大氣環流力學の數量的調査(2)*

櫻庭 信一

§1. 緒言

§2. 赤道環流の力學的勢力消耗補充に就いて

§3. マルグレス乾燥大氣循環系としての赤道環流

§4. フイツカーの赤道環流に於ける熱勢力出入算出と運動勢力

§5. 中緯度環流に就いて

§6. 中緯度環流系に關する V. Bjerknes の模圖に就いて

§7. 結語

§8. 補遺 地球廻轉のエネルギーが大氣環流維持に消費されるとすれば廻轉速度が 100 年に 0.01~2 秒遅れる程度で充分である。

§1. 緒言

本文は前報“亂流と大氣環流”(1)の續報である。數量的調査と題した事は別に深い意味がある譯でなく、從來流體力學の基本式から出發して實際現象を證明せんとして來た立場から少しく離れて、勢力消耗、供給、環流系維持等に就いて大體その大きさを見積つてみたに過ぎない。只從來空氣の運動勢力を論ずる際に看却せられて來た地球廻轉の影響が大氣環流系を論ずる際に一次的に重要因子たる事を強調した事は特長と云へば特長とも云へよう。

§2. 赤道環流の力學的勢力消耗補充に就いて

茲に赤道環流とは赤道低壓部と溫帶高氣壓との間の環流を意味するもので、恒信風と稱する低層流と反對恒信風と稱する上層流により特性づけられる環流である事は良く知られてゐる。此の環流系は大氣環流三系の中で最も定常であるが今其の勢力維持に就いて簡單な考察を與へて見よう。

今緯度 φ に於て靜止せる氣塊がその角運動量を保存して同一水平面に沿ふて ($r = \text{const.}$) 緯度 φ' に來たとする。

然らば緯度 φ に於ける角運動量 Ω は

$$\Omega = -r^2 \cos^2 \varphi \cdot \omega, \quad \omega: \text{地球廻轉の角速度}$$

であり、緯度 φ' に於ける角運動量 Ω' は

$$\Omega' = -r^2 \cos^2 \varphi' (\dot{\lambda} - \omega)$$

である。此れを等置して

$$\dot{\lambda} = \omega \left[1 - \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi'} \right].$$

* S. Sakuraba: Some Quantitative Studies on the General Circulation of the Atmosphere (2). 中央氣象臺彙報

(1) 櫻庭信一: 亂流と大氣環流, 本誌. 第二輯, 第十五卷, 第八號 (昭和十二年八月).

茲に λ は經度に沿ふ角分速度である。然らば經度分力 u は

$$u = r \cos \varphi' \dot{\lambda} = r \omega \frac{\cos^2 \varphi' - \cos^2 \varphi}{\cos \varphi'}.$$

今此の式を用ひて緯度 20° に靜止せる氣塊が緯度 10° に移動したとすれば、東風 41 m/sec. となる。之は實際に考へられない程過大である。即筆者が第 1 報で明らかにした様に、角運動量は其の儘緯度圈から緯度圈に傳播せらるゝものではなく、途中に於て周圍の空氣と混合を起して角運動量の減衰を招致するは明らかであるから、假りに今計算値の半分を取つて東風 20 m/sec に相當する角運動量勢力供給があつたものとしよう。然らば之は地面摩擦の爲に何日にして破壊せらるゝや？ 地上風速として上述の 20 m/sec を採用する。此れは無論過大に失する算定であるが、計算の性質上斯くの如く理想化された想定でも、大體の見當をつける分には差支へない。

然らば表面摩擦は $\rho \kappa V^2$ なる式に於て

$$\rho = 10^{-3}, \quad \kappa = 0.002, \quad V = 2 \times 10^3$$

と置いて 8 dyne/cm² を得る。

κ は R. C. Sutcliffe の調査によつて $\kappa = 0.004 \sim 6$ を用ふべきであるが、之は高緯度で得た値であり、赤道流は元來定常流で摩擦流を伴ふ事が尠いからである。

抵面積 1 cm² の空氣垂直柱を考へ、その高さを 5 km、風速を 20 m/sec. とすればその能率は

$$10^6 \text{ gm. cm/sec.}$$

であり、從つて表面風は $\frac{1}{8} \times 10^6$ sec. にして破壊されて仕舞ふ。

從つて之を補ふ爲に 10° の緯度の間を角運動量を運搬するに要する速度は $1^\circ = 111 \text{ km}$ として

$$\frac{110 \times 10^6}{\frac{1}{8} \times 10^6} \text{ cm/sec} \doteq 8.9 \text{ m/sec.}$$

を得る。

茲に注意を要する點は、現在の計算は D. Brunt, H. Jeffreys 等のものとは違つて、現在地上に存在する風系が如何に變形するかを目標とした計算でないから、風系の破壊される日數は速きに失するのは止むを得ない。

以上極めて亂暴な算定ではあるが、大體貿易風系の力學的勢力維持の數量的解決を把握し得たかに思ふ。

§3. マルグレス乾燥大氣循環系としての赤道環流

前節の計算は單に貿易風系が力學的に維持出来る事を證明した丈で、此の風系に熱的勢力が働いてゐない事を意味したのでは毛頭ない。

故に熱力學的勢力關係を調査する意味で M. Margules の計算に倣つて乾燥大氣と見做したる赤

道環流のモデルに就いてその勢力の出入を算定して見よう。⁽¹⁾勿論赤道環流に就いて水蒸氣の遊離に依る潜熱の供給を無視する事は頗る迂遠ではあるが、先づ此の様な理想の場合を考究して見るのも無駄であるまい。第 1 圖に就いて考へる。

第 1 圖

A 點に於ける氣壓 P_1 は B 點の氣壓 P_2 より大とする。A は $P_1\tau_1$ 溫帶高氣壓に相當するもので $P_1=765$ mm, $T_1=293^\circ K$ (北半球, 夏季 Tenerife に於ける氣溫) を採用する。

空氣は $A \rightarrow B$ に斷熱的に移動し, B に於て熱の供給を受けて T_1' より T_2 に昇溫する。 T_2 は H. v. Ficker に倣つて $T_2=300^\circ$ P_1T_1 P_2T_2 K とおき, $P_2=755$ mm を採用する。之は大體赤道低壓部の氣壓示度である。

B 點に於て浮力を得た空氣は C 點まで斷熱的に上昇する。問題を簡單にする爲に垂直方向には空氣は對流平衡の状態に在るとする。従つて重力に逆つて爲す仕事は無視されてある譯になる。C 點より D 點に亦斷熱的に移動し, C 點に於て冷却を受けて氣溫は τ_2' より τ_1 に下降する。D 點より A 點に向つて空氣はその低溫の爲に斷熱的に沈降する。斯くて環流は完了する。

此の環流系に於ては, B に於て $Q=C_p(T_2-T_1')$ の熱量を賦與され, D に於て $Q'=C_p(\tau_2'-\tau_1)$ の熱量の剝脱を蒙る $Q-Q'$ が仕事に變換した勢力であり, 氣壓傾度を維持する仕事に外ならない。

茲に C_p は空氣の定壓比熱で

$$C_p = 0.2375 \frac{\text{Kal}}{\text{kg degree}}$$

の數値を持つ。

乾燥空氣の測高公式

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T_0 - \alpha z}{T_0} \right)^{\frac{g}{R\alpha}}$$

に於て

$$\alpha = 0.01 \text{ degree/m}, \quad R = 29.27 \text{ gm.}^2\text{sec}^{-2}$$

を用ひて

$$\tau_1 = 211^\circ K, \quad p_1 = 249.18 \text{ mm}$$

$$\tau_2 = 218^\circ K, \quad p_2 = 253.64 \text{ mm}$$

を得る。但し高さ h としては Ficker の $h=8200$ m を用ゐる。

又

$$T_1' = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{0.2384}, \quad \tau_2' = \tau_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{0.2384}$$

により

$$T_1' = 291.89^\circ K, \quad \tau_2' = 216.91^\circ K$$

となる。

斯くして

$$Q = C_p(T_2 - T_1') = 8.11 C_p = 1.92 \text{ Kal/kg},$$

(1) F. M. Exner: Dynamische Meteorologie, S. 169 (1925).

D. Brunt: Physical & Dynamical Meteorology, p. 288 (1934).

$$Q' = C_p(\tau_2' - \tau_1) = 5.91 C_p = 1.40 \text{ Kal/kg}$$

となり、仕事に變換せる量として

$$Q - Q' = 0.52 \text{ Kal/kg}$$

を得る。即 1 kg の空氣に就いて 0.52 Kal の熱量を賦與する事によつて、氣壓傾度を維持する事が出来る。

§4. フィッカーの赤道環流系に於ける熱勢力出入算出と運動勢力

赤道環流系に於ける熱勢力の出入に就いては古くは H. U. Sverdrup⁽¹⁾の浩瀚な調査があり、最近では觀測船 Meteor の材料を精査した H. v. Ficker⁽²⁾の研究がある。第2圖は Ficker によつて得られた赤道環流の模圖である。

第2圖に於て、 T_0, q_0 (比濕) は赤道に於ける値であり、

$$T_0 = 27^\circ\text{C}, \quad q_0 = 18 \times 10^{-3}$$

の數値である。

赤道に於て上昇せる濕潤空氣は降雨を齎しつつ、高さ H なる T_H, q_1 の所に達する。

氣塊は更に沈降しつつ北進し D 點に達する。 D は溫帶高氣壓の發散の場所である。

空氣は茲に於て二派に別れ、一は上層を其の儘赤道に向ふ氣流となり、之は高温にして乾燥である。他は D 點より更に若干北進しつつ下降して赤道に向ふもので、低温なれど多濕である。兩者の間には隔然たる不連續面 (混合層) が存在する。圖で $\times$ 點で示したのは Teneriffa の Izano 觀測所の位置で此所の觀測では

$$T_2 = 20^\circ\text{C} \text{ (夏)}, \quad q_1 = 3 \times 10^{-3}$$

である。

此の循環模圖によつて熱の出入を算定する事は容易である。

即熱の供給としては

$$Q = r(q_2 - q_1) + r(q_0 - q_2) + C_p(T_0 - T_2) = r(q_0 - q_1) + C_p(T_0 - T_2)$$

であり、熱の逸散は

$$Q' = C_p(T_1' - T_1) + C_p(T_2' - T_2)$$

で、茲に

$$T_1' = T_H + \gamma(H - h), \quad T_2' = T_1 + \gamma h.$$

従つて

$$Q' = C_p(T_H + \gamma H - T_2).$$

r は氣化潜熱で 600 Kal/kg, T_H は斷熱圖から容易に求められて

第 2 圖

(1) H. U. Sverdrup: Der nordatlantische Passat, Veröff. d. Geophys. Inst., 2 (1917).

(2) H. v. Ficker: Bemerkung über den Wärmeumsatz innerhalb der Passatzirkulation, Sitz. Ber. Preuss. Akad. Wiss., XI (1936).

$$H=8200 \text{ m} \quad (T_H=-16^\circ\text{C}).$$

γ は断熱減率, h は T_1, q_1 の高さである.

$$\text{然らば} \quad Q=10.66 \text{ Kal/kg}, \quad Q'=9.33 \text{ Kal/kg}$$

を得る.

即熱勢力は 1 kg の空氣に就いて 1.33 Kal の供給である事を知つた.

緒、吾々は前節に於て摩擦に依る、環流系の勢力消耗は角運動量の補給によつて説明出来る事を述べた。今同様な考へを用ひて、緯度 30° に静止せる氣塊が角運動量を保存して緯度 0° まで移動したとすれば勢力供給は速度東分の 100 m/sec の増加を意味するから、1 kg の空氣に就いて

$$\frac{1}{2} \times 10^{11} \text{ erg/kg} = \frac{1}{2} \times 10^4 \text{ joule/kg} = 5 \times 10^3 \text{ joule/kg}$$

である。(1)

$$\text{熱勢力供給は} \quad 1.33 \text{ Kal/kg} = 5.6 \times 10^3 \text{ joule/kg}$$

であり、兩者は大體同じオーダーである。

筆者は之を以て、直ちに赤道環流系の熱勢力による維持機巧を否定せんとする意圖は毛頭ない。只大いさの上からは兩者同一程度である事に就いて、大方の注意を喚起せんとしたに外ならない。

§5. 中緯度環流に就いて

中緯度環流は V. Bjerknes 其の他のノルウェー學派によつて早くから注目されて來た様に特異なる環流系を形成する。

即赤道環流は熱勢力が運動勢力に變換する環流系で、つまり熱エネルギーが環流系を保持するものと考へられてゐるが、中緯度環流は運動勢力が熱勢力に變換する環流系と云はれる。換言すれば熱的勢力は中緯度環流維持に働く勢力源であり得ない。

中緯度環流系は巨視的に亂流系を形成するから少しく仔細に此の邊の事情を觀察して見よう。

即此の系内に於ては氣壓傾度と氣溫傾度とが同一方向をとる事である。此の場合氣壓傾度は相當の厚みを以て保持されるものである。

以上は溫帶高氣壓及び亞寒帶低壓部に限界せらるゝ中緯度流が赤道流の如く反對層流を持ち得ない理由である。

之は勿論平均狀態に於ける議論であるが、低高氣壓の去來を考察に入れた場合でも同じ様な事が云へる。

(1) 茲に注意を要する點がある。即此の意味は同一氣塊を或る閉曲線に沿ふて循環してゐる時の勢力供給の意味でない。現在の場合であると緯度 30° の角運動量を持つ氣塊と、赤道の角運動量を持つ氣塊とを別々に考へる事によつて赤道環流の勢力供給が力學的に成立する事を意味するものである。之は地球迴轉勢力の環流勢力變換を假定せる事に外ならない。(藤原博士の御注意による)。

F. Baur⁽¹⁾が Hamburg 獨逸海洋氣象臺發行の天氣圖 (1935) から 5000 m の高度に於て⁽²⁾統計した結果によると、458 の高氣壓 (相對的高氣壓をも含む) の中

溫暖 (相對的溫暖をも含む)	439
相對的寒冷	2
溫暖と寒冷の中間	17

の關係にあり、452 の低氣壓に就いても (前同様相對的低氣壓をも含む)

寒冷 (相對的寒冷をも含む)	428
相對的溫暖	4
寒冷と溫暖との中間	20

の割合である。

之は氣壓傾度と氣溫傾度が擾亂の状態に於ても同一方向を保持する事を證明する有力なる統計である。此の結果を立場を變へて觀察すれば、5000 m⁽²⁾の高度の氣壓分布は圈界面附近の夫れを代表するものであり、9 km の高度に於ける氣壓は其の下層空氣の溫度と高い正の相關を示すと云ふ Dines 及び Schedler の統計を更に一般化したものに外ならない。

吾々は茲にとにかくも中緯度環流系保持には何等熱的勢力が供給されてゐない事を知つた。即平均狀態に於ても或は亂流狀態に於ても。然らば此の環流系を維持する勢力源は何か？環流力學系は刻々に摩擦力によつて破壊されつゝある故、何等の勢力的資源無くんば約一週間にして中緯度環流は消失するならんとは H. Jeffreys の豫想せし所である。

筆者は前報に於て低氣壓に依る地球廻轉のエネルギー (角運動量の形式により) の運搬によつて此の缺陷を補ひ得る事を證明した。之は H. Jeffreys の定性的證明を定量的に進展せしめた如く一見考へられるが、彼の考へとは根本的に異なる事は原文を参照して明らかである。つまり Jeffreys は地面摩擦による勢力消費に供給するものとして非對稱大交換渦動歪力⁽³⁾を考へたに過ぎない。此れが小規模亂流論の類推から何を意味するか、吾々は判斷に苦しまざるを得ない。

§6. 中緯度環流系に關する V. Bjerknes の模圖に就いて

楮、中緯度環流に關する V. Bjerknes⁽⁴⁾のモデルに就いて考へて見よう。彼の大氣環流系のモデルの中、赤道環流及び高緯度環流に就いては問題が無い。之等の場合には氣壓傾度と氣溫傾度が同一方向を取る爲に、上層に於ける逆方向の流れを容易に考へる事が出来るからである。

(1) F. Baur: Die Bedeutung der Stratosphäre für die Grosswetterlage, Met. Zeit. 1936, S. 239-247.

(2) 嚴密には 5000 Berk.

(3) 大交換とは Grosse Austausch の譯で、Jeffreys は此の機巧に就いては何等言及する所は無いが。

(4) V. Bjerknes: On the Dynamics of the Circular Vortex with Applications to the Atmosphere and Atmospheric Vortex and Wave Motions, Geof. Pub., 2 (1921).

中緯度環流系に就いては事情が可成り異つて、氣壓傾度と氣溫傾度とは同一方向を取る。故に上層に於ける平面内の回歸流が考へにくい事であり、従つて V. Bjerknes の模圖は此の意味に於いて再検討の必要がある。

先づ中緯度環流系中の下層流である。之は或は摩擦流によつて説明出來よう。即環流系は溫帶高氣壓と亞寒帶低氣壓とによつて限界せらるゝ爲氣壓傾度は低緯度から高緯度に向つて居り、此の氣壓傾度に對應する傾度風からの偏差流丈けが子午面流として現出しよう。但し之は 1 km 以下の低層に限られるだらう事は容易に相像出來る。

次ぎに上層に於て逆に高緯度から低緯度に向ふ流れは如何。⁽¹⁾之は最早對流運動に於ける回歸流の如く簡単に仕末出來ない。即ち此の場合にはこれに相當する氣壓傾度を考へる事が出來ないからである。但し、外の方面からの説明が出來ない譯でもない。

今次式に於て

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + lv + K \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad \frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - lu + K \frac{\partial^2 v}{\partial z^2},$$

x 軸を南に、 y 軸を東にとり

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v'$$

とおいて、 $\bar{u}, \bar{v}$ を傾度風と釣り合ふ流れと考へると

$$\frac{Du'}{Dt} = lv' + K \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}, \quad \frac{Dv'}{Dt} = -lu' + K \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2}$$

となり、 $\frac{Du'}{Dt}$ 及び $\frac{Dv'}{Dt}$ を三次の微少量と考へて之を省略すれば

$$\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} = 5 \times 10^{-9} \text{ cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}, \quad K = 10^5 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} \quad (2)$$

のときには緯度 50° に於て

$$u' = 0.04 \text{ m/sec.}$$

を得る。即 $\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2}$ が正である時は地球回轉の轉向力に依つて子午面南分流 4 cm/sec が理論的に豫想される。

センスは斯くしても説明可能ではあるが大さは問題にならない。即ち下層流は m/sec のオーダーであるからである。

次ぎに勢力傳播の立場からは如上の V. Bjerknes の模圖は全然意味がない。即ち中緯度環流系を保持する源動力は角運動量の傳播以外には考へ難く、然かもその移動のセンスは全く V. Bjerk-

(1) V. Bjerknes は Hildebrandson の統計を用ひて上層回歸流の存在を認めてゐるが、最近の高層觀測に徴して之は首肯し難い事である。

(2) C. K. M. Douglas: A Problem of the General Circulation, Q. J. Roy. Met. Soc., 57 (1931).

nes の夫れとは反對である。

斯くして吾々は必然的に次の結論に到達する。中緯度環流系は他の環流系とは特異なる存在であり、此の點では吾々は V. Bjerknes の考と一致する。但し中緯度環流系が、運動勢力を熱勢力に變換する場であり、從つて勢力の消費系であると結論する（變換せる熱勢力が運動のエネルギーを再供給する機巧は熱力學的効率の見地からも考へにくい）。V. Bjerknes の意見には吾々は必ずしも讃意を表さないものである。つまり吾々の豫想によれば中緯度環流の力學的勢力は、又之を力學的に補充する事が出来るからである。

§7. 結 語

從來或る系内に於ける空氣の運動勢力を論ずる際に於ては、地球廻轉の影響は單に運動の向きを變へるだけに過ぎず、勢力そのものには無關係として取り扱はれて來た。之は確かに小規模の現象を論ずる限りに於て正しい見解である。低氣壓論其他が斯くして論議を進めて來たのは當然である。

然し大氣環流系の如き大規模の空氣の交換を取扱ふ場合に於ては、地球廻轉の影響は環流系の勢力を論ずるに當つて最も重要な因子を形成する事は疑を容れぬ所である。この點 A. Refsdal⁽¹⁾の大氣熱力論は、大氣環流系への應用に關する限り或程度の修整を必要とする譯である。

此の考は中緯度環流系もとより然り、從來熱的勢力の供給のみと考へられて來た赤道環流系に於てすら、地球廻轉の影響を無視し得ざる事を現在の計算は雄辯に物語るものである。

終りにのぞんで終始御指導を仰いでゐる臺長岡田先生、此の小文の主旨に就いて眞摯なる御注意を戴いた藤原先生及び地球廻轉勢力變換に就いて御注意下された小平先生、天文學的事實に御教示下された川畑先生に心からの感謝の意を表する次第である。 (昭和十二年九月下旬)

§8. 補遺 地球廻轉のエネルギーと大氣環流のエネルギー⁽²⁾

吾々は前節に於て、從來諸家の研究に看却されて來た地球廻轉のエネルギーが如何に大氣環流勢力維持に貢獻するかについて述べて來た。故に此の考を更に飛躍させて、地球廻轉のエネルギーがその儘大氣環勢力消耗補充に費ひやされたら何年現狀を維持し得るかに就いて簡単な計算を施して見よう。

半徑 a の球が ω なる角速度で廻轉せるときの運動勢力は

$$K \cdot E = \frac{4}{15} \pi \rho a^5 \omega^2$$

である。

茲に

$$\rho = 5.5 \quad a = 6.4 \times 10^8 \quad \omega = 0.7 \times 10^{-4}$$

とおけば

$$K \cdot E = 2.42 \times 10^{36} \text{ ergs.}$$

(1) A. Refsdal: Zur Thermodynamik der Atmosphäre, Geof. Pub.. 9 (1932).

(2) 此の編小平博士の御注意による。

を得る.

諸大氣環流系の消耗勢力は D. Brunt に依れば

$$5 \times 10^7 \text{ ergs per m}^2 \text{ per sec.}^{(1)}$$

であるから, 地球の全表面に就いては (表面積を約 $5.14 \times 10^{12} \text{ m}^2$ とおいて)

$$2.57 \times 10^{20} \text{ ergs/sec}^{(2)}$$

を得る. ⁽³⁾

従つて地球廻轉の勢力は摩擦消耗の爲に

$$\frac{2.42 \times 10^{36}}{2.57 \times 10^{20}} \text{ sec} \doteq 10^{16} \text{ sec}$$

にして破壊される.

一年は約 $3.15 \times 10^7 \text{ sec}$ であるから

$$10^{16} \text{ sec} \doteq \frac{1}{3} \times 10^9 \text{ years}$$

に相當する.

今 100 年に地球の廻轉が 0.01 sec 宛々遅れるとせば 1 日遅れる爲には

$$864000,000 \text{ 年}$$

あるから 3×10^8 年と比較して, 100 年に地球の廻轉が約 0.01~0.02 sec 遅れる程度で, 大氣環流の勢力を補充する事が出来る事を知る. 之は天文學的觀測事實に徴しても決して抵觸しない.

大阪灣に於ける津浪に就て (第一報)*

廣 野 卓 藏

緒 論

大阪市は大阪灣の奥部に在りて之に臨み灣沿岸の最重要なる位置を占めて居る. 併し乍ら古來此の地はしばしば津浪或は高潮に襲はれその都度非常な災害を被つて來た. 此等過去に於ける津浪或は

(1) D. Brunt: Physical & Dynamical Meteorology, p. 278 (1934).

(2) D. Brunt の計算は高緯度の摩擦消費の最大の所であるから, 之を全地球面に演繹する事は消費勢力を過大に見積る事を意味する.

(3) 之が全部地球大氣の昇温に利用されると, 地球大氣の質量を $8 \times 10^{21} \text{ gr.}$ として, 10 年に約 1°C の昇温を意味する.

* T. Hirono: Tsunami Wave in Osaka Bay (I).