の仕事をする。依て $p=p'$ なる關係と氣壓の状態方程式とを利用すると、

$$W = \int_0^{z_1} \frac{\rho - \rho'}{\rho'} g dz = - \int_{p_0}^{p_1} \frac{\frac{p}{RT} - \frac{p}{RT'}}{\frac{p}{RT'}} dp = +R \int_{p_1}^{p_0} (T' - T) d(\log p).$$

依て有效平均溫度 T_e 及 T_e' として

$$\int_{p_1}^{p_0} T d(\log p) = T_e \log \frac{p_0}{p_1} \quad \text{及} \quad \int_{p_1}^{p_0} T' d(\log p) = T_e' \log \frac{p_0}{p_1}$$

を用ひると、

$$W_{p_0}^{p_1} = R(T_e' - T_e) \log \frac{p_0}{p_1} \quad (2)$$

となる。(1) と (2) とから、

$$W_{p_0}^{p_1} = (\Phi_1' - \Phi_0') - (\Phi_1 - \Phi_0) \quad (3)$$

を得る。こゝに $\Phi_1 - \Phi_0$ は氣壓 p_0 なる氣層と氣壓 p_1 なる氣層との Geopotential difference で $\Phi_1' - \Phi_0'$ は氣壓 p_0 なる氣層から上昇した氣塊と同じ氣温の分布をした理想的な大氣中で、氣壓 p_0 なる氣層と氣壓 p_1 なる氣層との Geopotential difference である (第3圖参照)。不安定エネルギー W はこの二つの Geopotential difference $\Phi_1' - \Phi_0'$, $\Phi_1 - \Phi_0$ の差で表はされる。 $\Phi_1' - \Phi_0'$ と $\Phi_1 - \Phi_0$ とは補助曲線群から直ちに読み取る事が出来るから $W_{p_0}^{p_1}$ は dyn. m の單位で決定する事が出来る。たゞし 100 dyn. m は仕事の單位では 10^7 ergs/gr 即ち 1 joule/gr に等しい。

第 3 圖

大氣中に於ける熱の移動に就いて*

高橋浩一郎, 藤原咲平

§ 1. 緒 言

我々は前に大氣の下層に於ける熱の出入を勘定し、各種の勢力がどの程度の大きさのものか調べた事がある。⁽¹⁾ しかしながら當時の計算は極めて素朴なものであり、しかも地表の極く近くに限ら

* K. Takahasi and Fujiwhara: On the Exchange of Heat in the Atmosphere. 中央氣象臺彙報 藤原咲平, 高橋浩一郎, 關口領: 東京に於ける大氣下層の熱の出入について 氣象集誌. 1937.

れて居た様な有様である。さらに又、我々が此の計算を初めた目的の一つは大氣の熱操作に於けるポリトロピーの常数の決定にあつたが、それには全く觸れなかつた。今回は舊來の勘定より一步を進め、稍定性的と云ふ憾みはあるが大氣勢力方程式をもつと使ひ易い、且見通しの效く式に書き換へ、大氣中の勢力出入の模様を概観し、さらに進んでポリトロピー常数の決定についても論及して見たい。

§2. 計算の基礎方程式の導來

我々は前回に各種の勢力中輻射が著しく大きなものである事を知つた。従つて先づ第一の問題は輻射を如何に取扱ふかである。今迄は主としてエムデンの輻射平衡に初まる吸収能を假定して正面より堂々と向ふ方法が多くの人に依り採用された。⁽¹⁾ 然しながら此の方法はかなり計算が面倒で見通しが效きにくいと云ふ缺點がある。此れに反し、精密さと云ふ點では劣るかもしれないが取扱ひの容易な搦手より向ふ方法がある。其れはブランドの示した如き熱傳導の形式⁽²⁾に直して行ふ方法である。此の方法は今迄あまり用ひられて居ないが、取扱ひの便利さ、殊に舊來殆んど不可能であつた非定常の場合も割合簡単に論ぜられると云ふ點等に於いて前者より遙かに勝れて居る。もつともブランド自身は此の影響を割合に過小視し、且その計算も極く大雑把なものである。ところが此の影響は後に見る如く場合に依つては非常に大きい。此の様な意味から今一度此の問題をはつきりと觀察して置く事も無駄ではあるまい。

簡單の爲上下の方向のみの輻射の勢力の流れを考へよう。上から下へ流れる波長 $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ の輻射の勢力を $I_a d\lambda$, 下から上へ流れるものを $I_t d\lambda$ とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI_a}{dz} &= A(\lambda)\rho I_a - A(\lambda)\rho f(T, \lambda) \\ \frac{dI_t}{dz} &= -A(\lambda)\rho I_t + A(\lambda)\rho f(T, \lambda) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

となる。但し A は單位質量に関する吸収能, ρ は空氣の密度, $f(T, \lambda)$ は完全黑體の輻射則である。

従つて今 $A\rho$ がほぼ一定と考へれば

$$\left. \begin{aligned} I_a &= e^{A\rho z} \int_0^z A\rho e^{-A\rho\chi} f(T, \lambda) d\chi \\ I_t &= e^{-A\rho z} \int_z^\infty A\rho e^{A\rho\chi} f(T, \lambda) d\chi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

となる。或ひはテーラー級數に展開して高い冪を省略すれば

(1) 例へば C. L. Pekeris: Radiation Equilibrium and humidity distribution in a semi-grey atmosphere Gerl. Beit. zu. Geophy. 28, 1930. E. Gold: The Isothermal Layer of the Atmosphere and Atmospheric Radiation. Proc. Roy. Soc. A. Vol. LXXXII. 1909.

(2) Brunt: Physical and Dynamical Meteorology.

$$\left. \begin{aligned}
 I_a &\doteq e^{4\rho z} \int \Delta \rho e^{-\Delta \rho \chi} \left\{ f(T, \lambda) + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} (z - \chi) \right\} d\chi \\
 &= f(T, \lambda) + \frac{1}{\Delta \rho} \frac{\partial f}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} \\
 I_i &= f(T, \lambda) - \frac{1}{\Delta \rho} \frac{\partial f}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

となる。ところで I_a と I_i の差が輻射として上から下へ流れる勢力である。従つて此の差を波長に就いて積分すれば求める輻射の勢力の流れとなる。即ち

$$\int (I_a - I_i) d\lambda = \frac{\partial T}{\partial z} \int \frac{2}{\Delta \rho} \frac{\partial f}{\partial T} d\lambda = \kappa_r \frac{\partial T}{\partial z} \dots\dots\dots (3)$$

である。此れは熱傳導度として $\int \frac{2}{\Delta \rho} \frac{\partial f}{\partial T} d\lambda$ と置いた場合のフーリエの熱傳導の式に外ならない。かくして熱傳導の式への書き換へが成功したわけである。唯此處で注意すべきは (2)' に於いてテーラー級數に展開の可能な爲には吸収能がある程度以上に大きい必要がある。吸収能が小さいとそのまま通過してしまふ故此れはあきらかに熱傳導の式に従はず、此の部分に分けて考へる必要がある。依つて我々は假りに輻射線を短波と長波の二つの群に分ける。但し此處で長波、短波と名付けたものは必らずしも波長の長い短いを意味するものでなく、前者は大氣に依り吸収を殆んど受けないもの、後者は大氣に依り相當吸収を受けるものを云ふ。従つて長波は熱傳導として取扱ひ得るが短波は別に取扱ふ必要がある。

唯此處で一つの問題が残る。其れは上述の如く短波と長波に分ける必要があるが、然らば其の境を何處にとつたらば良いだらうかと云ふ事である。しかし此れは一義的には定まらない。問題の性質上、水蒸氣の多寡により適當に變へた方が都合がよい。従つて輻射の熱傳導度係數もそれに應じて變つてくる。此れは一見致命的な缺點の如く思はれるかもしれない。さりながら此れは考へる現象の規模で變へる可きであり、渦動粘性係數の値が論すべき現象の大小で桁違ひに變化する事と全く機を一にする。即ち考へる現象が相當大きければ小さな變動は省略してもさしつかへないが、現象が小さくなると小さな變動も無視出來なくなる。此れに應じて現象が大きければ長波として吸収能が割合小さい所までもとつてよいが、小さな現象では、例へば微細氣象學で取扱ふべき夏の日中屢々現れる地表極く近くの超斷熱溫度遞減率の議論に際しては、現象が小さい故吸収能がある程度まで大きくても通過する徑路が短い爲殆んど吸収されないで透過してしまふ。此の様な時は短波として吸収能が相當大きいところまで取り得る。

次には此の輻射に依る熱傳導度係數がどの程度になるかざつと見積つて見よう。プラントは此れを溫度傳導度に直して 10^3 程度としたが、上述の如く現象が大きいたつと大きくなる。今假りに地表から成層圏の邊りまで論ずる事にし、従つて 1 軒以下の事はあまり考へない事にする。さて

大氣中に於いての輻射の吸収は殆んど大部分水蒸氣に依つて行はれる。従つて第一近似としては水蒸氣に關する事だけを考へれば良い。所で此の 1 杆の間には水蒸氣は大體水張を 10 耗程度として

$$\frac{10}{760} \times 1.29 \times 10^{-3} \times 0.64 \times 10^5 = 1.1 \text{ gr}$$

即ち可降水量に直して 10 mm 位含んで居る。所で地面からの輻射の勢力の内約 10 % は殆んど完全に此の水蒸氣層を通過し, 15 % 位が半ば吸収され, 残り 75 % 位は殆んど完全に吸収される。⁽¹⁾ 依つて全輻射の内 10 % は短波, 残り 90 % を長波と考へる。これから大體の κ_r を見積つて見よう。さて輻射に依る熱傳導係数は (3) 式に依つて

$$\kappa_r = \int \frac{2}{Ap} \frac{\partial f}{\partial T} d\lambda \dots\dots\dots (4)$$

で與へられる故, 長波の内吸収の大きな部分は A が大きいから殆んど 0 になつて κ_r には効いて來ず, 残りの半分透過する 15 % の輻射が効いてくる。此の計算を正確に行ふには水蒸氣の正確な吸収曲線, 及びプランクの輻射公式を必要とするが, 大ざつばに見て A を略一定と考へ, 輻射線が 1.1 gr の水蒸氣層を通過するとき $1/e$ になるとし $A=1/1.1$ と置く。又 $\partial f/\partial T$ として全輻射の内 15 % だけが効く故, 大體 $0.15 \times \frac{\partial}{\partial T} \sigma T^4$ と置き, 大氣の氣温を $300^\circ K$ として κ_r を出して見る。その結果

$$\kappa_r = \frac{0.15 \times 4 \times 0.6}{1.1 \times 300 \times 60 \times 1.29 \times 10^{-3} \times 0.64 \times \frac{10}{760}} = 17 \dots\dots\dots (5)$$

即ち溫度傳導度に直して 55×10^3 となり, 丁度渦動傳導度と同じ程度の値となる。此れはまさにプラントの見積りに對し 50 倍も大きな値である。但し, だからと云つてプラントの見積りが悪いとは云はない。上にも述べた如く考へる現象の大小で變化するもので, 現在考へた如き程度のものでは此れ位になるし。又彼が論じた如く高き地上 1 杆程度の所までを論ずる際には反へつて彼の値の方が良いのである。此處では輻射に依る熱傳導度が場合に依つては相當の大きさになり得る事を指摘したいのである。

輻射の次に熱の移動に主要な部分を占めるものは水蒸氣運搬に依る潜熱の移動である。地面で蒸發した水は空中で凝結して雨滴となつて落下する。此の際地面で取つた潜熱を出す。唯此の熱は凝結とか蒸發の行はれる際に問題になるもので, 状態の變化がないときは効いてこない。従つて水蒸氣のままでの移動は熱の移動に關係しない。しかしながら一年平均の如き水蒸氣の増減のない場合を考へる時は蒸發したものは必ず凝結し, 蒸發に際して吸収した潜熱を出す故, 水蒸氣の移動量に水の蒸發熱を乗すれば潜熱としての熱の移動量が得られる。従つて上下の方向のみの水蒸氣の移動

(1) 此の見積りに關しては, 次の論文参照。H. Wexler: Cooling in the Lower Atmosphere and the Structure of Polar Continental Air. Monthly Weather Review. Vol. 64. No. 4. 1936.

を考へ、水平方向を省略するならば

$$K\gamma\rho\frac{\partial\varphi}{\partial z}\cdots\cdots\cdots(6)$$

が求むる潜熱としての移動となる。但し φ は水蒸氣の混合比、 ρ は空氣の密度、 γ は水の蒸發熱、 K は渦散係數である。なほ贅言を下す様であるが、此の種の熱はあくまで蒸發、又は凝結の際に問題になるもので、例へば晴天の日は水蒸氣の影響は地表に於いてのみ問題になり、大氣中では省いて良い。又現在の如き省略算に當つては、例へば空氣の密度にしても乾燥したものと濕つたものとでは異なるし、又溫度にしても水蒸氣の混合比にしても水蒸氣を考へるか否かでは異なるがその影響は小さいので考へなかつた。従つて、多少精密を缺く點があるかも知れない。

§ 3. 大氣中に於ける勢力出入の一雛形

總説。以上を準備して大氣中に於ける勢力の變遷の模様を考へて見よう。先づ簡單の爲定常とし、又前に示した如く機械的の勢力などは極めて小さい故省略する。又對流に依るものはあまり小さくはないが、上下の勢力の出入を考へると云ふ意味で對流のない場合を考へる。従つて輻射、水蒸氣の運搬、熱傳導等に依る勢力の移動に限るものとする。今圖の A を大氣の上限（實際上には對流圈と成層圈との境を取ればよいであらう。）、 E を地表、 M を途中の大氣とする。まづ日射として入つて來る勢力は大部分短波として M を通過し、 E まで來る。此の勢力は一部反射されそのまゝ再び M を通つて空間に戻り、残りは E に吸収される。 E に吸収されたものゝ一部は再び E からの輻射となり、其の内大部分が長波としてプラントの意味に於ける熱傳導の形式で M を傳り A に行き、そこから再び輻射となつて空間へ復歸して行く。そして此の輻射の残りの極く一部がそのまゝ M を通過して空間へ出る。又吸収された日射の勢力の内、一部は水蒸氣の潜熱の形で上に運ばれ又渦動熱傳導となつて傳播する。斯くして入つて來る勢力と出て行く勢力が平衡して定常となつて居るのである。即ち今此れを簡單に抽象化して一つの雛形で示すならば、 M を硝子と見た温室とも考へられる。即ち短波として入つて來た日射は E で吸収され、次に E から輻射される時は長波の形となるので M を通過する事が出來ず、熱傳導の形で A まで行き、其處から初めて輻射として出て行くのである。次には此れを今少しく解析的に取扱つて見よう。

大氣上限に於ける境界條件。

A に於いて空間に面した側に於いて問題になる勢力は外から入つて來るものに日射の勢力 J_s があり、内から外へ抜けるものに (1) A 面からの輻射 $(1-a)J_A$ 及び (2) 地面からの輻射の内 M にて吸収を受けないもの aJ_E がある。定常の場合には入つて來る勢力と出る勢力等しい故

$$J_s = (1-a)J_A + aJ_E \cdots\cdots\cdots(7)$$

が上限に於ける境界條件となる。但し $J_E = \sigma T_E^4$, $J_A = \sigma T_A^4$, σ はステファン・ボルツマンの常數、

T_E, T_A は E 及び A に於ける絶対温度, a は E から出る輻射の勢力の内殆んど M にて吸収を受けずに空間に出る勢力の割合である. 猶 A から出る輻射を $(1-a)J_A$ にしたのはキルヒホフの法則に従へば吸収能と輻射能との比は一定であり, 現在の場合は大氣 M に $(1-a)$ だけが吸収されるからである.

地表に於ける條件.

地表に於いて問題になる勢力は, 地面の輻射, 日射, 水蒸氣の蒸發及び渦動熱傳導である. 日射 J_s の内, 短波の部分 bJ_s はそのまま直接地表に来るが, 残りの部分は一端 A で吸収され, 熱傳導として傳はつて来る. 以下同様にして地表に於ける條件は

$$bJ_s = aJ_E - \left(\kappa_r \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} - \left(\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} + C_p \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z=0} K\rho \dots\dots\dots (8)$$

なる事を知る. 但し C_p は空氣の定壓比熱で, 左邊は入つて来る日射, 右邊第 1 項, 第 2 項は地面の輻射に依るもの, 第 3 項は水蒸氣の蒸發, 第 4 項は渦動熱傳導に依るものである.

大氣中に於ける勢力方程式.

定常状態を考へるならば, 上から下へ行く勢力と, 下から上へ行く勢力とは等しい故,

$$bJ_s = aJ_E - \kappa_r \frac{\partial T}{\partial z} - \left(\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} + C_p \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) K\rho \dots\dots\dots (9)$$

が求むる勢力方程式となる. しかし此れは面に關する勢力出入の方程式であり, 非定常の如き場合を取扱ふには寧ろ容積に就いての勢力方程式になほした方が適當である. 此れには (9) 式を z に就いて今一度微分すれば良い. 依つて

$$\frac{\partial}{\partial z} \kappa_r \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} K \gamma \rho \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} K \rho C_p \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

が大氣中に於ける勢力方程式となる. 此れは又次の如き形に書き換へる事も出来る. 即ち $T_e = \frac{\gamma \varphi}{C_p} + \theta$ は丁度相當溫位になる故

$$\frac{\partial}{\partial z} \kappa_r \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \rho C_p K \frac{\partial T_e}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

なる非常に簡単な形となる.

§ 4. 前雛形の勢力方程式の解

先づ第一に大氣上限及び地表に於ける溫度を決定して見よう. 之には (7), (8) 式から J_E, J_A を決定すれば後はステファン・ボルツマンの輻射則から決定される. 即ち

$$\left. \begin{aligned} T_A &= \sqrt[4]{\frac{J_s - a\sigma T_E^4}{\sigma(1-a)}} \\ T_E &= \sqrt[4]{\frac{1}{\sigma a} \left\{ bJ_s + \kappa_r \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} + \left(\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} + C_p \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{z=0} K\rho \right\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

となる。なほ此れは嚴密に云へば完全な解とは云へない。地表附近に於ける状態、例へば温度遞減率、蒸發量等が知れて居るものとしての話であつて、温度遞減率の如きは實は (1) 式を嚴密に解けば與へられる可きものである。さりながら、その様にしてとく事は甚だ面倒な事であり、實際には地表附近の状態は與へられて居るので、現在はまづ此れで満足して置く。今少し嚴密な解は又後日觸れる機會があらう。

かくして地表大氣上限の温度が決定したならば次には各高度の温度を決定しなければならない。此れには (11) 式を (8), (9) 式の境界條件の下に解けばよい。唯此處で問題になる事は κ_r , K , ρ 等の高さとの關係である。此の内 ρ は温度の分布が與へられれば測高公式と云つた様なもので決定され本來ならば (11) 式以外に空氣の状態方程式を入れて解くべきである。併し此れも甚だ複雑であるので現在は ρ と高さの關係は與へられたものと考へ、

$$\rho = \rho_0 e^{-\alpha z} \dots \dots \dots (13)$$

なるラプラスの式が満足されたものとする。次に問題になるのは渦熱散係數である。此のものゝ地上附近に於ける値はいろいろの方面からかなり良く解かつて居るが、高處に於いて如何なる値を取るかは殆んど知れて居ない。此れをどう假定するかに依り結果に相當大きな違ひが出て來るが、幸ひ高處では此れを含んだ項が割合小さくなるので第一近似として高さに依らない常數と考へよう。第三に問題になるのは水蒸氣の分布である。實際の觀測結果を考慮して此れを

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\beta z} \dots \dots \dots (14)$$

の實驗式で與へられるものと考へる。第四に問題となるのは κ_r である。若し大氣中の輻射の吸收が水蒸氣のみに依るとするならば

$$\kappa_r = \int \frac{2}{\rho \Lambda} \frac{\partial f}{\partial T} d\lambda = \frac{1}{\rho \varphi} \int \frac{2}{\Lambda_w} \frac{\partial f}{\partial T} d\lambda = \frac{\text{const}}{\rho \varphi} \dots \dots \dots (15)$$

となる可きである。但し Λ_w は水蒸氣の吸收能である。しかし實際には他の成分、例へば炭酸ガス、オゾン、イオンの如き影響もある。そこで此等の影響を入れて

$$\kappa_r = \frac{1}{\rho \kappa (\varphi + \varphi')} \dots \dots \dots (16)$$

で與へられるものとする。此所で κ , φ' は理論もしくは實測より定め得る常數である。

此等を假定していよいよ積分に取りかからう。まづ (10) 式を一度積分すれば

$$\kappa_r \frac{\partial T}{\partial z} + K \gamma \rho \frac{\partial \varphi}{\partial z} + K \rho C_p \frac{\partial \theta}{\partial z} = \text{const.} = -C \dots \dots \dots (17)$$

となる。さらに積分を續行するに當り、左邊の第三項、渦熱傳導の項はさして大きくない故、温度遞減率は一定で、與へられたものと假定する。しからば (17) 式より、

$$\int \frac{\partial T}{\partial z} dz = \int \frac{\left(-C - K \gamma \rho \frac{\partial \varphi}{\partial z} - K \rho C_p \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)}{\kappa_r} dz \dots \dots \dots (18)$$

或ひは前の假定を入れて積分を遂行すれば

$$T = \frac{C\rho_0\kappa\varphi_0e^{-\alpha z-\beta z}}{\alpha+\beta} + \frac{C\rho_0\kappa\varphi'e^{-\alpha z}}{\alpha} \\ - \frac{\kappa\gamma\rho_0^2\beta\varphi_0^2\kappa e^{-2\alpha z-2\beta z}}{2\alpha+2\beta} - \frac{\kappa\gamma\rho_0^2\beta\varphi_0\varphi'\kappa e^{-2\alpha z-\beta z}}{2\alpha+\beta} \\ + \frac{KC_p\rho_0^2\kappa\varphi_0e^{-2\alpha z-\beta z}}{2\alpha+\beta} \frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z} + \frac{\varphi'KC_p\rho_0^2\kappa e^{-2\alpha z}}{2\alpha} \frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z} + \text{const.} \dots\dots\dots(19)$$

となる。此の場合積分常数は境界條件又は (12) 式より決定出来る。かくして問題がとけた。此の式で注目すべき點は、 z を含んだ項が高さと共に冪級數的に小さくなる事である。その結果、 z が相當に大きくなると気温は高さに無關係に一定となる。此れ即ち大氣上層に等溫層の出来る事を物語るもので、成層圈の存在が此の様な立場からも證明される。

§ 5. 實測値に依る吟味

次には前節の解を實測と比較して見よう。唯前節ではすべて定常の場合を取扱つた故、實例もその場合を取らなければならないが此の條件は中々滿されない。しかし一年の平均値を取れば略よゐであらう。そこで前の東京に於ける値を基にして比較して見る。此の爲にはまづ第一にいろいろの係數、常數等を定めて置かねばならない。先づ地面から出る輻射で大氣中に吸収されないで外へ出る勢力の割合 a を § 2 の例を考慮して 0.1 と置

き、又輻射に依る熱傳導度 κ_r は (16) 式より略

$$\kappa_r = \frac{13 \times 10^{-4}}{\rho(\varphi + 1.2 \times 10^{-3})} \dots\dots\dots(20)$$

と置く。今假りに水蒸氣張力を 10 mm, 氣壓 760 mm 気温 $300^\circ K$ 位にすると $\kappa_r = 12$ となり、§ 2 で極く大雑把に見積つた値 17 と大體同程度の量となる。此の値は又次の關係からも確かめられる。即ち地面から實質的に輻射として外へ流れ出る勢力 R は

$$R = aJ_E + \kappa_r \frac{\partial T}{\partial z} \dots\dots\dots(21)$$

である。しかるにプラントの實驗式に従へば

$$\frac{R}{J_E} = 0.474 - 0.075\sqrt{P_w} \dots\dots\dots(22)$$

なる關係がある。そこで (20) 式の値を (21) 式に入れ R/J_E を勘定し、(22) 式から得た値と比較すると略と一致する。即ち館野の觀測値から R/J_E をそれぞれ (21) 式及び (22) 式から求め、水蒸氣張力 P_w との關係を求めて見ると第 2 圖の如くなり、多少の差はあるが大體は一致して居る。

第 2 圖

此れは現在の推定値がまづ第一近似としては成立する事を物語るものである。其の他の値は前報告の一年の平均値をとり、

$$bJ_s = 270 \text{ cal/day} \cdot \text{cm}^2, \text{ 水の蒸發量} = 2.04 \text{ mm/day}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0.75^\circ\text{C}/100 \text{ m}, b = 0.9$$

$$K\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 120 \text{ cal/day} \cdot \text{cm}^2, \text{ 平均水張} = 7.5 \text{ mm}$$

$$(\kappa_r)_{z=0} = 13.3, J_E = 807 \text{ cal/day} \cdot \text{cm}^2$$

$$T_E = 14^\circ\text{C}, T_A = -60^\circ\text{C}$$

$$\alpha = \frac{1}{9.5 \text{ km}}, \beta = \frac{1}{3.5 \text{ km}}$$

位と見積る。但し κ_r の平均値を採るとき、(20) 式の水蒸氣の混合比としてその算術平均を入れたのではいけない、調和平均を用ふ可きである。その意味で此所の水張は調和平均がとつてある。

此等の値を假定して (12) に従ひ T_A, T_E を勘定して見ると $T_A = -60^\circ\text{C}, T_E = 19^\circ\text{C}$ となり、觀測値の精度から考へると寧ろ合ひ過ぎる位良く一致して居る。

さて次には大氣の途中に於ける溫度を決定して見よう。此れには T_A, T_E が決定されて居るから (19) 式に従つて積分常數を定めてもよい。しかしながら、此處ではまづ (9) 式に従つて溫度遞減率を出して見る。即ち溫度遞減率は全體

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} - \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{ad} \dots \dots \dots (23)$$

で與へられる。但し、 $(\partial T / \partial z)_{ad}$ は斷熱溫度遞減率で約 $1^\circ\text{C}/100 \text{ m}$ である。此れを (9) 式に入れば

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{aJ_E - bJ_s - \gamma K \rho \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{ad}}{\kappa_r + K \rho C_p} \dots \dots \dots (24)$$

となる。依つて此の右邊に知れて居る常數を入れれば $\partial T / \partial z$ 、即ち溫度遞減率が知れる。然も此の式は如何なる高度でもよい故、各高度に於ける溫度遞減率が決定される。かくして目的の一つたる大氣熱操作に於けるポルトロビーの常數、即ち溫度遞減率が出た。次に前の値を入れて此れを出して見ると次の表の如くなる。

第 1 表

高 度	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 km
溫度遞減率	0.81	0.77	0.70	0.59	0.49	0.42	0.33	0.27	0.22	0.17	$^\circ\text{C}/100 \text{ m}$ 0.13

此れで見ると高度 5 km 位までは可なり良い値を示す。それ以上になると稍小さすぎるが此の喰違ひは恐らく次の點にある。即ち今迄用ひた常數は總べて地上附近のものであり、その値をそのまま高層まで擴げて良いか否かは大いに疑問である。寧ろ喰違ひを生ずるのが當然とも考へられる。上

空の様子は將來上空の観測が確立した時に可能になり、現在の所はまづ此の位の所で我慢するより外は無いであらう。

さて、此れで各高度に於ける温度遞減率が知れた故、地上の温度から各高度に於ける気温を勘定する事が出来る。此れは大體第2表の如くなる。

第 2 表

高 度	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 km
氣 計算	14	6	-2	-9	-15	-19	-23	-26	-29	-31	-33°C
溫 實測	14	8	2	-2	-9	-15	-20	-27	-32	-39	-46°C

次に此の結果をエムデン其の他の輻射平衡に依る結果と比較して見るとまだ充分とは云へないが在來のものよりはるかに良くなつた事がわかる。(第3圖)

§6. 結 尾

以上在來とは稍異なつた方法で大氣中の熱の移動を論じ、實測と比較して略満足し得る結果を得た。なほ以上の常數の決定にあたり實測と一致する様に定めた故合ふのが當然と云ふ非難があるかも知れない。しかしかくして定めた値はすべて他の方法で確かめてある故此の非難はあたらない。又實測と比較して多少の差の出る事もあるが、此れは出るのが當然である。即ち對流等の如きも全く略したが、實際には此れが随分大きい。將來は是非共入れなければならない。又現在の如き方法の應用は此ればかりでなく、まだまだ多くある。それらについても言及したいのであるが長くなる故一應此處で筆を置き稿を改めて論ずる豫定である。

流體力學の基礎方程式に就いて (第二報)*

増 山 元 三 郎

1. 緒 言

第一報 (本誌、第二輯、第十五卷、第六號二百十五頁以下) に於いて筆者は從來の流體力學の使用

* M. Masuyama: Pri ekvacioj hidrodinamikaj fundamentaj (la 2-a raporto), 中央氣象臺彙報