大氣波動の減衰と週期に及ぼす粘性の影響 (第一報)*

村 瀬 信 夫

緒 言

大氣の微振動に就ては多くの學者が研究發表⁽¹⁾して居るが粘性がどんな影響をなすか餘り研究されて居ない様である。著者はこの影響を調べたい。

先 x 軸を水平に z 軸を鉛直にとり平衡の時は

$$\frac{dp_0}{dz} = -\rho_0 g \quad (1)$$

氣體方程式としては次の式を用ひる。

$$p_0 = \rho_0 R T \quad (2)$$

波動の際空氣の運動は小さいものと考へ、地球の回轉の影響を考へなければ

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \nu \nabla^2 u, \quad \rho \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho \nu \nabla^2 w - g \quad (3)$$

連續の式は

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (4)$$

波動による空氣の狀態變化は斷熱的であると假定すれば

$$\frac{dp}{dt} = c^2 \frac{d\rho}{dt}, \quad c^2 = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} = \gamma R T_0 \quad (5)$$

諸 $p = p_0 + p'$, $\rho = \rho_0 + \rho'$ とおき p', ρ' は小さいから二次以上は無視する。然るとき (3), (4), (5) は次の様になる。

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p'}{\partial x} + \rho_0 \nu \nabla^2 u, \quad \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p'}{\partial z} + \rho_0 \nu \nabla^2 w - g \rho' \quad (3)'$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + w \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = -\rho_0 \chi \quad (4)'$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - \rho_0 g w = -\gamma p_0 \chi \quad (5)'$$

但し

$$\chi = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

(4)', (5)' を (3)' に入れると

* N. Murase: Influence of Viscosity upon Waves in the Atmosphere. 中央氣象臺彙報.

(1) Kwaniti Koenuma: Some Problems of Waves Propagating in the Atmosphere. 氣象學礎石, p. 421.

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla \right) u &= c^2 \frac{\partial \chi}{\partial x} - g \frac{\partial w}{\partial x} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla \right) w &= c^2 \frac{\partial \chi}{\partial z} - g \frac{\partial w}{\partial z} - g(\gamma - 1) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

上式から
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla \right) \chi = c^2 \nabla \chi + \left(\frac{dc^2}{dz} - g\gamma \right) \frac{\partial \chi}{\partial z} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (7)$$

茲に
$$\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}$$

(6) より
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla \right) \eta = \left[\frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + g(\gamma - 1) \right] \frac{\partial \chi}{\partial z} \quad (8)$$

(6) と (8) を組合せると

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla \right)^2 \chi &= c^2 \nabla \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla \right) \chi + \left(\frac{dc^2}{dz} - g\gamma \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla \right) \chi \\ &\quad + g \left[\frac{dc^2}{dz} + g(\gamma - 1) \right] \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (9)$$

先づ最初, 極めて簡単な場合を考へよう.

気温は一定で波動による空気の状態変化は等温であるとする. 然る時は (9) 式は簡単になる (T_0 を T と書くことにする).

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla - RT \nabla + g \frac{\partial}{\partial z} \right) \chi = 0 \quad (10)$$

故に
$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} \nu \nabla - RT \nabla + g \frac{\partial}{\partial z} \chi = 0 \quad (11)$$

今水平方向に傳播する波動を考へよう. さうして, $u, w \propto e^{\alpha t + i m x}$ と假定して見る.

(11) より
$$\frac{d^2 \chi}{dz^2} - \frac{g}{RT + \alpha \nu} \frac{d\chi}{dz} - \left(m^2 + \frac{\alpha^2}{RT + \alpha \nu} \right) \chi = 0 \quad (12)$$

故に
$$\chi = (A e^{\beta_1 z} + B e^{\beta_2 z}) e^{\alpha t + i m x} \quad (13)$$

此處に
$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{g}{2(RT + \alpha \nu)} \pm \sqrt{\left[\frac{g}{2(RT + \alpha \nu)} \right]^2 + \left(m^2 + \frac{\alpha^2}{RT + \alpha \nu} \right)} = \frac{g}{2(RT + \alpha \nu)} \pm \xi \quad (14)$$

但し
$$\xi^2 = \left[\frac{g}{2(RT + \alpha \nu)} \right]^2 + \left(m^2 + \frac{\alpha^2}{RT + \alpha \nu} \right) \quad (15)$$

惜 $w = (a A e^{\beta_1 z} + b B e^{\beta_2 z}) e^{\alpha t + i m x}$ において (6) より a, b を求めると

$$a = \frac{RT \beta_1}{\alpha^2 - \alpha \nu \beta_1^2 + \alpha \nu m^2 + g \beta_1}, \quad b = \frac{RT \beta_2}{\alpha^2 - \alpha \nu \beta_2^2 + \alpha \nu m^2 + g \beta_2} \quad (16)$$

今境界條件として次の様にとる.

$$[w]_{z=0} = 0 \quad [\chi]_{z=H} = 0 \quad (17)$$

$$(17) \text{ より } aA + bB = 0, \quad Ae^{\epsilon_1 H} + Be^{\epsilon_2 H} = 0 \quad (18)$$

(18) より A, B を消去し, a, b の値を代入すると

$$\frac{\beta_2 e^{\beta_1 H}}{\alpha^2 - \alpha \nu \beta_1^2 + \alpha \nu m^2 + g \beta_1} = \frac{\beta_1 e^{\beta_2 H}}{\alpha^2 - \alpha \nu \beta_2^2 + \alpha \nu m^2 + g \beta_2} \quad (19)$$

上式に β_1, β_2 の値を代入し整頓すると

$$\xi \coth \xi H = -\frac{gm^2}{RT\alpha^2}(RT + \alpha\nu) - \frac{g}{2(RT + \alpha\nu)} \quad (20)$$

今若し大氣の上界 H を相當大きくとると $\coth \xi H \doteq 1$ となり

$$\xi = -\frac{gm^2}{RT\alpha^2}(RT + \alpha\nu) - \frac{g}{2(RT + \alpha\nu)} \quad (21)$$

(21) と (15) より ξ を消去し整理すると

$$\begin{aligned} \alpha^6 + m^2 \nu \alpha^5 + RT m^2 \alpha^4 - \frac{g^2 m^2 \nu}{R^2 T^2} (RT + m^2 \nu^2) \alpha^3 \\ - \frac{g^2 m^2}{RT} (RT + 3m^2 \nu^2) \alpha^2 - 3g^2 m^4 \nu \alpha - g^2 m^4 RT = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

上式により α は決定される。然し α に就き六次方程式であり、これは解けない。ニウトンの根の近似値を求める公式を應用し、第一近似値を出して見る。

$$\text{上式に } \nu = 0 \text{ とおけば } (\alpha^2 + m^2 RT)(\alpha^4 - g^2 m^2) = 0 \quad (23)$$

$$\text{従つて } \alpha = im\sqrt{RT}, \quad \alpha = i\sqrt{gm} \quad (24)$$

これは肥沼先生の求められた値に $\gamma = 1$ としたものに同一である。

ニウトンの方法によると、 $f(\alpha) = 0$ の一つの根の近似値を α_1 とすれば

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \frac{f(\alpha_1)}{f'(\alpha_1)}, \quad \alpha_3 = \alpha_2 - \frac{f(\alpha_2)}{f'(\alpha_2)},$$

は次第に正しき根に近づく。

α_1 として (21) 式の根を用ひる。然る時

$$f(imRT) = iX + Y \quad f'(imRT) = iX' + Y' \quad (25)$$

となつたとする。茲に X, Y, X', Y' は夫々次の値を有する。

$$\left. \begin{aligned} X &= m^5 \nu \left(m^2 R^2 T^2 \sqrt{RT} - \frac{g^2 m^2 \nu^2}{\sqrt{RT}} - 2g^2 \sqrt{RT} \right), \quad Y = 3g^2 m^6 \nu^2 \\ X' &= m^6 \nu \left(5R^2 T^2 + \frac{3g^2 \nu^2}{RT} \right), \\ Y' &= 2m^3 \left(m^2 R^2 T^2 \sqrt{RT} - 3 \frac{g^2 m^2 \nu^2}{\sqrt{RT}} - g^2 \sqrt{RT} \right) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$$\text{故に } \alpha = i \left(m\sqrt{RT} - \frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} \right) - \frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} \quad (27)$$

従つて

$$u w \propto e^{(m\sqrt{RT} - \frac{XX' - X'Y'}{X'^2 + Y'^2})t - \frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2}t + imx} \quad (28)$$

上式より明らかなる様に $\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2}$ は粘性による振幅の減衰度を示し, $\frac{XX' - X'Y'}{X'^2 + Y'^2}$ は粘性による振動週期の變り方を表して居る. 今この粘性の影響を調べて見よう.

$$(26) \text{ より } \quad XX' + YY' = m^2 \nu^2 \left[\left(5R^4 T^4 \sqrt{RT} - 2g^2 RT \sqrt{RT} \nu^2 - 3 \frac{g^4 \nu^4}{RT \sqrt{RT}} \right) m^4 \right. \\ \left. - 4 \left(g^2 R^2 T^2 \sqrt{RT} + 6 \frac{g^4 \nu^2}{\sqrt{RT}} \right) m^2 - 6g^4 RT \right] \quad (29)$$

$$XY' - X'Y = m^2 \nu \left[\left(2R^5 T^5 - 23g^2 \nu^2 R^2 T^2 - 3 \frac{g^4 \nu^4}{RT} \right) m^4 \right. \\ \left. - 2(3g^2 R^3 T^3 - 7g^4 \nu^2) m^2 + 4g^4 RT \right] \quad (30)$$

$$X'^2 + Y'^2 = m^6 \left[\left(25R^4 T^4 \nu^2 + 9 \frac{g^4 \nu^6}{R^2 T^2} + 30g^2 RT \nu^4 \right) m^6 \right. \\ \left. + 4 \left(R^4 T^5 + 9 \frac{g^4 \nu^4}{RT} - 6R^2 T^2 \nu^2 \right) m^4 + 8(3g^4 \nu^2 - g^2 R^3 T^3) m^2 + 4g^4 RT \right] \quad (31)$$

(29) と (31), (28) と (31) とを組合せ

$$\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} = m^2 \nu^2 \left[\left(5R^4 T^4 \sqrt{RT} - 2g^2 RT \sqrt{RT} \nu^2 - 3 \frac{g^4 \nu^4}{RT \sqrt{RT}} \right) m^4 - 4 \left(g^2 R^2 T^2 \sqrt{RT} + 6 \frac{g^4 \nu^2}{\sqrt{RT}} \right) m^2 - 6g^4 RT \right] \\ \div \left[\left(25R^4 T^4 \nu^2 + 9 \frac{g^4 \nu^6}{R^2 T^2} + 30g^2 RT \nu^4 \right) m^6 + 4 \left(R^4 T^5 + 9 \frac{g^4 \nu^4}{RT} - 6R^2 T^2 \nu^2 \right) m^4 \right. \\ \left. + 8(3g^4 \nu^2 - g^2 R^3 T^3) m^2 + 4g^4 RT \right] \quad (32)$$

$$\frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} = m^2 \nu \left[\left(2R^5 T^5 - 23g^2 \nu^2 R^2 T^2 - 3 \frac{g^4 \nu^4}{RT} \right) m^4 - 2(3g^2 R^3 T^3 - 7g^4 \nu^2) m^2 + 4g^4 RT \right] \\ \div \left[\left(25R^4 T^4 \nu^2 + 9 \frac{g^4 \nu^6}{R^2 T^2} + 30g^2 RT \nu^4 \right) m^6 + 4 \left(R^4 T^5 + 9 \frac{g^4 \nu^4}{RT} - 6R^2 T^2 \nu^2 \right) m^4 \right. \\ \left. + 8(3g^4 \nu^2 - g^2 R^3 T^3) m^2 + 4g^4 RT \right] \quad (33)$$

(32), (33) が所要のものである.

波動の安定不安定を論ずるには

$$XX' + YY' > 0 \quad \text{減衰振動} \quad (34)$$

$$XX' + YY' = 0 \quad \text{安定振動} \quad (35)$$

$$XX' + YY' < 0 \quad \text{不安定振動} \quad (36)$$

を調べればよい.

(36) から

$$\left(5R^4 T^4 \sqrt{RT} - 2g^2 RT \sqrt{RT} \nu^2 - 3 \frac{g^4 \nu^4}{RT \sqrt{RT}} \right) m^4 - 4 \left(g^2 R^2 T^2 \sqrt{RT} + 6 \frac{g^4 \nu^2}{\sqrt{RT}} \right) m^2 - 6g^4 RT = 0$$

$$\begin{aligned}
 m^2 &= \frac{2\left(g^2 R^2 T^2 \sqrt{RT} + 6 \frac{g^4 \nu^2}{\sqrt{RT}}\right) \pm \sqrt{34 g^4 R^5 T^6 + 46 g^6 R^2 T^2 \nu^2 + 126 \frac{g^8 \nu^4}{RT}}}{5 R^4 T^4 \sqrt{RT} - 2 g^2 R T \sqrt{RT} \nu^2 - 3 \frac{g^4 \nu^4}{RT \sqrt{RT}}} \\
 &= \frac{2\left(g^2 + 6 \frac{g^4 \nu^2}{R^3 T^3}\right) \pm \sqrt{34} g^2 \sqrt{1 + \frac{23}{17} \frac{g^2 \nu^2}{R^3 T^3} + \frac{63}{17} \frac{g^4 \nu^4}{R^6 T^6}}}{5 R^2 T^2 - 2 \frac{g^2 \nu^2}{RT} - 3 \frac{g^4 \nu^4}{R^4 T^4}} \quad (37)
 \end{aligned}$$

然るに大氣の粘性は大きく見積つて 10^8 と看做して、微少項を省略すると(波動には分子粘性が作用すると考へられるがこれ程大きく見積つても)

$$m^2 \div \frac{7.83 g^2}{5 R^2 T^2} \div 1.57 \frac{g^2}{R^2 T^2}$$

故に

$$m = 1.25 \frac{g}{RT} \quad (38)$$

仍つて波長 λ は

$$\lambda = 40 \text{ km}$$

これは疎密波であるが音波とは考へられない。従つて、40 km の波は安定で規律正しい振動である。40 km 以下の波長の波は減衰振動であり 40 km 以上のは不安定である。減衰發散の程度は一概に云へないで (32) 式で示すよう波長、粘性係数、温度に關して居る。

今特別の場合につき粘性の影響を出す。音楽の如きは振動數 300~500 位までである。それ故波長 1.00~0.60 m 位である。

今 $m = 10^{-2} \sim 10^{-1}$ 位と看做せば (33) の微小項を省略すると

$$\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} \div \frac{5 m^3 \nu^2 \sqrt{RT}}{25 \nu^2 m^2 + 4 RT} \quad (39)$$

とおける。若し分子粘性しかないとすれば $\nu^2 m^2 < RT$ なる故

$$\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} \div \frac{5}{4} m^3 \nu^2 \times \frac{1}{\sqrt{RT}} \quad (40)$$

即ち、波長の三乗根に逆比例し、粘性の二乗に比例することになるが ν は非常に小さい故殆ど減衰しないことになる。若し ν を普通考へられてゐる重力粘性係数と考へる時は (39) を用ひなくては行けない。

粘性の週期に及ぼす影響

$$\begin{aligned}
 \frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} &= m^2 \nu \left[\left(2 R^3 T^5 - 23 g^2 R^2 T^2 - 3 \frac{g^4 \nu^4}{RT} \right) m^4 - 2 (3 g^2 R^3 T^3 - 7 g^4 \nu^2) m^2 + 4 g^4 RT \right] \\
 &\div \left[\left(25 R^4 T^4 \nu^2 + g \frac{g^4 \nu^6}{R^2 T^2} + 3 g^2 R T \nu^4 \right) m^6 + 4 \left(R^5 T^5 + 9 \frac{g^4 \nu^4}{RT} - 6 R^2 T^2 \nu^2 \right) m^4 \right. \\
 &\quad \left. + 8 (3 g^4 \nu^2 - g^2 R^3 T^3) m^2 + 4 g^4 RT \right] \quad (41)
 \end{aligned}$$

今粘性は小さいとして微小項を省略すると

$$\frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} \doteq \frac{1}{2} m^2 \nu \frac{m^2 R^2 T^2 - 2g^2}{m^2 R^2 T^2 - g^2} \quad (42)$$

波長が相當短かければ

$$\frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} = \frac{1}{2} m^2 \nu \quad (43)$$

波長が相當長ければ

$$\frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} = m^2 \nu \quad (43)$$

結局粘性 ν は 振動週期を $m > \frac{g}{RT}$, $m < \frac{\sqrt{2}}{RT} g$ の間では長くする様に作用し $\frac{\sqrt{2}}{RT} g < m < \frac{g}{RT}$ では短かくする様に働くが若し音波の様な波には分子粘性のみが作用すると考えればその影響は極く僅小である。反對に ν が相當大きければその影響は益大きくなり閉却出来ない。特に短波長のもの程効果は大きく長波長のものには左程影響しない。

重力波の場合 即ち

$$\alpha = i\sqrt{gm}$$

$$f(i\sqrt{gm}) = iX + Y \quad f'(i\sqrt{gm}) = iX' + Y' \quad (44)$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{g^2 \sqrt{gm} m^3 \nu}{RT} \left(g - 2mRT + \frac{m^2 \nu^2}{RT} \right), & Y &= 3 \frac{g^3 m^5 \nu^2}{RT} \\ X' &= 2g \sqrt{gm} m^2 \left(2g - 2mRT - 3 \frac{gm^2 \nu^2}{RT} \right) \\ Y' &= g^2 m^3 \nu \left(2m + 3 \frac{g}{RT} + g \frac{m^2 \nu^2}{RT} \right) \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} XX' + Y'Y &= \frac{g^4 m^6 \nu}{RT} \left[2 \left(g - 2mRT + \frac{m^2 \nu^2}{RT} \right) \left(2g - 2mRT - 3 \frac{gm^2 \nu^2}{RT} \right) \right. \\ &\quad \left. + 3gm^2 \nu^2 \left(2m + 3 \frac{g}{RT} + g \frac{m^2 \nu^2}{RT^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} XY' - YX' &= \frac{g^4 \sqrt{gm} m^6 \nu^2}{RT} \left[\left(g - 2mRT + \frac{gm^2 \nu^2}{RT} \right) \left(2m + 3 \frac{g}{RT} + \frac{g^2 m^2 \nu^2}{R^2 T^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - 6m \left(2g - 2mRT - 3 \frac{gm^2 \nu^2}{RT} \right) \right] \\ &= \frac{g^4 \sqrt{gm} m^6 \nu^2}{R^2 T^2} \left(3g^2 - 15mRTg + 8m^2 R^2 T^2 + 4 \frac{gm^2 \nu^2}{RT} + 6gm^3 \nu^2 \right) \end{aligned} \quad (47)$$

$$X'^2 + Y'^2 = g^3 m^5 \left[4 \left(2g - 2mRT - 3 \frac{gm^2 \nu^2}{RT} \right)^2 + gm \nu^2 \left(2m + 3 \frac{g}{RT} + g \frac{m^2 \nu^2}{R^2 T^2} \right)^2 \right] \quad (48)$$

(46), (47), (48) を組合せ

$$\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} = \frac{gmv}{RT} \left[\frac{2 \left(g - 2mRT + \frac{m^2 v^2}{RT} \right) \left(2g - 2mRT - 3 \frac{gm^2 v^2}{RT} \right) + 3gm v^2 \left(2m + 3 \frac{g}{RT} + \frac{gm^2 v^2}{R^2 T^2} \right)}{4 \left(2g - 2mRT - 3 \frac{gm^2 v^2}{RT} \right)^2 + gm v^2 \left(2m + 3 \frac{g}{RT} + g \frac{m^2 v^2}{R^2 T^2} \right)} \right] \quad (49)$$

$$\frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} = \frac{\sqrt{gm} gm v^2}{R^2 T^2} \left[\frac{3g^2 - 15mRTg + 8m^2 R^2 T^2 + 4 \frac{gm^2 v^2}{RT} + 6gm^3 v^2}{4 \left(2g - 2mRT - 3 \frac{gm^2 v^2}{RT} \right)^2 + gm v^2 \left(2m + 3 \frac{g}{RT} + g \frac{m^2 v^2}{R^2 T^2} \right)} \right] \quad (50)$$

前述と同様 (49) と (50) は粘性の振動の振幅及び週期に及ぼす影響を表して居る。

先最初振幅に及ぼす影響に就いて調べる。

(49) の微小項を省略すると

$$\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} = \frac{gmv}{RT} \frac{4(g - mRT)(g - 2mRT) + 3gm^2 v^2 \left(2m + 3 \frac{g}{RT} \right)}{16(g - mRT)^2 + gm v^2 \left(2m + 3 \frac{g}{RT} \right)} \quad (51)$$

更に粘性 ν が小さければ

$$\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} \div \frac{1}{4} \frac{gmv}{RT} \cdot \frac{g - 2mRT}{g - mRT} \quad g \neq mRT \quad (52)$$

若し $g \gg mRT$ 即ち長波のものであれば (52) は

$$\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} = \frac{1}{4} \frac{gmv}{RT} \quad (53)$$

即ち粘性は殆ど影響しないことになる。

若 $g \ll mRT$ 即ち短波長のものであれば (52) は

$$\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} \div \frac{1}{2} \frac{gmv}{RT} \quad (54)$$

従つて少しは効果を及ぼすことが知れる。

若し $g = mRT$ ならば

$$\frac{XX' + YY'}{X'^2 + Y'^2} = \frac{3}{5} \frac{g^2 \nu}{R^2 T^2} \quad (55)$$

となる。

(53), (54) は省略をして居るから正式には (49) を用ひて出さねばいけない。

波動の安定不安定は

$$\begin{array}{rcl} XX' + YY' & > & 0 \\ & = & \text{減衰} \\ & < & \text{安定} \\ & & \text{不安定} \end{array}$$

を調べればよい。

週期に及ぼす影響

(50) 式の微小項を省略して

$$\frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} \div \frac{\sqrt{gm} gmv^2}{R^2 T^2} \cdot \frac{3g^2 - 15mRTg + 8m^2 R^2 T^2 + 6gm^3 v^2}{16(g - mRT)^2 + gmv^2 \left(2m + 3\frac{g}{RT}\right)^2} \quad (56)$$

若し波長が短い場合

$$\frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} \div \frac{1}{2} \frac{\sqrt{gm} gmv^2}{R^2 T^2} \quad (57)$$

若し波長の非常に長い場合

$$\frac{XY' - X'Y}{X'^2 + Y'^2} \div \frac{3}{16} \frac{\sqrt{gm} gmv^2}{R^2 T^2} \rightarrow 0 \quad (58)$$

兩者とも多少なりとも週期を長くする様に作用する。何れにしても両極端な場合しか求められないから、本式には (50) から求めないといけな。

結 語

以上簡単な場合に就いて粘性の大気波動に及ぼす影響に就いて論じた。その結果を要約すると、波動の振幅に及ぼす効果は波長の如何により減衰、安定、不安定振動となる。又粘性に無関係に安定な振動もあり得る。週期に就いては粘性の全然なき場合よりも長くなつたり短くなつたりする。又粘性に無関係の場合もある。然しながら此等の影響は若し分子粘性を用ふれば極く短波長の波動を除いては殆ど影響しない。又渦動粘性係数を用ふるならばその影響は非常に大きくなる。殊に短波長のものには著しい。

第二報では空気の状態變化を斷熱的だとし一定の逕減率を有する場合について調べ尙進んで不連続面の場合にも應用し波動の安定、不安定を論じたいと思ふ。

終りに御閱讀を賜つた岡田臺長先生に厚く御禮申し上げます。尙藤原先生三浦先生今井一郎氏に色々御指導に與つた。茲に厚く御禮申し上げます。

録 事

大日本氣象學會講演會

三月月次會 昭和 13 年 3 月 4 日 (金) 午後 4 時
より中央氣象臺構内 中村記念館にて開催、講演 5。

座長 佐藤幹事 出席者 36 名

1. 吉野 格君：月見草の開花數と開花時刻

月見草の開花數と開花時刻について比較的微氣候に屬する事について調べをして、次の結果を得た。

開花數と開花時刻については日射量が一番影響する。一般に日射量が大だと多く咲き、開花時刻が遅くなる。花が咲くには適當な温度があるが、それに到る前に強い日射を受ける必要がある。

2. 山下理三郎君：大氣の振動 (荒川秀俊君代讀)

氣温のための氣壓振動を論ずるとき垂直氣流を省略しては特に位相が氣温と同じになつて事實と合はないから之を省略しないで前に一つの試みをなし