氣 象 集 誌

第 二 輯 第 十 六 卷 第 二 號

論 文

Advection の 計 算 に 就 い て*

菅 原 芳 生

緒 言

A 點で t_1 なる時刻に高層觀測を行ひ各高さに對する氣壓、氣溫等の分布が判つたとする。次に t_2 なる時刻に再び觀測を行ひ之に對する結果が得られたとする。A 點上の氣柱の構造が t_1, t_2 を通じて變らないならば之等の觀測結果は同一の値を與へる筈である。然し一般には之等は異なる、即ち各高度に對して氣壓や氣溫の變化がある。之は A 點上の氣柱の構造の變化した事を示すもので、この原因は密度を異にする氣層の水平の入れ換り即 Advection に依るものである。氣柱の構造の變化から Advection の量の分布や變化を知るのがこの計算法の目的である。

Advection の計算に就いては Exner, ⁽¹⁾Steiner⁽²⁾, Haurwitz⁽³⁾ 等の基礎的な研究に亞いで Rossby⁽⁴⁾ に依つて特殊及び一般の場合の算式を與へられた。其後間もなく Ertel⁽⁵⁾, Steiner⁽⁶⁾ は他の形の算式を出し尙 Ertel は Rossby の一般の場合の算式の誤りを訂正した。⁽⁷⁾Thomas⁽⁸⁾ も特殊な場合の算式を出してゐる。茲に一般と稱するのは任意の高度に任意の Advection が起つた場合であり、特殊と云ふのは或特定の高さ以上にのみ Advection が起つた場合を云ふ。

著者は一般の場合の簡単な計算法を示した。

Advection の 計 算

或地點の上の氣柱を考へる。最初地上では氣壓が P_0, z なる高さの所では P_z であつたとする。今任意の高さの所で Advection が起り氣壓が變化する場合を考へるに、之を任意の高さ z 點より上方に起つたものと、 z 點より下方に起つたものに分ける事が出来る。

* Y. Sugawara: On Advection. 中央氣象臺彙報。

(1) F. M. Exner, Köppen-Heft der Ann. d. Hydrol. u. marit. Meteorol., 1926. (2) L. Steiner, Meteorol. ZS. S. 271-276, 1926. (3) B. Haurwitz, ebenda S. 253-260, 1927. (4) C. G. Rossby, Beitr. z. Phys. d. freien Atmosph., S. 164-, 1927. ebenda S. 240-, 1928. (5) H. Ertel Gerl. Beitr. z. Geophys., S. 59-73 1930. (6) L. Steiner, Beitr. z. Phys. d. freien Atmosph. S. 323-, 1934. (7) ZS. f. Phys. 94 S. 662-673. 1935. (8) H. Thomas, Sitz-Ber. d. Preuss. Akad. d. Wiss., Berlin, Phys.-Math. Kl., 222-236. 1934.

即 z 點より上方に起つた Advection による z 點より上方の實質の増加 (減少) を $\delta_a P_{(z\infty)}$ とし同様に之より下方のものを $\delta_a P_{(0z)}$ とすると、最初 z 點にあつた部分の氣壓は Advection の後に $P_z + \delta_a P_{(z\infty)}$ となり地上の氣壓は次の如くなる。

$$P_0' = P_0 + \delta_a P_{(z\infty)} + \delta_a P_{(0z)} \dots\dots\dots (1)$$

又最初に氣柱の z 點にあつた部分は Advection に依る變化の爲に、新しい釣合の位置を求めて δz だけ上下に移動する筈であるから、變化後の z 點の氣壓は

$$P_z' = P_z + \delta_a P_{(z\infty)} + \bar{\rho}_z g \delta z \dots\dots\dots (2)$$

茲に $\bar{\rho}_z$ は z と $z + \delta z$ 間の空氣の平均密度、 g は重力加速度、 z は上方を (+) に取る。一般に $\delta_a P_{(z\infty)}$ が (+) の時は δz は下方即 (-) になる。

(1), (2) から

$$(P_0' - P_0) - (P_z' - P_z) = \delta_a P_{(0z)} - \bar{\rho}_z g \delta z \dots\dots\dots (3)$$

而して $\delta_a P_{(0z)}$ は觀測された氣壓氣溫の分布から次の如く計算される。

$$\delta_a P_{(0z)} = \int_0^{z+\delta z} g \delta \rho dz = g \int_0^{z+\delta z} \left(\frac{\delta P}{RT} - \frac{P}{RT^2} \delta T \right) dz$$

而して $0-z$ の區域が餘り大きく無い範圍内では $T, \delta T, \delta P$ 等の平均値を用ひて近似的に次の如く置く。即

$$\begin{aligned} \delta_a P_{(0z)} &= \frac{g \delta P_m}{RT_m} \int_0^z dz - \frac{g \delta T_m}{RT_m^2} \int_0^z P_0' e^{-\frac{gz}{RT_m}} dz + \frac{g \delta P_z}{RT_z} \int_z^{z+\delta z} dz - \frac{g \delta T_z}{RT_z^2} \int_z^{z+\delta z} P_z' e^{-\frac{gz}{RT_z}} dz \\ &= \frac{g \delta P_m}{RT_m} z + \frac{g \delta P_z}{RT_z} \delta z + \frac{P_0' \delta T_m}{T_m} \left(e^{-\frac{gz}{RT_m}} - 1 \right) + \frac{\delta T_z}{T_z} e^{-\frac{gz}{RT_z}} \left(P_z' e^{-\frac{g \delta z}{RT_z}} - P_z' \right) \\ &= \frac{g \delta P_m}{RT_m} z + \frac{g \delta P_z}{RT_z} \delta z + \frac{\delta T_m}{T_m} (P_z' - P_0') - \frac{\delta T_z}{T_z} e^{-\frac{gz}{RT_z}} \bar{\rho}_z g \delta z \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

茲に P_z' は變化後に於ける z 點の氣壓を示す。又 $T_m, \delta T_m, \delta P_m$ 等は變化後の $0-z$ 間の平均値を、 $T_z, \delta T_z, \delta P_z$ 等は同じく z と $z + \delta z$ 間の平均値を示す。而して普通 δz は小さいから $T_z, \delta T_z, \delta P_z$ は變化後に於ける z 點の値 $T_z',$ 及び $T_z' - T_z, P_z' - P_z$ を代用しても大した誤差は生じない。

偕 (4) を次の如く置く

$$\delta_a P_{(0z)} = A + (B - C) \bar{\rho}_z g \delta z \dots\dots\dots (5)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{g \delta P_m}{RT_m} z - \frac{\delta T_m}{T_m} (P_0' - P_z') \\ B &= \frac{\delta P_z}{P_z'} \quad C = \frac{\delta T_z}{T_z} e^{-\frac{gz}{RT_z}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

(3), (5) から

$$(P_0' - P_0) - (P_z' - P_z) = A + (B - C - 1) \bar{\rho}_z g \delta z$$

之と (2) とから

$$\delta_a P_{(z\infty)} = (P_z' - P_z) + \frac{(P_0' - P_0) - (P_z' - P_z) - A}{1 - B + C} \dots\dots\dots (7)$$

楮自由大氣中では通常 δP_z と δT_z は同符號を有するから B, C は打消し合ふ。而して實際の數値を入れて見ると B, C 共に其の極大値が 0.02 程度のものであるから之等を省略すると簡単に

$$\delta_a P_{(z\infty)} = (P_0' - P_0) - \frac{g \delta P_m}{R T_m} z + \frac{\delta T_m}{T_m} (P_0' - P_z') \dots\dots\dots (8)$$

高層觀測に於ては通常 1 杆毎に P, T の値が與へられるから連續した觀測結果から Advection を計算する場合には、例へば n 杆以上の Advection に依る實質の増加は

$$\delta_a P_{(n\infty)} = (P_0' - P_0) - \varphi_n + \frac{\delta T_{0n}}{T_{0n}} (P_0' - P_n') \dots\dots\dots (9)$$

茲に φ_n は右邊第二項を精しく計算する爲に次の如くする。

$$\varphi_n = \frac{1000g}{2R} \left\{ \frac{(P_0' - P) + (P_1' - P_1)}{T_{01}} + \frac{(P_1' - P_1) + (P_2' - P_2)}{T_{12}} + \dots + \frac{(P_{n-1}' - P_{n-1}) + (P_n' - P_n)}{T_{n-1n}} \right\}$$

$$n=1, 2, 3, \dots \quad \frac{g}{R} = \frac{1}{29.27}$$

之に依つて各杆層の Advection が計算出来る。

次に Advection に依る溫度變化は、 z なる高さに於ける $t_1 t_2$ なる時刻の間の溫度の變化を δT_z とすると、之は冷氣或は溫氣團と入れ換つた爲の變化 $\delta_a T_z$ と Advection に伴ふ氣柱の伸縮に起因する $\delta_k T$ とから成つてゐる。而して後者は氣柱の斷熱壓縮（伸長）による昇溫（降溫）であるから $d_k T_i = (\kappa - 1/\kappa) \times (d_k P/P) (\kappa = C_p/C_v)$ から

$$\delta_k T = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{T_z}{P_z} \delta_a P_{(z\infty)} - \frac{\partial T}{\partial z} \delta z$$

茲に δz は (2) と (8) 或は (9) から判る。故に

$$\delta_a T_z = \delta T_z - \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{T_z}{P_z} \delta_a P_{(z\infty)} + \frac{\partial T}{\partial z} \delta z \dots\dots\dots (10)$$

之に依つて入れ換つた氣團の溫度差が計算出来る。或は何度の不連續があつたかゞ分る。

應 用

應用の一例として高山觀測所と山麓平地の觀測所の月平均氣壓から Advection を山頂以上のもの、及び山頂山麓間のものに分けて計算し其の年變化を調べて見た。

第 1 圖は Zugspitze⁽¹⁾ ($\varphi = 47^\circ 25'$ $\lambda = 10^\circ 59'$ $H = 2962.2m$) と Partenkirchen ($\varphi = 47^\circ 30'$ $\lambda = 11^\circ 8'$ $H = 716.8m$) から同様の計算を行つて見ると圖の如くなる。此の圖から次の事が判る。

1) 山頂よりも上に原因を有する氣壓變化 $\delta_a P_{(z\infty)}$ は夏に極大、冬に極小を示す。山頂より下に

(1) Deutsches Meteorol. Jahrbuch für 1913-1915 Bayern

原因するもの $\delta_a P_{(0z)}$ は反對に夏に極小、冬に極大を示す。

2) $\delta_a P_{(0z)}$ は時間に對して規則的な變化をしてゐるが、 $\delta_a P_{(z\infty)}$ は之に比すれば非常に不規則である。山麓の氣壓變化は其兩者の代數和として現はされるから其の不平滑さは主として山頂以上の原因に依る事が判る。

3) $\delta_a P_{(0z)}$ は明らかに下層氣溫の年變化に依るものであるが、 $\delta_a P_{(z\infty)}$ は大氣環流や成層圈變化の影響をも密接に受ける筈であるから、其の變化が不規則であると云ふ事は之等上層の變化が決して下層程單純でない事を示してゐる。

4) $\delta_a P_{(z\infty)}$ 、及び $\delta_a P_{(0z)}$ の變化量は夏に小さく冬に大きい。兩者の位相は完全に反對である。前者の振幅が後者よりも大きい。

次にヒマラヤ⁽¹⁾の Kailang ($\varphi=32^\circ 34'$ $\lambda=77^\circ 4'$ $H=3074.5$ m) 及び Chamba ($\varphi=32^\circ 34'$ $\lambda=76^\circ 10'$ $H=015.9$ m) について同様の計算を行つて見ると第 2 圖の如くなる。點線で示してあるのは Kailang 及び Chamba に於ける實際の氣壓變化である。

目立つ事は $\delta_a P_{(z\infty)}$ と Chamba の變化とが善く一致してゐる事と之が半年周期の變化を示してゐる事である。

内陸に於ける氣壓年變化の型式

$\delta_a P_{(0z)}$ は地面附近の空氣層の密度の變化により決定されるものであるから最初は層の厚さ即 z が増す程其年變化の振幅は増大する。併し z が或高さ z' 以上になると今度は之と逆の位相を有する Advection が始まるから z' を境として振幅を減じ始める。即 $\delta_a P_{(0z)}$ は最大の振幅を有する。故に海面上の氣壓年變化は z' を境として

$$\delta P_0 = \delta_a P_{(0z')} + \delta_a P_{(z'\infty)}$$

であり、又海拔 h の所での變化は

$$\delta P_h = \delta_a P_{(0z')} + \delta_a P_{(z'\infty)} \dots\dots\dots (11)$$

である。 z' は $\delta_a P_{(0z)}$ と反對位相の變化の始まる高さであるから $\delta_a P_{(z'\infty)}$ も亦 z' に於て最大振

第 1 圖

第 2 圖

(1) S. A. Hill. Meteorol. Z.S. 1888, S. 340-.

幅を有する。而して z' の値は緯度や海陸分布で異なる筈である。

既に Hill は印度各地の氣壓年變化を調査して平地では夏期に低極を有する一年週期の變化をするが高度 2 km 以上 4.5 km までは半年週期の變化をする。4.5 km 以上では再び一年週期の變化をするが位相は平地のと逆になる。而して半年週期變化は北緯 20° 以上で見られ各高さ共緯度と共に振幅を増す事を述べてゐる。これは前の (11) 式に於て $h \rightarrow z'$ の層が厚い爲第一項が第二項よりも優越して夏期に低極を有する一年變化が海面より 2 km までに現はれ、4.5 km 以上では第一項が減ずる爲第二項が優越するから下と反對位相の變化が現はれる。而して其の間では一年週期の項が互に打ち消して半年週期の變化が出現する。この様な顯著な半年週期の溫度變化の項が大氣下層に存在するとは考へられないから、之は上層に原因を有する筈であるがそれが何であるかは判らない。

z' の分布を各海洋陸地の上に亘つて求めるのは興味ある事であるが現在は材料が不足である。

Zugspitze の場合にも以上の傾向は明瞭であるが變化が更に不規則になつてゐるのは緯度や地形の影響であらう。

尙將來この種の計算を個々の天氣現象について行つて見度いと思ふ。

結 語

一般の Advection に於ける氣壓變化當量の簡単な計算式を新しく導き、其の一つの應用として山岳觀測所の値を用ひて内地に於ける氣壓年變化の型式を調査した。氣壓年變化に於ける半年週期は上層の Advection に顯著に現はれるが其の原因は不明である。

終りに色々御教示を賜はつた岡田臺長先生に厚く謝意を表す。

斷熱圖に依る高度並びに不安定

エネルギーの決定法*

荒 川 秀 俊

1935 年 1 月の Met. Zeitschr. に於て A. Refsdal⁽¹⁾ は高度を決定する新しい便法を提唱し、Ae-

* H. Arakawa: Höhenberechnungen und Energetische Betrachtungen mittels Emagramm. 中央氣象臺彙報。

(1) Das Aerogramm, ein neues Diagrammpapier für aerologische Berechnungen, Met. Zeitschr., Bd. 52, S. 1-5 (1935).