0,425	-12,10=0
(119) 神 子 元	+0,008	+1,000	+0,236	+0,078	-12,98=0
(120) 笠 岡	+0,067	+1,083	+1,732	+0,572	-16,50=0
(121) 江 田 島	+0,078	+1,088	+1,915	+0,628	-10,15=0
(122) 西 林	+0,056	+1,128	+1,621	+0,536	+ 1,92=0
(123) 下 ノ 關	+0,092	+1,075	+2,593	+0,734	- 8,72=0
(124) 佐 伯	+0,084	+1,037	+2,275	+0,722	+ 4,12=0
(125) 長 崎	+0,079	+1,090	+2,900	+0,914	- 9,00=0
(126) 宮 崎	+0,084	+1,090	+2,320	+0,717	+13,08=0
(127) 鹿 兒 島	+0,094	+1,090	+2,690	+0,823	+ 3,32=0
(128) 笠 ノ 原	+0,095	+1,215	+2,597	+0,782	- 6,72=0

ても亦平行圈に於ても著しく短い。従つて之から信頼すべき値が得られようとは勿論期待出来ぬことであつて、單に其の傾向を示すにすぎない。筆者が強ひて之を解かんとするの意は、たゞ在來求められた値に比較し著しく異なる値をとりうるものが若しありとするならば本邦に適合する地球橢圓體が更に詳しく研究された後でなければ垂直線偏倚に對して單純には地球物理學的意義を附與し難きを思ふからにすぎない。

其の一 [一般の解]

扱て觀測方程式より法方程式を組成すれば

$$\left. \begin{aligned}
 &+130,04\xi_0+0,09\eta_0-102,77\frac{da}{a}+81,37\left(\frac{1}{2}\frac{de^2}{1-e^2}\right)=-1110,39 \\
 &+0,09\xi_0+117,95\eta_0+35,24\frac{da}{a}+17,25\left(\frac{1}{2}\frac{de^2}{1-e^2}\right)=+771,14 \\
 &-102,77\xi_0+35,24\eta_0+490,80\frac{da}{a}-236,41\left(\frac{1}{2}\frac{de^2}{1-e^2}\right)=+1012,64 \\
 &+81,37\xi_0+17,25\eta_0-236,41\frac{da}{a}+227,82\left(\frac{1}{2}\frac{de^2}{1-e^2}\right)=-592,93
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

となり之を解きて

$$\xi_0=-8.''58, \quad \eta_0=+6.''77, \quad a=\frac{1}{304.2} \quad da=-310.35 \dots\dots\dots (17)$$

を得。

吾々の基準とした橢圓體は Bessel の橢圓體であつた。従つて垂直線偏倚より計算すれば日本に適合する橢圓體は Bessel のものに比し扁率は稍々小さく約 $\frac{1}{304}$ となり赤道半径は約 310 m 短い

といふ結果が得られる。熱海景良氏は同様 68 點の垂直線偏倚より前者を 1/310.6 後者を -480 m と求め坪井忠二博士¹⁾は重力の測定値より觀測點の分布地域は吾々の場合と多少異なるけれども扁率を 1/319.5 と計算された。こゝに求めた結果は數値的には必ずしも之等と一致するものでは無いが大體の傾向だけは似て居るとも見做される。日本に適合する地球橢圓體は Bessel, Clark, Hayford 等の國際的なものに較べて稍々球狀に近く赤道半径が多少短いとするのが或は妥當かも知れない。たゞ其の差はこゝに求めた値に關する限り至つて僅少である。

其の二. 特別の解.

前解に於て吾々は de^2 , da は大して大きくないことを確めた。然し測地域が狹小であるから之等の値は數値としては左程信用あるものでは無く寧ろ他の權威ある橢圓體に準據して原點に於ける垂直線偏倚のみを調べる方が妥當であると信ぜらる。今假りに次の三つの橢圓體

	a	b	$a = \frac{a-b}{a}$	
Bessel.	6377397.15 ^m	6356078.96 ^m	1 : 299.15	} \dots\dots\dots (18)
Clark	6378249.	6356618.	1 : 293.3	
Hayford	6378388.	6356909.	1 : 296.96	

に基き ξ_0 , η_0 を求めてみる。

(i) 準據橢圓體を Bessel とせる場合.

此の場合は簡單で吾々の場合 Bessel の橢圓體が最初から準據橢圓體として採用されてゐるのであるから法方程式に於て $da=0$, $de^2=0$ とおき (16) の上二式から

$$\xi_0 = -8''.54 \quad \eta_0 = +6''.54 \dots\dots\dots (19)$$

となる。

(ii) 準據橢圓體を Clark とせる場合.

此の場合は

(18) より Clark と Bessel の差をとり

$$10000 \times \frac{da}{a} = +1.336 \quad 10000 \times \frac{1}{2} \frac{de^2}{1-e^2} = +0.642 \dots\dots\dots (20)$$

となるから之を用ひて同様 (16) の二式から

$$\xi_0 = -7''.89 \quad \eta_0 = +6''.06 \dots\dots\dots (21)$$

となる。

(iii) 準據橢圓體を Hayford とせる場合

同様に

$$10000 \times \frac{da}{a} = +1.554, \quad 10000 \times \frac{1}{2} \frac{de^2}{1-e^2} = +0.247 \dots\dots\dots (22)$$

となるから之から

$$\xi_0 = -7''.47, \quad \eta_0 = +6''.05 \dots \dots \dots (23)$$

となる.

以上四つの解 (17), (19), (21), 及び (23) よりわかる様に何れの場合でも ξ_0, η_0 は略々等しい. それ故に扁率や赤道半径に之等の橢圓體で與へらるゝ範圍内の小なる相異が存在する場合でも求められた剩餘には大した變りが無いことは豫め推察し得るところである.

§ 7. 剩 餘

Bessel の橢圓體を基準とせる場合の原點に於ける 垂直線偏倚 $\xi_0 = -8''.54, \eta_0 = +6''.54$ を各觀測方程式に代入して得たる剩餘を第 2 表に示す.

表に於て ξ, η の符號は測地値が天測値より大なる時に「プラス」小なるときに「マイナス」であり經度は勿論東方に數へるものとする.

ξ と η を組合せ其の Resultant θ と方位 A を

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \\ \tan A &= \eta/\xi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (24)$$

で計算した. 但し此の場合 A は北より時計廻りに測るものとする. A の象限は ξ と η の符號から明かである.

第 2 表 剩 餘

No.	觀 測 點	ξ	η	θ	α	No.	觀 測 點	ξ	η	θ	α
1	占 守 島	+ 9.58	- 8.23	12.6	+139°	26	ル ツ コ 岳	- 0.65	+11.63	11.6	- 87°
2	半 田 澤	- 0.76	—	—	—	27	浦 砂 原	+29.91	+ 8.68	12.8	-164
3	東 輪 山	+ 6.36	+ 6.49	9.1	-134	28	砂 豐 似	- 8.01	+14.08	16.2	- 60
4	松 〃 島	+ 9.40	+ 7.81	12.2	+140	29	嶺 裳 岬	+18.87	+ 4.80	19.4	-166
5	宗 谷 岬	- 4.55	- 1.65	4.8	+ 20	30	嶺 裳 岬	+18.17	+ 4.80	18.8	-165
6	紗 來 那	- 8.29	+11.02	13.8	- 53	31	函 角 館	- 1.20	+ 7.26	7.4	- 81
7	澤 車 師	- 5.53	+ 3.87	6.8	- 35	32	三 七 ツ 山	- 7.95	+13.07	15.3	- 59
8	澤 木 臺	- 7.47	-18.83	20.3	+ 68	33	小 七 ツ 岳	- 8.05	+12.35	14.7	- 57
9	知 床 岬	+ 2.12	- 4.26	4.7	+116	34	小 桂 川	- 5.76	+13.67	14.9	- 67
10	文 山	+ 6.16	+ 1.20	6.3	-169	35	桂 川 岳	- 8.02	+10.30	12.9	- 52
11	網 走 走	+ 7.77	- 0.04	7.8	+180	36	青 森 森	-11.68	+20.08	23.2	- 60
12	仁 臺	- 3.93	+ 0.49	3.9	- 0	37	砥 取 山	-10.10	+10.48	15.1	- 46
13	蒼 瑠 子	+ 7.62	- 1.99	7.9	+166	38	鶴 平 田	- 8.88	-10.23	13.5	+ 49
14	奥 藥 岳	-13.54	+15.62	20.6	- 49	39	秋 田	- 0.04	+ 8.36	8.4	- 90
15	海 別 岳	+ 6.07	- 4.77	7.7	+142	40	赤 山	- 3.75	+17.22	19.9	- 78
16	日 進	- 2.12	—	—	—	41	小 國 市 山	- 3.95	+16.47	16.8	- 77
17	清 水	- 8.01	—	—	—	42	飛 島 山	- 2.01	+11.62	11.8	- 80
18	津 別	- 3.69	-25.01	25.3	+ 82	43	三 崎 山	- 5.81	+17.19	18.1	- 71
19	根 室	+13.68	- 5.25	14.6	+159	44	飯 盛 山	- 6.92	+16.05	17.5	- 67
20	札 幌	- 4.88	- 9.93	11.0	+ 64	45	鹽 ノ 原	- 1.72	+ 8.91	9.1	- 79
21	釧 路	+21.53	+ 3.01	21.7	-172	46	高 館 山	- 5.56	+13.41	14.5	- 67
22	常 室	+20.68	+ 4.92	21.3	-167	47	粟 島 山	- 5.79	+10.74	12.2	- 62
23	樽 前	- 0.77	+ 9.13	9.2	- 85	48	松 崎 山	- 7.90	+13.67	15.8	- 60
24	狩 場	-10.17	+ 1.77	10.4	- 10	49	新 湯 崎	- 8.41	+15.06	17.2	- 61
25	藻 岩 山	-19.46	+ 4.74	20.0	-166	50	松 川	+ 0.53	-18.88	18.9	+ 92

No.	観測點	ξ	η	θ	α	No.	観測點	ξ	η	θ	α
51	根 栖 山	- 4,08	+ 5,56	6,9	- 54	91	舞 鶴	-10,35	+ 1,92	10,5	- 11
52	鳥 屋 山	- 4,22	-	-	-	92	丹 澤	+ 3,77	-20,91	21,2	+100
53	京 城 山	- 3,13	+ 5,14	6,0	- 54	93	〃 〃 〃	-19,01	19,4	+101	+101
54	緑 剛 岬	- 7,58	+21,28	22,6	- 70	94	六 藏	+ 1,11	-	-	-
55	名 倉 山	- 5,85	+10,77	12,3	- 61	95	藏 波	- 0,43	- 8,90	8,9	+ 87
56	輪 島	- 7,68	+13,03	15,1	- 59	96	横 濱	- 0,96	-	-	-
57	濃 根 山	+ 2,71	-20,24	20,4	+ 98	97	天 神 野	-13,49	- 4,23	14,1	+ 72
58	大 沖 山	- 9,14	+21,20	23,1	- 67	98	毛 無 〃	+ 5,60	+ 3,25	6,5	-149
59	坂 〃	-16,08	+17,09	23,3	- 47	99	〃 庭 野	-16,03	+ 1,41	5,8	-166
60	七 尾	-10,12	+23,72	28,5	- 56	100	〃 神 村	- 7,67	- 7,67	17,8	+ 78
61	下 神 白	+10,02	+ 6,77	12,2	- 34	101	〃 庭 山	+ 1,50	+ 5,17	5,4	-106
62	平 須 湯	+ 2,81	-19,12	21,6	+118	102	〃 子 山	+ 6,75	-	-	-
63	須 高 坂	-10,76	+12,65	16,6	- 50	103	二 横 山	- 6,78	- 5,64	8,8	+ 40
64	鈴 都 山	+ 9,29	-17,90	20,2	+117	104	〃 須 賀	- 5,47	-	-	-
65	宇 宮	+ 0,25	- 6,13	6,1	+ 92	105	〃 野 塚	-10,44	-	-	-
66	赤 城 山	+ 7,30	-	-	-	106	〃 野 野	+ 1,77	-14,10	14,2	+130
67	晃 石 山	+ 7,47	-	-	-	107	〃 佐 野	+ 4,99	-11,60	12,6	+113
68	借 宿 山	+ 1,17	+ 2,57	2,8	-114	108	城 三 島	- 3,47	-	-	-
69	筑 波 山	+ 8,87	-16,42	18,6	+118	109	〃 島 場	+ 6,19	-	-	-
70	霧 ケ 峰	- 9,96	+ 6,70	12,0	- 34	110	〃 大 山	+ 2,15	-14,59	14,7	+ 98
71	堂 平 山	- 3,32	-	-	-	111	〃 房 山	- 2,74	+ 5,76	6,4	- 65
72	平 井 子	+ 4,21	-14,24	14,9	+106	112	〃 大 山	-11,10	- 9,43	14,7	+ 40
73	鈔 法 典	+13,65	-	-	-	113	〃 大 山	-10,71	-15,63	18,9	+ 56
74	法 典 村	+15,77	- 4,30	16,4	+165	114	〃 大 山	- 9,55	- 9,51	13,4	+ 45
75	阿 高	- 3,18	+ 2,44	4,0	- 37	115	〃 大 山	- 9,45	- 9,51	13,4	+ 45
76	高 神 村	+13,68	-18,09	22,7	+127	116	〃 大 山	- 9,53	- 9,38	13,4	+ 45
77	鹽 崎 村	+ 4,44	- 3,35	5,6	+143	117	〃 大 山	- 8,83	+ 0,39	8,8	- 3
78	三 金 剛	+ 8,13	-12,53	14,9	+123	118	〃 大 山	- 3,13	+ 0,43	3,2	- 8
79	蓮 光 寺	-10,31	+ 9,77	14,2	- 43	119	〃 大 山	+ 0,12	+ 0,12	3,1	- 21
80	千 田 君	+ 1,28	+ 4,44	4,6	-106	120	〃 大 山	+ 3,78	- 3,25	5,0	+139
81	安 谷 寺	+ 6,27	-18,44	19,5	+109	121	〃 大 山	- 9,40	+ 5,36	10,8	- 30
82	養 安 山	+13,22	-	-	-	122	〃 大 山	+ 0,49	+ 6,42	6,4	- 95
83	養 安 山	-11,34	+ 9,19	14,6	- 39	123	〃 大 山	- 1,11	+ 9,94	10,0	- 84
84	養 安 山	+13,44	-25,80	29,1	+118	124	〃 大 山	+ 2,22	+ 3,69	4,3	-120
85	養 安 山	+ 3,64	-	-	-	125	〃 大 山	-13,84	- 8,83	16,4	+ 32
86	境 尾 鼻	- 1,85	+ 1,78	2,6	- 44	126	〃 大 山	- 5,75	+ 2,47	6,3	- 23
87	長 片 下	-11,97	+ 8,92	14,9	- 43	127	〃 大 山	+ 0,98	-10,52	10,5	+ 95
88	片 下 尾	+17,10	-22,74	28,2	+127	128	〃 大 山	+ 2,05	+ 2,53	3,3	-128
89	下 尾 〃	+ 1,15	-18,67	18,7	+ 94	129	〃 大 山	- 0,96	-19,50	19,5	+ 87
90	下 尾 〃	+ 2,49	-23,54	23,7	+ 96	130	〃 大 山	+ 7,71	- 9,66	12,3	+129
			-22,73	22,7	+ 96	131	〃 大 山	- 3,77	- 0,43	3,8	+ 7
						132	〃 大 山	-11,39	+ 3,21	11,8	- 16

注意 η の値の二つあるものは上の方が経度より、下の方が方位より求めたものである。

別に参考のために第三表に次の三つの場合の剰餘を掲げる。

- (a) 一般の場合即ち (17) に基くもの。
- (b) Clark の楕圓體に準據せる場合即ち (20) と (21) を各観測方程式に代入して得たもの。
- (c) Hayford の楕圓體に準據せる場合、即ち (22) と (23) を各観測方程式に代入して得たもの。

第 2 表並に第 3 表を詳細に比較し吾々はここに重要な結論を得る。即ち

Bessel, Clark, Hayford 或は筆者の求めた楕圓體の何れに準據しても九州、本州、北海道の範囲内では剰餘に大なる差異がない。然し此の範囲を超えて更に遠くなれば其の差が段々と著しくな

第 3 表

General Clark Hayford					General Clark Hayford					General Clark Hayford				
No.	ξ	η	θ	α	No.	ξ	η	θ	α	No.	ξ	η	θ	α
1	19,0 13,4 15,3	-10,4 + 2,0 + 2,1	13,7 13,6 15,4	131° 188 188	18	- 3,9 - 1,0 - 0,8	-26,0 -22,8 -22,7	26,3 22,9 22,7	82° 85 87	35	- 8,0 - 7,1 - 6,5	+10,0 +11,1 +11,1	12,8 12,0 12,8	309 291 300
2	- 1,4 + 3,4 - 5,3	— — —	— — —	— — —	19	+13,6 +15,3 +16,3	- 6,8 - 1,6 - 1,5	15,3 15,3 16,4	154 174 174	36	-11,7 -10,9 -10,2	+19,6 +21,1 +21,1	22,9 23,7 23,6	301 298 296
3	+ 5,7 +10,5 +12,5	- 0,9 +10,1 +10,3	5,7 14,6 16,2	171 223 219	20	- 4,9 - 3,3 - 2,3	-10,5 - 8,7 - 8,6	11,6 9,4 9,0	66 68 75	37	-10,1 - 9,3 - 8,7	+10,1 +11,5 +10,5	14,2 14,8 13,6	314 309 310
4	+ 8,9 +12,1 +14,4	-11,0 - 0,6 - 0,5	14,1 12,1 14,5	129 177 177	21	+21,5 +23,0 +23,9	+ 1,8 + 6,1 + 5,8	21,6 25,8 24,6	185 195 194	38	- 8,9 - 8,1 - 7,5	-10,7 - 9,1 -10,4	13,9 12,3 12,8	50 48 54
5	- 4,8 - 2,1 - 0,8	- 2,3 - 0,1 - 0,0	5,3 2,2 0,8	26 12 0	22	+20,6 +22,1 +23,1	+ 3,9 + 7,4 + 7,4	21,0 23,4 25,4	190 197 204	39	- 0,1 + 0,6 + 1,0	+ 8,1 + 9,0 + 8,7	8,1 9,1 8,7	270 266 263
6	- 8,4 - 6,2 - 4,8	+ 9,3 +15,1 +15,9	12,5 16,4 16,6	313 293 287	23	- 0,8 + 0,6 + 1,6	+ 8,6 + 9,9 +10,4	8,6 9,9 10,6	276 267 172	40	- 3,7 - 3,3 - 2,9	+16,9 +17,9 +17,6	17,4 18,2 17,8	282 281 279
7	- 5,6 - 3,3 - 1,9	+ 3,2 + 5,4 + 5,5	6,5 6,4 5,9	331 302 290	24	-10,2 - 8,8 - 7,9	+ 1,2 + 2,3 + 3,2	10,3 9,1 8,5	353 345 338	41	- 3,9 - 3,6 - 3,3	+16,2 +17,1 +16,9	16,7 17,4 17,1	283 282 281
8	- 7,7 - 5,4 - 4,2	-19,6 -17,0 -16,9	21,1 17,8 17,4	68 72 77	25	+19,4 +20,8 +21,6	+ 3,8 + 6,9 + 7,0	19,8 21,8 22,7	191 198 197	42	- 1,9 - 1,7 - 1,4	+11,3 +12,0 +12,2	11,4 12,2 12,4	279 278 277
9	+ 1,8 + 4,5 + 5,7	- 5,6 - 1,1 - 1,0	6,0 4,6 5,8	107 166 170	26	- 0,7 + 0,7 + 1,6	+11,6 +11,9 +12,4	11,6 12,0 12,5	274 266 263	43	- 5,8 - 5,5 - 5,3	+27,0 +27,7 +27,6	27,6 28,2 28,0	282 281 281
10	+ 6,0 + 8,0 + 9,2	+ 0,2 + 3,5 + 3,6	6,1 8,8 9,8	182 203 201	27	+29,9 +31,1 +32,0	+ 7,6 +10,6 +10,6	30,9 32,0 33,5	195 197 197	44	- 6,9 - 6,7 - 6,4	+15,8 +16,6 +16,5	17,2 17,9 17,7	294 292 292
11	+ 7,6 + 9,6 +10,7	- 1,2 + 2,7 + 2,8	7,7 10,0 11,1	171 196 195	28	+18,7 +19,9 +20,7	+13,7 +15,0 +15,0	23,1 25,0 25,6	217 216 217	45	- 1,6 - 1,5 - 1,3	+ 8,6 + 9,7 + 9,2	8,6 9,8 9,3	281 279 278
12	- 4,0 - 2,1 - 3,4	- 0,6 + 3,1 + 3,1	4,0 3,7 4,6	10 304 318	29	+18,8 +20,0 +20,9	+ 3,8 + 7,0 + 7,0	19,2 21,2 22,0	191 199 198	46	- 5,5 - 5,4 - 5,2	+13,0 +14,3 +13,5	14,2 15,3 14,5	293 291 291
13	+ 7,5 + 9,4 +10,5	- 3,2 + 0,8 + 0,8	8,2 9,5 10,5	157 185 185	30	+18,2 +19,3 +20,1	+ 3,8 + 7,0 + 7,0	18,6 20,6 22,4	192 200 199	47	- 5,7 - 5,7 - 5,5	+10,6 +11,0 +11,5	12,1 12,4 12,7	299 298 296
14	-13,6 -11,6 -10,6	+14,5 +18,2 +18,2	19,9 21,6 21,2	314 303 301	31	- 1,2 - 0,1 + 0,7	+ 6,8 + 8,2 + 8,2	7,0 8,2 8,3	280 270 266	48	- 7,8 - 7,9 - 7,9	+13,6 +13,9 +14,4	15,6 16,0 16,4	300 300 299
15	+ 6,0 + 5,9 + 8,9	- 6,1 - 1,7 - 1,7	8,6 6,3 9,0	135 164 169	32	- 8,0 - 7,8 - 5,6	+12,8 +13,7 +13,7	15,0 15,8 14,7	302 300 292	49	- 8,3 - 8,4 - 8,4	+15,0 +15,3 +15,8	17,1 17,5 18,0	299 299 298
16	- 2,2 - 0,3 + 0,8	— — —	— — —	— — —	33	- 8,0 - 7,0 - 6,2	+12,0 +13,0 +13,1	14,4 13,8 14,5	304 298 296	50	+ 0,6 + 0,4 + 0,5	-19,4 -17,8 -18,9	19,4 17,8 18,9	92 92 92
17	- 8,1 - 6,3 - 5,1	— — —	— — —	— — —	34	- 5,9 - 4,3 - 3,5	+13,4 +14,2 +14,2	14,7 14,9 14,6	294 296 283	51	- 4,0 - 4,2 - 4,2	+ 5,2 + 6,4 + 5,8	6,6 7,6 7,0	307 304 307

General Clark Hayford					General Clark Hayford					General Clark Hayford				
No.	ξ	η	θ	α	No.	ξ	η	θ	α	No.	ξ	η	θ	α
52	- 4.2 - 4.4 - 4.4	— — —	— — —	— — —	69	+ 8.9 + 8.4 + 8.0	-16.7 -15.8 -16.1	19.0 17.9 18.0	118 118 243	86	- 1.8 - 2.6 - 3.0	+ 2.8 - 0.7 + 0.9	3.3 2.7 3.1	303 16 342
53	- 2.9 - 3.7 - 3.7	+ 5.2 - 5.0 +16.4	5.9 6.3 —	299 55 —	70	- 9.9 -10.5 -10.9	+ 6.8 + 6.4 + 7.9	12.1 12.4 13.4	326 329 323	87	-11.9 -12.6 -13.1	+ 9.8 + 6.8 + 6.6	15.5 14.3 14.6	321 332 334
54	- 7.5 - 7.7 - 7.7	+21.5 +20.7 +22.8	22.8 22.1 24.1	289 291 289	71	- 3.3 - 3.9 - 4.3	— — —	— — —	— — —	88	+17.1 +16.4 +16.1	-23.1 -21.9 -21.9	28.6 27.4 27.1	127 127 127
55	- 5.8 - 6.0 - 6.0	+10.5 +11.4 +11.0	12.0 12.9 12.6	299 298 299	72	+ 4.3 + 3.6 + 3.2	-14.6 -12.8 -14.2	15.2 13.3 14.6	116 106 103	89	+ 1.2 + 0.5 0.0	-18.8 -18.4 -18.4	18.9 18.4 18.4	94 92 90
56	- 7.6 - 7.9 - 7.9	+13.4 +12.4 +14.7	15.4 14.7 16.7	300 303 299	73	+13.7 +13.0 +13.0	— — —	— — —	— — —	90	+ 2.5 + 1.8 + 1.4	-23.3 -22.8 -22.8	23.5 22.9 22.8	96 95 93
57	+ 2.8 + 2.5 + 2.4	-20.6 -19.3 -20.1	20.9 19.4 20.3	98 97 97	74	+15.8 +15.1 +15.0	- 4.5 - 3.9 - 3.9	16.4 15.6 15.6	164 166 166	91	10.3 -11.1 -11.5	+ 2.5 + 0.4 + 0.3	10.6 11.0 11.5	346 357 358
58	- 9.1 - 9.4 - 9.4	+21.5 +20.5 +22.8	23.4 22.5 24.6	293 295 293	75	- 3.1 - 3.8 - 4.1	+ 2.6 + 2.1 + 2.0	4.0 4.4 4.6	321 331 333	92	+ 3.8 + 3.1 + 2.6	-20.1 -19.7 -19.7	20.4 20.0 22.0	96 99 97
59	-16.0 -16.4 -16.5	+20.3 +20.5 +21.3	26.0 26.2 29.2	310 310 304	76	+13.7 +13.0 +12.8	-18.5 -17.1 -17.0	23.1 21.5 21.4	127 128 127	93	+ 1.2 + 0.4 - 0.1	— — —	— — —	— — —
60	-10.1 -10.4 -10.5	+ 7.1 + 6.0 + 8.4	12.4 12.0 13.5	315 331 321	77	+ 4.5 + 3.8 + 3.4	- 3.3 - 3.4 - 3.4	5.6 5.2 4.9	143 138 134	94	- 0.4 - 1.1 - 1.6	- 9.2 - 8.3 - 8.3	9.2 8.4 8.4	88 82 79
61	+10.1 + 9.7 + 9.6	-19.6 -18.1 -19.1	22.0 20.6 21.4	117 119 117	78	+ 8.2 + 7.5 + 7.1	-12.7 -12.1 -12.1	15.1 14.3 14.1	123 122 121	95	- 0.9 - 1.7 - 2.1	— — —	— — —	— — —
62	+ 2.9 + 2.5 + 2.5	— — —	— — —	— — —	79	-10.3 -10.9 -11.4	+10.5 + 8.0 + 7.9	14.6 13.6 13.7	315 323 325	96	-13.5 -14.2 -14.7	- 3.1 - 6.0 - 6.2	13.7 15.4 15.8	13 23 22
63	-10.7 -11.1 -11.4	+13.1 +12.5 +13.7	17.0 16.7 17.9	309 312 310	80	+ 1.3 + 0.7 + 0.3	+ 4.9 + 3.3 + 3.2	5.1 3.4 3.2	245 259 264	97	+ 5.6 + 4.9 + 4.4	+ 2.2 + 2.1 + 2.1	6.0 5.3 5.0	201 203 205
64	+ 9.4 + 8.4 + 8.7	-18.2 -17.5 -17.5	20.5 19.5 19.6	117 116 117	81	+ 6.3 + 5.6 + 5.2	-18.2 -18.1 -18.0	19.4 18.8 18.7	109 105 106	98	-16.0 -16.8 -17.2	- 7.2 - 8.9 - 9.0	17.5 18.9 19.4	24 28 27
65	+ 0.4 - 0.2 - 0.4	- 6.3 - 5.5 - 5.6	6.3 5.5 5.6	92 88 86	82	+13.3 +12.6 +12.2	— — —	— — —	— — —	99	+ 1.5 + 0.7 + 0.3	+ 5.6 + 4.1 + 4.0	5.8 4.2 4.1	245 260 266
66	+ 7.4 + 6.9 + 6.5	— — —	— — —	— — —	83	-11.3 -12.0 -12.4	+10.1 + 7.3 + 6.6	15.1 14.0 14.0	319 329 332	100	+ 6.8 + 6.0 + 5.5	— — —	— — —	— — —
67	+ 7.4 + 7.0 + 6.8	— — —	— — —	— — —	84	+13.5 +12.7 +12.4	-26.1 -25.1 -25.0	29.2 27.7 27.8	118 118 117	101	- 6.7 - 7.5 - 8.0	- 5.8 - 5.2 - 5.8	8.9 9.2 9.9	42 34 35
68	+ 1.2 + 0.7 + 0.4	+ 2.6 + 2.6 + 3.6	2.9 2.9 3.6	237 254 264	85	+ 3.7 + 3.0 + 2.6	— — —	— — —	— — —	102	- 5.4 - 6.2 - 6.7	— — —	— — —	— — —

General Clark Hayford					General Clark Hayford					General Clark Hayford				
No.	ξ	η	θ	α	No.	ξ	η	θ	α	No.	ξ	η	θ	α
103	-10.4 -11.2 -11.7	— — —	— — —	— — —	112	-9.5 -10.4 -10.9	-9.9 -9.0 -9.0	13.6 13.6 14.1	46 42 40	121	+2.2 -1.8 -3.5	+4.7 +1.2 +1.0	5.3 2.9 3.6	245 127 343
104	+1.8 +1.0 +0.5	-14.4 -13.4 -13.4	14.5 13.4 13.4	97 95 92	113	-9.4 -10.3 -10.9	-9.7 -8.6 -9.0	13.5 13.4 14.1	46 41 40	122	-13.7 -15.1 -15.9	-8.0 -10.8 -11.0	15.7 18.6 19.4	30 36 44
105	+5.0 +4.2 +3.7	-11.7 -11.5 -10.7	12.7 12.3 11.4	113 110 109	114	-9.5 -10.4 -11.0	-9.6 -8.5 -8.8	13.6 13.4 14.0	45 40 39	123	-5.8 -6.9 -6.9	+3.9 -1.1 -1.3	7.0 7.0 7.0	326 8 11
106	-3.4 -4.2 -4.8	— — —	— — —	— — —	115	-8.8 -9.8 -10.3	+1.7 -2.6 -3.8	8.9 10.1 11.0	349 15 20	124	+1.0 -0.4 -1.5	-9.2 -13.6 -13.8	9.4 13.6 13.8	96 88 85
107	+6.2 +5.4 +4.9	— — —	— — —	— — —	116	-3.1 -4.0 -4.6	+0.9 -1.4 -1.5	3.1 4.0 4.9	343 20 19	125	+1.8 +1.9 -0.4	+4.2 -1.4 -1.7	4.6 2.4 1.8	247 144 78
108	+2.2 +1.4 +0.8	-14.7 -14.5 -13.8	14.7 16.6 13.8	98 61 94	117	+3.8 +2.9 +2.3	-1.9 -2.1 -2.2	4.3 3.7 3.3	155 148 140	126	-1.1 -2.6 -3.9	-18.2 -22.6 -22.8	18.2 22.6 23.2	87 84 80
109	-2.7 -3.3 -4.1	+6.3 +4.4 +4.1	6.9 5.6 5.7	294 307 315	118	-9.4 -10.3 -10.9	+6.0 +3.9 +3.8	11.1 11.0 11.6	328 339 341	127	+7.6 +6.1 +4.6	-8.1 -13.3 -13.6	11.1 14.6 14.4	134 115 109
110	-11.1 -11.9 -12.5	-9.8 -8.9 -8.9	14.7 14.8 15.4	42 37 36	119	+0.5 -0.5 -1.1	+6.3 +6.6 +6.6	6.4 6.6 6.6	265 274 280	128	-3.9 -5.4 -6.9	-1.0 -4.1 -4.1	4.0 6.8 8.1	15 37 31
111	-10.7 -11.5 -12.1	-15.9 -15.1 -15.0	19.2 19.0 19.3	56 53 51	120	-1.1 -2.1 -2.7	+10.9 +7.8 +7.6	10.0 8.1 8.1	276 285 290					

り。もはや上の如き方法で求めた剰餘は其の儘では地球物理學的意義を表さず多分に測地學上の誤差を含むものと考へざるを得ない。

此のことは觀測方程式より微分式を求めてもわかることであるが、こゝに數值的に其の程度を明瞭に示した。

以上數節に互り縷々説述した目的は偏へに之等の事情を明確にせんがためであつた。識者にとつては或は最初より自明の事柄であつたかも知れない。

§8. 剰餘に對する考察一般

Bessel の橢圓體に準據し、且つ原點の垂直線偏倚を取り除いた剰餘を圖示したものが第 2 圖である。緯度の觀測のみ行はれた點は除外した。又經度と方位角の觀測が共に存在する極く小數の點では、後者を採つた。筆者の經驗によれば上表の垂直線偏倚に於ては方位角の測定結果の方が、比較的確かであると信じたからである。

圖の矢印のしの意味は天文學的天頂が測地學的天頂に對し矢の方向に偏れてゐることをあらはす。反對に錘を吊り下げた場合として考へると、其の錘の下端が矢印と反對の方向に引き付けられてゐ

ることを示すものである。

第2圖 整約せられた垂直線偏倚

第2圖を見て直ちに氣附くことは矢印が一般に陸から海の方へ向つてゐることである。即ち太平洋沿岸でも日本海沿岸でも吊り下げた錘は常に日本の内陸側に引かれて居り、其の中間の一線に沿ふて偏れのない地帯が走つてゐる。たゞ紀伊半島、四國方面に測定が無いので其の地方のことは詳しくはわからない。こゝに調べた材料に関する限り、矢印の方向に就いての此の規則性は本州並に九州地方に於て殆んど例外を認め得ない。たゞ北海道の東北地域即ち網走地方に海より陸の方へ向

ふ所が一部分あるのみである。

津輕海峡を越えて北海道に到れば函館より小樽一帯の地域では矢印はすべて日本海方面へ向き、本州日本海沿岸の状勢を其の儘延長したと考へた場合と殆んど變りがない。海峡に基く影響が殆んど考へ難く、垂直線偏倚に關する限り津輕海峡は存在するもせざるも同じことである様にも思はれる。然し北海道も襟裳岬附近より釧路方面の太平洋に面する地域では矢印はすべて南向きである。或は陸地と日本海溝の影響の合成せられたる結果であらう。更に北海道の東北沿岸斜里、網走、紋別即ち北見地方一帯は矢印が海から陸に向ふ唯一の地帯であつて此の附近一帯の地殻構造上参考と

第3圖 日本島弧に直角な角成分

するに足る。

斯くの如く矢印は一般には陸より海の方へ向ふのみならず、大きく見て日本の海岸線に直角になつてゐる。今假りに日本島弧を一の圓弧と見做し目分量で概略其の中心を浦潮斯徳の邊りに在るものとし其の方向の成分と之に直角、即ち島弧に沿ふ成分とに分けてみる。浦潮斯徳を通る任意の測地線の軌跡は Liouville の定理によつて簡単に作圖は出来るが日本島弧は必ずしも正しい圓弧を爲す譯でもなく、従つて中心の位置と言つても確かなものでは勿論無いから今の場合寧ろ見た目で出

第4圖 日本島弧に沿ふ成分

來るだけ島弧に直角な線を夫々の場所で引いたものに據つた。さうして得られたものが夫々第3圖及び第4圖である。見方によつては其れは多小異つたものにも成り得ること勿論である。

第3圖の島弧に直角な成分は明かに第4圖のものに比べて可成り大きい。これは地形の影響が相當に大きいことを示すものである。

第3圖に就いては更に後で述べる。

第4圖の島弧に沿ふ部分について言へば、勿論求め方にも大いに左右せられるけれども、矢印の分布は必ずしも偶然的なものでは無く、多分に系統的なものが認め得られる様に思はれる。例へば本州について言へば日本海沿岸では秋田の附近から九州一帯まで概して時計的な方向に矢が向いて居

第 5 圖

り、之と反對に太平洋沿岸では反時計的なものが多い。青森附近より北海道西半部、稚内地方では例外なく北向きであり其れに隣れる東半分では南向きであつて北海道中央部で明瞭な不連続様の状態が看取出来る。本州中央部に沿つても亦同じ様に成分の零の地帯が走り其の兩側で向きが反對である。尚ほ静岡附近より佐渡ヶ島近傍への一線に沿ふても其の兩側で様子が相異すると見れば見られないことはない。之等は勿論地形の影響を多分に受けてゐることは確かであるが、然し必ずしも地形のみでは完全に説明しきれないものがある。

§ 9. 關東地方の垂直線偏倚と重力異常

關東地方では特に垂直線偏倚の觀測も多く且つ又比較測定法による重力の測定も他地方よりも可成り澤山行はれた。其の他に此の地方では重力偏差計による觀測が 200 點近くも行はれて居るので筆者は之を利用して重力異常の分布を計算して見た。¹⁴⁾ 第 5 圖がそれであつて異常の性質は觀測と計算の性質上 Bouguer の偏倚に最も近似するものである。之によれば筑波山近傍の大なる正の

第 6 圖 關東地方の垂直線偏倚

異常と東京西方の負の異常が極めて顯著であり、其の他に局部的な小さな異常が認められる。

第 6 圖は此の地方に於ける整約せられた垂直線偏倚である。前掲第 2 圖では圖が混雜するを恐れ極く近接した観測は除いたが此處では其の全部を示した。尙ほ又 ξ のみ観測せられた點は點線で其の模様を示した。

前の第 5 圖と比較し兩方の圖形は可成り密接な聯關をもつことが認められる。即ち矢印の向きは概して重力の大きい方から小さい方へ向つてゐる。東京灣附近の観測の多く存在する地方で特に明瞭である。日本で観測された垂直線偏倚は一面廣地域に亙る大地質構造をあらはすと共に極く局部的な構造をもあらはし得る程確かであることがわかる。

§10. ゼ オ イ ド

次に今迄求めた結果からゼオイドを畫いて見る。第 2 表の値は本邦のゼオイドに最も近似する如き位置におかれたる Bessel 橢圓體に準據せる垂直線偏倚であつた。こゝでは假りに之を用ひることとするが他の橢圓體に準據した場合でも結果は略々同じである。たゞ遺憾なことには此の目的のためには天測點の分布が理想的でない。即ち例へば關東地方の如く必要以上に澤山の観測のある場所が一方にあるかと思へば他方に於て紀伊半島、四國方面の如く皆無な地方もある。皆無の地方は止むを得ないが

第 7 圖 ゼオイド (單位 m)

困るのは東北地方太平洋沿岸であつて、こゝに少くも一つの観測が無ければゼオイドは畫けない。青森並に北海道方面の値を参照し無理に畫くより他今の所仕方がない。

従つて理論的には如何に嚴密であつても將來観測點の増加と共に相當の改變を受くべきは必然であるから此處では簡単に次の様な方法によりゼオイドを求める。

先づ東京近傍から出發する子午線並に平行圈に沿ふては觀測點が非常に多いことに注目し此の二線に沿つたゼオイドの凹凸の斷面圖を求める。即ち先づ此の二線上の ξ, η の値を近傍の觀測より挿入法で求め、次に近接せる地點ではゼオイドと基準橢圓體の距離が直線的に變るものとし前者及び後者に對し夫々

$$H = \frac{1}{\rho''} \int \xi \, ds \quad \text{及び} \quad G = \frac{1}{\rho''} \int \eta \, ds \quad \dots\dots\dots (25)$$

で計算する。残りの地域は此の二線を基準とすることとし、先づ緯度、經度各 $20'$ おきの交叉點に於ける ξ と η を附近の觀測から挿入で求め上式による。高さの零は東京で合はしてある。

此の計算で假定したことは、要するに觀測點と夫れに對應するゼオイド上の一點とを通る水準面が平行であるとしたこと、並に近接せる二點間ではゼオイドの曲率を考慮しなかつたことであつて、重力異常の値と地形とから推察するに其の補正は大約 5% 内外のものかと思はれる。Galle がハルツ地方のゼオイドを求めたときは約 2% であつた。

圖に於て高さの正の地帯は實線で負の地帯は破線で示した。單位は「メートル」である。

これによれば一般に東北日本ではゼオイドは高く西南日本では低い。既に坪井博士も其の著「重力」で述べて居られる如く、若し陸地の密度が比較的小さく、それが密度の大きい物質の上に浮いてゐると假定するならば東北日本の陸地が西南日本の夫れよりも薄いことになる。夫れ等の事情は更に均衡面の深さを求めそれに基く補正をなしたる後に尙ほ殘餘すべき垂直線偏倚を調べれば、もつと正確に判明するであらう。

東北地方より遠州灘附近へかけてゼオイドの最も高い地帯、譬へて言へば山の背に相當するものが走つてゐる。最も高いところは甲府の近傍で約 5 m に達する。一寸簡単に考へると此のゼオイドの背は北海道から九州まで日本の中央山脈に沿ふものと考へられるが事實は必ずしもさうでは無いらしい。遠州灘沿岸より紀州、四國方面にかけて觀測が不足するので確實なことは斷言出來ぬが、此のゼオイドの背は遠州灘附近の沿岸で一應海の方へ出て仕舞ふらしく思はれる。或は伊豆七島より小笠原方面へ走るものかも知れない。ゼオイドの異常が必ずしも地表にあらはれた地形と正しくは對應しないことが日本の場合でも認められる。それは要するに地殻内部の構造を暗示するものであり、斯くの如き狀態を呈せしめた原因を假りに至力の様なものと考へることが出来るならば非常に面白いことと思ふ。

北海道に到ればゼオイドは明かに高くなる。地球橢圓體が Bessel よりも球に近いであらうことは此の事からも認め得る。中央地域に觀測が無いので圖には畫かないがゼオイドの最も高い地帯は略々北海道の中央を横切つて北上し一應海へ出て、然る後東に轉向し千島列島に沿ふて走るものと思はれる。

日本を全體として見るときともかへもゼオイドの背は一般に中央山脈より東に偏れて居る。西南日本では勿論であるが東北日本に於ても概して高い山岳地帯はゼオイドの西側を之と平行に走つて居る。同じ様なことが印度にもある。E.A. Glennie が 1923¹⁶⁾ 年までの観測材料を用ひ國際橢圓體に準據して定めた印度のゼオイドの圖から幾つかの平行圈に沿ふて其の横斷面圖を作つて見るとゼオイドの最も高い地帯は東側即ち印度洋沿岸に極く近く且つ海岸に殆んど平行である。然るに印度に於ては一般に西の地方の方が地勢は高い。亞米利加では垂直線偏倚は可成り多く観測されてゐるが、未だそれからゼオイドは計算されて居らぬ様である。¹⁷⁾

第 8 圖 印度ゼオイド横斷面

然し重力の測定から Bouguer の異常が求められてゐるが、¹⁸⁾ それによれば太平洋沿岸に近きロッキー山脈附近一帯の高原地方では異常は常に負であり、之に反し太平洋岸の平野で海岸に極く近く海岸線に殆んど平行に正の異常地帯がある。Bouguer の異常とゼオイドとは必ずしも一致するものでは無論無いが、

Bouguer の偏倚が正で大きい所でもゼオイドの高いところでも其の近傍地下に正の過剰物質を假定することは必ずしも無理ではなからう。さう考へるならば日本でも印度でも亞米利加でも常に東海岸附近の地下一帯の地殻は比較的密度が大きいのか、或は密度の大きい物質が地表近くまで存在するかとすべきである。之は一面より考へれば之等の地方では東側の海が一般に深いのが事實であるから要するに之等の地方で地殻平衡の假設が成立してゐることを示すものに外ならないが、其の様な異常構造は如何なる作用に基いて成生したか、假りに例へば潮汐摩擦の如き作用のために極く僅かではあるが地球の自轉速度に積年變化があり、其のために比重と高度分布が附近一帯の海洋底と相違する陸地は相對的に東方へ變位し、陸地東海岸附近の地下で抵抗を受けて其の附近一帯の密度が大きくなるといふ様にでも考へて見たならばどうであらうか。勿論之は證據立てる事實が存在するわけでも無く、又力學的に根據があるわけでもない。

§ 11. 地形の補正

吾々は地殻平衡の假設が大體は日本に於ても成立するであらう事を推論した。そこで本節に於ては垂直線偏倚に地形の補正を加へ改めて之を確めておき度いと思ふ。最後の目的とするところは均衡面の深さを決定し、夫れに基く補正を各點に施して斯の様な假説で説明し切れない程度をあらはす一つの分布圖を作製せんとするに在るので地形の補正の計算は其れに都合のいい様に組立てゝあるが、其の調査の完了はいつのことか分らぬ。故にこゝでは單にイソスタシーが大體成立することだけを確めておきたい。

地球を半径 6371 km の球と見做せば P_1' にある微小質量 dm が観測點 P に及ぼす水平方向の引力は、

$$f \frac{dm}{d^2} \cos \left(\frac{\alpha}{2} - \psi \right) \dots \dots \dots (26)$$

である。こゝに f は引力の常數である。

圖の如き小さな圓錐を考へ中心 O から單位距離のところの Surface element を $d\omega$ とし、 ρ を密度とすれば

$$dm = \rho (R+h)^2 d\omega dh = \rho r^2 d\omega dh$$

今 ρ は一定でなく地表より地心に向つて極く僅か増加するものとし

$$\rho = \rho_0 (R/r)^p \dots \dots \dots (27)$$

とする。 ρ_0 は $r=R$ に於ける密度で今假りに之を 2.70 とする。然るときは

$$m = \rho_0 R^p d\omega \int_R^{R+h_0} \frac{dr}{r^{p-2}} = \rho_0 R^2 d\omega h_0 \dots \dots \dots (28)$$

又半径 R のところから h_0 のところまでの圓錐内の物質が P に及ぼす水平引力 δA_{h_0} は

$$\delta A_{h_0} = f \sin \alpha d\omega \int_R^{R+h_0} \frac{\rho r^3 dr}{\{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha\}^{\frac{3}{2}}}$$

であり h は R に較べて小さいから $\frac{h}{R}$ の二乗以上を neglect し且つ $p = \frac{5}{2}$ とおけば

$$\delta A_{h_0} = f \frac{2R^3 \rho_0 \cos \frac{\alpha}{2} d\omega}{D^2} \frac{h_0}{\sqrt{(2R+h_0)^2 + h_0^2 \cot^2 \frac{\alpha}{2}}} \dots \dots \dots (29)$$

となる。 $p = \frac{5}{2}$ とおくことは實際には地殻の密度を一定なりとしたことゝ結果に於ては殆んど變りはない。 h が R に較べて非常に小さいからである。

計算の便利のために全質量が R の球面上即ち P' に凝縮した場合の水平引力を $\delta A'_{h_0}$ とすれば

$$\delta A'_{h_0} = f \frac{R^2 \rho_0 \cos \frac{\alpha}{2} d\omega}{D^2} h_0 \dots \dots \dots (30)$$

であるから

$$\delta A_{h_0} = \frac{2R \tan \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{(2R+h_0)^2 \tan^2 \frac{\alpha}{2} + h_0^2}} \delta A'_{h_0}$$

となり $D = 2R \sin \frac{\alpha}{2}$ を用ひ

$$\delta A_{h_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{h_0^2}{R^2} + \frac{h_0^2}{D^2}}} \delta A'_{h_0} \dots \dots \dots (31)$$

第 9 圖

故に中心角が α_i と α_k , 方向角 (direction angle) が A_i と A_k の間に囲まれた部分が方向角の原方向に及ぼす引力 ΔA_{h_0} は上式に $\cos \alpha$ をかけて積分し

$$\begin{aligned} \Delta A_{h_0} &= f \rho_0 h_0 (\sin A_k - \sin A_i) \left\{ \cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_i}{2} + \log \tan \frac{\alpha_k}{4} - \log \tan \frac{\alpha_i}{4} \right\} \\ &= f \rho_0 h_0 (\sin A_k - \sin A_i) \left\{ \log \frac{a_k}{a_i} - \frac{5}{48} \frac{a_k^2 - a_i^2}{R^2} \right\} \dots \dots \dots (32) \end{aligned}$$

となる. a は PP' 間の球面上の距離である.

垂直線偏倚の角度の秒に換算した値 dD'' を求めるために之に ρ''/g をかけ, 且つ h_0 を「メートル」単位であらせば

$$dD'' = 0''.00380 h_0 (\sin A_k - \sin A_i) \left\{ \log \frac{a_k}{a_i} - \frac{5}{48} \frac{a_k^2 - a_i^2}{R^2} \right\} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{h_0}{R} + \frac{h_0^2}{D^2}}} \dots \dots \dots (33)$$

今

$$(\sin A_k - \sin A_i) \left\{ \log \frac{a_k}{a_i} - \frac{5}{48} \frac{a_k^2 - a_i^2}{R^2} \right\}$$

が常に 1 となる様に左圖の如く分割すれば

$$dD'' = 0''.00380 \sum h_0 \sqrt{1 + \frac{h_0}{R} + \frac{h_0^2}{D^2}} \dots \dots \dots (34)$$

h_0 が負の場合即ち海に對しても全く同じ方法を用ひ得る. 此の場合海水の比重は平均 1.03 であるから 2.70-1.03 に相當する比重不足の物質があると考へると

$$dD'' = -0''.00234 h_0 \sqrt{1 + \frac{h_0}{R} + \frac{h_0^2}{D^2}} \dots \dots \dots (35)$$

となり h_0 を此の場合海の深さと考へればよい.

h_0 は各區劃の平均の高さ或は深さであつて地形圖及び海圖を經度, 緯度の網目に分割し各交叉點の高さを讀みとつて其の平均をとる. 各區劃が少くも 10 個の交叉點を含む様に觀測點からの距離に應じて豫め作製した一千万分一, 百萬分一, 二十萬分一, 五萬分一の海圖及び地形圖を用ひた. たゞ測點の極く近傍 $0^{\text{km}} - 1^{\text{km}}$ の範圍では其の讀みとりが困難であるから省略し, 且つ補正は觀測點から 1104^{km} までの範圍に止める.

第 3 圖の日本島弧に直角な矢印に相當する垂直線偏倚の成分に對し, 斯くの如き方法で補正した結果を第 11 圖に示す. 圖の意味は海面より高い陸地では過剰の物質があり, 又海水の部分では陸地と海水の比重の差に相當する物質の不足があるものと考へ, 觀測點の近傍で丁度海面の高さの平原が遠くまで擴がつて居り且つ又地下の構造は一樣なりと假定したる場合に觀測さるべき垂直線

第 10 圖

第 11 圖 地形の影響を補正した垂直線偏倚

偏倚の此の方向の成分をあらはすものである。計算は未だ一部の點に對してのみ完了したにすぎないので正確な數字は完了後報告する心算であるが、之れ丈の結果からも垂直線偏倚の絶對量が小さくなることは確かであり、尙ほ其の上に著しいことは太平洋岸では矢印の向きが反對となることである。恐らく本州太平洋方面海底下の物質は比較的比重の大なることを示すものであり、太平洋が日本海に比し概して深きに想到すれば地殻平衡の説に述べらるゝ如き構造が Pratt の如く考へるか Airy の如く考へるかなどは別問題として、ともかく本邦に於ても成立してゐることを示すものに他ならない。たゞこゝに注意すべきは初め地形の補正を加へたるものに依つて ξ_0, η_0 を求め、

然る後に剩餘を計算した場合には、それがどうなるかは確かにはわからない。

§ 12. 結 論

本邦に於て觀測せられた垂直線偏倚は既に夥しい數に達するが單に是等の觀測結果を圖上に記入して見ても其の分布に關して明瞭な概念を得ることは極めて困難である。然るに一方に於て是等の觀測結果を詳細に調査して見ると著しい系統差の存在することに氣附く。此の系統差は主として測地座標の算定に際し假定せられた準據橢圓體の位置、赤道半徑、及び子午線の扁率に起因するものである。測地座標に影響を及ぼし得る因子は是等の他にも存在するが、その影響は極めて微小であつて此の系統差を説明するには極めて不充分である。故に先づ日本のゼオイドに最も適合する準據橢圓體の位置を決定する。嚴密には其の橢圓體の大きさと形狀をも決定して之に據らなければならぬわけであるが地球上の極く狭い地域の觀測から之を決定することは困難であるのみならず寧ろ不合理であるとさへ考へられる。たゞ非常に異なる値となる疑問が存在するならば、之を考へないわけに行かぬので參考として解いて見た。其結果少くとも、吾々の問題に對しては差支へないといふ事が認められた。それでこゝでは假りに Bessel の地球橢圓體に據ることとし、其の位置のみを修正することにした。なほ Clark や Hayford の橢圓體、或は吾々が定めた橢圓體に據る場合でも求められた剩餘は九州より北海道の範圍の地域では殆んど差異のないことが實際の計算で知られる。これより遠い地域になると垂直線偏倚は準據橢圓體の赤道半徑と扁率とによつて可成りの影響を受ける。夫れ故に本論文では論議を比較的其の影響の微細なる地域のみに限定した。

得られた結果の概要を極く簡単に摘記すれば次の如くなる。

(i) 第 2 圖は斯くの如き方法で修正せられた垂直線偏倚の分布を示す。矢印の方向は、天文學的天頂が測地學的天頂に對して其の方向に偏つてゐることをあらはし、反對に錘を吊り下げた場合にして考へると、錘が矢印と反對の方向に引き付けられてゐることを示す。即ち錘は概して陸地に引かれて居り、しかも第 3 圖と第 4 圖とを比較して日本の島弧に強く引かれてゐることが認められる。

(ii) 關東地方の重力異常と垂直線偏倚とを比較對照したものが第 5 圖及び第 6 圖である。垂直線偏倚は大地域のみならず局地的な地殻構造に對しても有力なる參考となり得る。

(iii) 第 2 圖の結果を用ひゼオイドを畫いたものが第 7 圖である。ゼオイドは概して東北日本に於て高く西南日本に於て低い。且つ一般には地表にあらはれた地勢とは可成り趣きを異にする。ゼオイドの比較的高い地帯が東北地方より遠州灘附近へ走る。それは重力の最も大きい地帯と略々平行である。ゼオイドの比較的高い地帯が必ずしも西南日本の中央線に沿つて延長しないことは注目に値する。それは日本近傍の地殻の構造と其の成因に對して何等かの參考となり得るであらう。

(iv) 地表にあらはれたる山岳は過剰であり、海では陸地と海水の比重の差に相當する物質の不足ありと假りに假定して地形の補正を若干の點に對して加へる。其の結果は第 11 圖であつて、太平洋岸では矢印しの向きが前と反對となる。之れは恐らく太平洋方面海底では過重の物質の存在することをあらはし地殻平衡論に述べらるゝ如き機構が本邦附近でも同様成立してゐることを示すものに他ならない。

本研究に對し恩師平山清次博士は終始御懇切なる御指導を賜はつた。又先輩、秋吉利雄大佐並に畏友桑原新君には色々と御援助を辱ふした。こゝに深き感謝の意を捧げる。些少なりとも學者の參考となれば深き喜びとするところである。

(昭和十二年六月、氣象學會にて講演)

- (1) K. Atumi: Jap. Journ. Astro. Geophys., 10 (1933).
- (2) Y. Kawabata: Bull. Earth. Res. Inst., 13 (1935).
- (3) 松澤博士「地球物理學」寺田、坪井博士「地球物理學」筆者、天文月報昭和十一年、其の他。
- (4) Bessel: A.N. 14 卷。
- (5) O. Schreiber: Formeln und Tafeln zur Berechnung der geo. Koord. etc, Berlin 1878.
- (6) 武藤：饗庭野基線測量報告(昭和五年)同天神野基線測量報告(昭和六年)陸地測量部。
- (7) 筆者：比較基線測量報告(昭和七年)。陸地測量部。同人。天文月報二十三卷。
- (8) F.R. Helmert: Höhere Geodarie, Bd. I.
- (9) 同前。
- (10) W. Jordan: Vermessungskunde Bd. III.
- (11) A.R. Clark: Ordnance trigonometrical Survey of Great Britain and Ireland. etc.
- (12) 同前。
- (13) J. Hayford: Coast & Geodetic Survey, 1909.
- (14) 坪井: Bull. Earth. Res. Inst., 13 (1935).
- (15) 筆者。氣象集誌昭和十二年。
- (16) E.A. Glennie: Survey of India, Proff. Paper. No. 27.
- (17) Coast and Geodetic Survey: Spec. Pub. No. 110.
- (18) Wien-Harms: Handbuch der Exp. Phys. Bd. XXV. 2.

水の化学分析法検討(第八報)*

溶在酸素定量に就いて

朝比奈貞一

序

水に溶解せる遊離酸素の滴定法として一般に用ひられてゐるのは L. W. Winkler の方法で之は

* T. Asahina: A Critical Study on the Methods of Water Analysis. (VIII). On the Determination of Dissolved Oxygen. 中央氣象臺彙報。