ダインス風壓計に就いて*

池田品夫

§1. 緒言

ダインス風壓計の記録とリシャルのアネモシネモグラフの同時の記録を比較して見ると非常な相違のある事は誰でも氣のつく事である。リシャルのアネモシネモグラフは小さい週期の振動が消される事は明にされて居る。⁽¹⁾之に反してダインスの記録には小さい週期の振動が多く出て居る。若し大氣中に起る大きな風の振動の週期と言ふ様なものを測定したい様な場合に何方の記録を採用するかによつて非常な相違が起る様に思はれる。

ダインス風壓計はその記象の上に影響を及ぼすものにしては導管の摩擦、浮子の慣性の影響等がある。今之等の影響が如何なる程度に利いて來て記録に表れた振幅なり週期なりが如何なる程度迄活用出来るかを檢べて見たい。此處では導管の摩擦の影響は次に譲り浮子の慣性の影響を少ししらべて見た。

ダインス風壓計の浮子が静止して居る時に他から力が働くと浮子はその平衡の位置を中心として上下に振動する。故にこの浮子に風壓が働いて浮子を動かすのは丁度振子に風壓が働いてその重錘を動かすのと同様の機構であらう。

地震計に於てはその固有周期が非常に重要な役割をなして居るがダインス風壓計に於ても同様な事が言はれないかと言ふ疑問を生ずる。ビュキー氏⁽²⁾は既にこの問題を研究したが、同氏の取扱つた器械は本邦のものとは異なつてゐるから、茲には本邦現用のダインス風壓計に就て研究をして見よう。

本文に於ては先づ第一にこの浮子の動力學的⁽³⁾な運動方程式を導き之が第一近似に於ては一つの單振動の式となる事を示し、以下地震計の理論と同様な行方により風が周期的に來る場合に於ける振子の運動を考へて見た。

§2. 運動の方程式

故中野博士の求められた靜力學的な關係を動力學的に發展したものである。

今記號は岡田臺長先生の器械學⁽³⁾と全く同様のものを用ゐる浮子の内外の風壓 p_1, p_2 に對して靜的に釣合にある浮子の位置（風の無い時よりの變位）を x , 水面の降下を h_1, h_2 とすると、次の關係がある⁽³⁾。

* S. Ikeda: On Dines' Pressure Tube Anemometer. 中央氣象臺彙報.

(1) 大田正次: 天氣と天候. 第2卷, 265頁.

(2) A. Büky: Phys. Zeitschr. 1909.

(3) 岡田武松: 氣象器械學 (岩波) 158頁.

$$(b^2 - a^2)h_2 = a^2x + r^2h_1 - \int_0^{x+h_1} (a-f)^2 dx \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\pi(p_1 - p_2)a^2 = \pi g \gamma \int_0^{x+h_1} [a^2 - (a-f)^2] dx \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$p_1 - p_2 = g \gamma (h_1 - h_2) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$h_2 = \frac{r^2}{b^2} h_1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

今この釣合の位置より少しく異つた x' なる位置にこの浮子が来た時にこの浮子に働く力系を考へる事にする。この時の水面の降下は h_1', h_2' とすると

$$\text{風圧はやはり } p_1, p_2 \text{ である故に } p_1 - p_2 = g \gamma (h_1' - h_2')$$

$$(3) \text{ を考へて } h_1 - h_2 = h_1' - h_2' \text{ 式は } h_1 - h_1' = h_2 - h_2' \quad \dots\dots\dots (5)$$

又 (1) と同様に次の関係がある。

$$(b^2 - a^2)h_2' = a^2x' + r^2h_1' - \int_0^{x'+h_1'} (a-f)^2 dx \quad \dots\dots\dots (6)$$

風のない時よりの浮力の減少は (2) と同様に

$$= \pi g \gamma \int_0^{x'+h_1'} [a^2 - (a-f)^2] dx \quad \dots\dots\dots (7)$$

x' なる位置に變位した爲に働く力は (7) より (2) の右邊を引けばよい。之を F とすると

$$F = \pi g \gamma \int_0^{x'+h_1'} [a^2 - (a-f)^2] dx - \pi g \gamma \int_0^{x+h_1} [a^2 - (a-f)^2] dx \quad \dots\dots\dots (8)$$

この式を (1), (6) の関係を用ひて書き直すと

$$F = \pi g \gamma (b^2 - r^2) (h_1' - h_1)$$

故に抵抗を考へに入れない時の運動の方程式は

$$M \frac{d^2 x'}{dt^2} + \pi g \gamma (b^2 - r^2) (h_1' - h_1) = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

M は浮子の質量である。

h_1' を x' を用ひて表はすのであるが、その爲に (6) より

$$(b^2 - r^2)h_2' = a^2x' + r^2h_1' - \int_0^{x'+h_1'} (a-f)^2 dx$$

この式の中に中野博士によりて與へられた

$$f = a \left\{ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{b} \right)^2} + \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right\}$$

の関係式を入れて x' と h_1' との関係を求める。

$$\int_0^{x'+h_1'} (a-f)^2 dx = a^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right\} \frac{2}{\kappa} (\sqrt{1 + \kappa(x' + h_1')} - 1) + a^2 \left(\frac{r}{b} \right)^2 (x' + h_1')$$

故に (6) 式は

$$\begin{aligned} a^2 \left\{ 1 - \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right\} \frac{2}{\kappa} (\sqrt{1 + \kappa(x' + h_1')} - 1) + \left(\frac{r}{b} \right)^2 (x' + h_1') a^2 \\ = a^2 x' + r^2 h_1' - (b^2 - a^2)(h_1' - h_1 + h_2) \end{aligned}$$

此の式を解き

$$\frac{b^2 - a^2}{a^2} (h_1' - h_1) = x' + \frac{2}{\kappa} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \left\{ 1 - \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \kappa x' + \left(\frac{a}{b} \right)^2 h_1 \kappa} \right\}$$

$h_1 = \frac{\kappa}{4} x^2$ なる故に

$$\begin{aligned} &= x' + \frac{2}{\kappa} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \left\{ 1 - \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \kappa x' + \frac{a^4}{4b^4} \kappa^2 x^2} \right\} \\ &= x' + \frac{2}{\kappa} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \left\{ 1 - \left(1 + \frac{a^2}{2b^2} \kappa x \right) \sqrt{1 + \frac{\frac{a^2}{b^2} \kappa (x' - x)}{\left(1 + \frac{a^2}{2b^2} \kappa x \right)^2}} \right\} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

此の式の中の $h_1' - h$ を運動の方程式 (9) に入れて解けば宜いのであるが複雑であるので根號内を展開して近似的に解いて見る事にする。根號内を展開して整理すると

$$= (x' - x) \left\{ \frac{\frac{a^2}{2b^2} \kappa x}{1 + \frac{a^2}{2b^2} \kappa x} + \frac{\frac{a^2}{2b^2} \kappa (x' - x)}{2 \left(1 + \frac{a^2}{2b^2} \kappa x \right)^3} + \dots \right\}$$

運動の方程式は

$$M \frac{d^2 x'}{dt^2} + \pi g \gamma (b^2 - r^2) \frac{a^2}{b^2 - a^2} (x' - x) \left\{ \frac{\frac{a^2}{2b^2} \kappa x}{1 + \frac{a^2}{2b^2} \kappa x} + \frac{\frac{a^2}{2b^2} \kappa (x' - x)}{2 \left(1 + \frac{a^2}{2b^2} \kappa x \right)^3} + \dots \right\} = 0 \dots \dots (11)$$

或は

$$\frac{d^2 \chi}{dt^2} + w^2 \chi + \alpha \chi^2 + \dots = 0$$

茲に

$$\chi = x' - x$$

$$w^2 = \frac{1}{M} \pi g \gamma (b^2 - r^2) \frac{a^2}{b^2 - a^2} \frac{\frac{a^2}{2b^2} \kappa x}{1 + \frac{a^2}{2b^2} \kappa x} \dots \dots \dots (12)$$

$$\alpha = \frac{1}{M} \pi g \gamma (b^2 - r^2) \frac{a^2}{b^2 - a^2} \frac{\frac{a^2}{2b^2} \kappa}{2 \left(1 + \frac{a^2}{2b^2} \kappa x \right)^3} \dots \dots \dots (13)$$

$$\frac{\alpha}{w^2} = \frac{1}{2 \left(1 + \frac{a^2}{2b^2} \kappa x \right)^3} \frac{1}{x} \dots \dots \dots (14)$$

現に中央氣象臺の風力塔に備へ付けられてあるカセラ製の風壓計では $\frac{a^2}{2b^2}\kappa=0.061$ の程度である。(13) 式は x の大な所では零に近づき $x=1$ の所では $\frac{1}{2}$ である。即ち x の大な所では α は w^2 に比べて無視して良い。此の場合には運動は單振動となり、その固有週期は次式によつて決定される。

$$T_0=2\pi \sqrt{\frac{M}{\pi g \gamma (b^2-r^2) \frac{a^2}{b^2-a^2} \frac{1}{1+\frac{a^2}{2b^2}\kappa x}}} \dots\dots\dots (15)$$

此の式に現用のカセラの器械の常數 $a=7.7$, $b=12.5$, $M=2300$ を用ひ、又 $\gamma=1$, $g=980$ としてその週期を計算して見ると

$x=17$ cm (風速 50 m の位置)	で 0.78 秒
$x=10$ cm (" 30 m ")	で 0.90 秒
$x=5$ cm (" 15 m ")	で 1.15 秒
$x=3$ cm (風速 10 m の位置)	で 1.4 秒
$x=2$ cm (" 7 m ")	で 1.7 秒
$x=1$ cm (" 3 m ")	で 2.1 秒

となり實測と殆ど一致する。

となり、實測では x の位置に殆ど無關係に約 1 秒内外 ($x=17$ cm で 0.9 秒, $x=2$ cm でも 1.1 秒) であるから、 $x=3$ 厘以下の邊では大部實測とかけ離れて居る事が判る。

此の原因はよくは判らないが主として初の假定即ち p_1-p_2 は振動中に不變であるとした爲であらう。外からの風壓が一定である時浮子が自由振動をするならばその浮子の内外の壓力が變化する事は明である。 p_1 の變化は浮子内の容積の少い時程大きい。即ち x の小さい所程大きい。 p_2 はそれに反してさう大きな變化はしない。此等の p_1, p_2 の變化が主として上の様な誤差を生ぜしめるものと想像される。その上 x の小い所では (11) 式から判る様に方程式の第三項即ち變位の二乗に比例する項が無視出來なくなり振動は猶一層複雑なものとなる。この様な事も上の様な不一致の原因であらう。

§3. 風速が週期的に變る場合の浮子の運動

x の餘り少くない時の運動の方程式は

$$\frac{d^2x'}{dt^2} + w^2(x' - x) = 0$$

今風速が週期的に變る場合即ち x が $x+a \cos pt$ なる場合には w^2 も x の函數である爲に一般には非常に六かしい式となるが風の振幅が餘り大きくない限りその變化は無視して良い。

その場合の浮子の運動は次式にて表はされる

$$x' = A \cos wt + B \sin wt + \frac{w^2}{w^2 - p^2} a \cos pt$$

即ち w に比べて p が充分少さければ浮子の強制振動の項は忠實に風の變化を記録する。又制振作用を考へに入れると

$$\frac{d^2 x'}{dt^2} + \kappa \frac{d(x' - x)}{dt} + w^2(x' - x) = 0$$

となり、強制振動の項のみを取ると

$$x' = x + a \cos pt + \frac{ap^2}{\sqrt{(w^2 - p^2)^2 + \kappa^2 p^2}} \cos(pt - \beta)$$

となる。現今問題にされる風の週期は多く一分式は其以上のものが多い故に $p \ll w$ で第 3 項は

$$\frac{ap^2}{w^2} \cos(pt - \beta)$$

と置き得る。3 秒以上の週期の風に對してその係数は $\frac{a}{10}$ 以下となり無視して良い程度であらう。又位相の遅れも勿論起るが之も同様に大きな週期のものに對しては無視して良い程度のものである。然し風の週期が浮子の自己振動の週期に近い時は共振的に却つて振幅に増して来る。

1 秒程度の風の週期が無いと言ふ事は判然と認められた事實でない。然し之迄多く問題にされたのは數十秒程度のものが多く數十分の週期のものは岡田臺長が早くより指摘されて居る。この事より現在の所ダインス風壓計の自己振動の影響は無視してよい程度のものである。

一般にはダインス風壓計は週期の長いものよりは短いものの方が却つて振幅は大きく出ると言ひ得るのであつて、之はアネモ等々は逆の傾向⁽¹⁾であつて二の同時の記象を比較して見ても直に氣のつく事柄である。

小さな週期の風速も忠實に絶縁せしめる爲には固有週期の短いもの程良い。固有週期は (14) 式により決定されるのであるから (14) 式の中の常数を適當に定める事により任意の週期を持つ風壓計を造る事が可能である。週期の短いものも忠實に記録せしめるにはその固有週期が短い方が良い。之の爲には出来る丈 b を a に近く造り又 M を少く造る方が良い。之は外筒の徑を少く造り又浮子の金屬を軽いものにするのである。この逆にすれば長い週期のものが得られる。尙 Bäcky 氏は之と同様な問題を取扱つて居る事は前に述べた通りであるが同氏のやり方は餘り感心出来ない。

浮子の運動方程式として $M \frac{d^2 x}{dt^2} + K \frac{dx}{dt} + p = 0$ とし p は浮子の内外の壓力の差 $p_1 - p_2$ を取り之から色々と議論を進めて居る。此の様な考へ方だと定速度の風が吹いて居る時でも浮子は幾らでも上つて行く。

終りに岡田臺長先生、三浦榮五郎技師の御指導、測候掛の諸兄の平生の御激勵を感謝する。

(1) 58 頁脚註 (1).