此の事は大陸颱風の構造や規模を定めるのに役立つて來るであらうと思ふ。

以上の規準の應用に就ては後の研究に残し度いと思つて居る。

本章では主として低氣壓に就て論じたのであるが高氣壓に就ては同様に扱へるが別に論じたいと思つて居る。

猶第九章で論じた様に低氣壓を立體的に考へる以上水平垂直兩方の安定度を別々に扱はないで綜合的に扱はなければならない。此の問題も解決して居るから次報で報告する豫定である。

二 次 元 熱 傳 導 の 圖 式 解 法 の 一 例*

高 橋 喜 彦

§1. 二次元熱傳導の一解法⁽¹⁾

此の解法の根本方針は直接二次元の熱の流れを考へないで、一次元の熱の流れが直交する二つの方向に交互に順次起るものとして計算するのである。

今固體の初めの溫度を $u_0(x, y)$ とする。先づ y 方向にだけ熱が流れるものとして或る幅 $2s$ を以つて此の方向の移動平均を一回行ふ。その結果 $v_1(x, y)$ といふ溫度分布が得られたものとする。即ち

$$v_1(x, y) = \frac{1}{2s} \int_{y-s}^{y+s} u_0(x, \eta) d\eta.$$

此の數値計算を行ふには豫め固體中に x 軸に垂直な幾つかの斷面 $x = x_i (i=1, 2, 3, \dots)$ を考へ、各斷面の溫度曲線 $u_0(x_i, y)$ を圖に書いて一次元の場合と全く同様に各圖に就いて移動平均すれば、 $v_1(x_i, y)$ が得られ、任意の點の溫度 $v_1(x, y)$ は内挿的に求めることが出来る。

次に $v_1(x, y)$ から出發して、今度は x 方向にだけ熱が流れるものとして此の方向の移動平均を行ひ、 $u_1(x, y)$ といふ溫度が得られたものとする。即ち

$$u_1(x, y) = \frac{1}{2s} \int_{x-s}^{x+s} v_1(\xi, y) d\xi.$$

此の數値計算を行ふには矢張り固體中に y 軸に垂直な幾つかの斷面 $y = y_j (j=1, 2, 3, \dots)$ を考へ、各斷面の溫度曲線 $v_1(x, y_j)$ に就いては移動平均を行ひ $u_1(x, y_j)$ が得られるから、任意の點の溫度 $u_1(x, y)$ は内挿的に求めることが出来る。

* Y. Takahasi: An Example of the Graphical Solution of the Problem of the Two-Dimensional Conduction of Heat in Solid. 中央氣象臺彙報。

(1) 高橋喜彦: 渦動擴散及び熱傳導の圖式解法. 氣象集誌, 第 19 卷, 321 頁 (昭和 16 年) を豫め参照せられたし。

此の様に y 及び x 方向に各一回宛 $2s$ の幅で移動平均して得られる温度 $u_1(x, y)$ は時刻 $t = \tau$ に於ける固体の實際の温度を表すものと考へることが出来る。但し一次元の場合と同様に $s = a\sqrt{\kappa\tau}$ といふ關係が成り立つものとする (κ : 固体の熱擴散率, a : 常數で略 $\sqrt{6} = 2.45$ に近い)。

更に y 方向に移動平均して $v_2(x, y)$, 續いて x 方向に移動平均して $u_2(x, y)$ といふ温度が得られたとすれば, これは $t = 2\tau$ に於ける固体の實際の温度であると考へることが出来る。

此の様な計算を順次繰り返して行く。一般に y 方向に n 回目の移動平均を行つた直後 (従つて x 方向の移動平均の回数は $n-1$ 回) の温度分布を $v_n(x, y)$ とし, 又 x 方向に n 回目の移動平均を行つた直後 (従つて y 方向にも n 回) の温度分布を $u_n(x, y)$ とすれば,

$$v_n(x, y) = \frac{1}{2s} \int_{y-s}^{y+s} u_{n-1}(x, \eta) d\eta$$

$$u_n(x, y) = \frac{1}{2s} \int_{x-s}^{x+s} v_n(\xi, y) d\xi$$

によつて計算の過程が示される。此の時得られる $u_n(x, y)$ は近似的に $t = n\tau$ に於ける固体の實際の温度と考へることが出来る。

今度は移動平均の方向の順序を變へて $x, y, \dots$ の順序で前と同様な計算を行つて $v_1'(x, y), u_1'(x, y), \dots, v_n'(x, y), u_n'(x, y), \dots$ といふ温度が順次求められたものとする。即ち

$$v_1'(x, y) = \frac{1}{2s} \int_{x-s}^{x+s} u_0(\xi, y) d\xi$$

$$u_1'(x, y) = \frac{1}{2s} \int_{y-s}^{y+s} v_1'(x, \eta) d\eta$$

.....

$$v_n'(x, y) = \frac{1}{2s} \int_{x-s}^{x+s} u_{n-1}'(\xi, y) d\xi$$

$$u_n'(x, y) = \frac{1}{2s} \int_{y-s}^{y+s} v_n'(x, \eta) d\eta$$

.....

でその計算の過程が示される。

此の様に求めた $u_n'(x, y)$ も亦近似的に $t = n\tau$ に於ける固体の實際の温度を表はすものと考へることが出来るが, 先に求めた $u_n(x, y)$ とは一般に違つた値となる。故に $\frac{u_n + u_n'}{2}$ の方が更に實際に近い値と考へることが出来る。

初めの温度 u_0 が y のみの函数として與へられてゐる場合には, $x, y, \dots$ の方向の順序の計算に於いて最初の x 方向の移動平均は行ふ必要がなく, 直ちに y 方向の移動平均したものが u_1' となる。これは丁度 $y, x, \dots$ の順序の計算に於ける v_1 に等しいものである。以下 $u_2' = v_2, \dots$,

$u_n' = v_n, \dots$ となるから, $t = n\tau$ の實際の溫度は直ちに $\frac{v_n + u_n}{2}$ で與へられ, $x, y, \dots$ の順序の計算は行はずに済ますことが出来る. 又 u_0 が x のみの函數として與へられてゐる場合も同様に $x, y, \dots$ の順序の計算は省くことが出来る.

§ 2. 二次元熱傳導の計算例

第 1 圖の如く半無限固體の内部に矩形斷面を有する空洞があり, 其の壁面は熱を通さないものとする. 固體の初めの溫度は一様に零であるとして, 其の表面溫度を 1 に保つた場合の二次元熱傳導を調べることにする.⁽¹⁾

(1) 座標原點及び x, y 軸を第 1 圖の如く選ぶものとすれば, 固體の溫度は $x=0$ の面に對して常に左右對稱となるから, 熱を通さない面が $x=0$ にあるものとして x の正の部分だけに就いて熱傳導を調べればよい.

(2) 前節の $x = x_i$ 及び $y = y_j$ ($i, j = 1, 2, 3, \dots$) の斷面として次表のものを取つた.

x_i	0	0.5	1.0	1.3	1.5-	1.5+	1.7	2.0	2.5	(以下 0.5 の間隔)							
y_j	0.2	0.5	0.8	1.0-	1.0+	1.2	1.5	2.0	2.5	2.8	3.0-	3.0+	3.2	3.5	4.0	(以下 0.5 の間隔)	

但し例へば $x=1.5$ の面は丁度空洞の壁面を含むから, 此の面の直ぐ兩側では y 方向の熱の流れ方は不連続的に變る. 従つて此の面は $x=1.5 \pm \varepsilon$ (ε は極めて小さな正數) の二つに分けて考へなくてはならない. 表中 $x=1.5-$, $x=1.5+$ とあるのは此の二面を表はしたものである. 同じ理由により $y=1.0$ 及び $y=3.0$ の面もそれぞれ $y=1.0-, 1.0+$ 及び $y=3.0-, 3.0+$ に分けて考へなくてはならない.

以上の各斷面の溫度曲線を圖に書いて計算して行くわけである.

(3) s は初め 0.5 に取るが途中から次表の通り 0.707 及び 1.0 (0.5 の $\sqrt{2}$ 倍及び 2 倍に當る) に變へる. 移動平均の回數 n はすべて $s=0.5$ としての回數に換算する. 即ち $s=0.707$ で 1 回移動平均すればこれを 2 回とし, $s=1.0$ としての 1 回は 4 回に數へることにする.

又移動平均の回數 n に相當する時間 $t = n\tau$ は $s = a\sqrt{\kappa\tau}$ (s は最初の値を用ひる) の關係により

移動平均の回數 n	s
0-6	0.5
6-8	0.707
8-36	1.0

(1) 此の問題は和達清夫博士及び日高孝次博士が以前に解かうとしたがどうしても解けなかつたといふ話なので, こゝに例題として取上げた.

第 2 圖 $x=x_i$ 面に於ける $u_n(x_i, y)$ の例
 プラニメーターにより此の圖より u_{n+1} を求める。

第 3 圖 $y=y_j$ 面に於ける $v_n(x, y_j)$ の例
 プラニメーターにより此の圖より u_n を求める。

$$t = \frac{s^2}{a^2 \kappa} n$$

で與へられる。

(4) 先づ $y, x, \dots$ の方向の順序で移動平均を行ふことにする。第 2 圖及び第 3 圖は實際の計算に用いた圖の一部分を示したもので、 $x=x_i$ 及び $y=y_j$ の断面圖としては代表的なもの四つ宛を示し、各移動平均毎の溫度曲線 v_n 及び u_n は $n=8, 16, 36$ のものだけを示してあるに過ぎないが、これによつて計算の經過が大體分ると思ふ。

(5) $x=x_i$ の各面内の溫度曲線 $u_{n-1}(x_i, y)$ を移動平均する場合、 $y=y_j$ の各面の y_j に對する値 $v_n(x_i, y_j)$ を讀取るやうにすると、此の値を $y=y_j$ の各圖上へ直ちに書き入れることが出来るから内挿法によらないで $v_n(x, y_j)$ の曲線が書ける。 $v_n(x, y_j)$ から $u_n(x, y)$ を求める場合も同様である。此の様にすると第 2 圖及び第 3 圖の如く $x=x_i$ の各面には $u_n(x_i, y)$ だけ、 $y=y_j$ の各面には $v_n(x, y_j)$ の曲線だけを書くだけで計算が進められる。

(6) $y=y_j$ の各面内の溫度曲線 v_n は第 3 圖で分る様に直線に近いから、計算値を書入れた各點は簡単に直線で結んでしまつた。

(7) y 方向に移動平均した直後の溫度 v_n は $x=1.5$ の面内に於いて $y=1.0-s \sim 1.0$ 及び $y=3.0 \sim 3.0+s$ の範圍が不連続となり、 x 方向に移動平均した直後の溫度 u_n は $y=1.0$ 及び $y=3.0$ の面内に於いて $x=1.5 \sim 1.5+s$ の範圍が不連続となる。但しこの s は其の時に實際に用いた s の値であつて、最初につつた s の値 0.5 といふ意味ではない。

例へば第 2 圖 $x=1.5+$ の面内では $y=1.0$ 及び 3.0 の點で u_n の不連続が見られ、又第 3 圖 $y=0.5, 1.0-$ 及び $3.0+$ の各面内では $x=1.5$ の點で v_n の不連続が見られる。併し計算の途中でこれ等の不連続は其のまゝにして移動平均することにする。

(8) 固體の初めの溫度は y のみの函數であるから、前節で述べた所により $t=n\tau$ に於ける固體の實際の溫度 $u(x, y, n\tau)$ は近似的に

$$u(x, y, n\tau) = \frac{v_n(x, y) + u_n(x, y)}{2}$$

で與へられる。

v_n 又は u_n が不連続である箇所（前項参照）では u も亦不連続であるが、其の程度は v_n 及び u_n 個々の場合に比べて半分に減ずる。今 $x=1.5$ 及び $y=1.0, 3.0$ の各面内に於いて u の不連続な箇所の溫度として其の直ぐ兩側の値を平均したものを取り、其の前後は適當に滑らかな溫度曲線をつつてつなぎ、 u には不連続な箇所がない様にする。

以上の如くにして各時刻に於ける固體の溫度を近似的に求めることが出来る。

§ 3. 計算の結果に就いて

(1) 今回は $n=36$ まで計算した。其の結果から $t=16\tau$ 及び 36τ に於ける固体の温度を調べて見ると第 4 圖及び第 5 圖のようになる。

第 4 圖 $t=16\tau$ に於ける温度分布 (等温線) 圖
(黒點は計算値)

第 5 圖 $t=36\tau$ に於ける温度分布 (等温線) 圖
(黒點は計算値)

(2) 圖中の黒點は計算値を示したものである。空洞の附近では等温線を計算値から多少づらして引かなければならないが、圖から分る様に此の誤差は餘り大きなものではない。

此の誤差は空洞の附近に v_n 及び u_n の不連続な箇所があるために起るものであるが、 s を小さく取りさへすれば此の誤差はいくらでも小さくすることが出来る。

(3) 此の結果を實際の問題に就いて考へるには、 x, y 及び τ を實際の値に換算すればよい。例へば地中温度の問題として、地面から空洞の上壁までの深さを 20 cm とし、 $\kappa=0.010 \text{ cm}^2/\text{sec}$ (假想値) であるとすれば、 $s=10 \text{ cm}$ となるから $s=\sqrt{6\sqrt{\kappa\tau}}$ により、

$$\tau = \frac{10^2}{6 \times 0.010} \text{ sec} = 28 \text{ min}$$

となる。従つて第 4 圖は約 7 時間 40 分後、第 5 圖は約 17 時間後に於ける温度分布となる。

§ 4. 附 記

(1) 私の圖式解法は積分を行ふといふことに外ならないが、元來積分の性質を有する數値計算法は計算の誤差を自ら無くして行くといふ點が優れてゐるといふことである。今回の計算に於いても v_n 及び u_n の不連続な箇所があるにもかかわらず、これを其のまゝ残して計算して行つたが、結果に於いては此の様な粗雑な取扱ひの影響が殆んど現はれて來ないのは上記の理由によるものである。

と考へられる。

(2) こゝでは固体の熱傳導の性質が方向によつて變らないものとしたが、若し非等方體の様なもので κ が x 及び y 方向によつて異なる場合には、各方向によつて違つた s の値を用ひて計算すればよい。

(3) 空洞の形が任意なものであつても全く同様に計算することが出来る。

(4) 表面温度が一定といふ境界條件に對して補助の温度曲線を用ひなくとも計算することが出来る。第 6 圖に於いて $x=0$ を温度一定の面とすれば、例へば x_1 に對して温度曲線を平均する場合、(i) の如く補助曲線を用ひて斜線の部分を積分する代りに、(ii) の如く淡斜線の部分は 1 回、濃斜線の部分は 2 回積分すればよい。

又表面が熱を通さないといふ境界條件に對しても補助曲線を用ひないで計算することが出来る。第 7 圖に於いて $x=0$ を熱を通さない面とすれば、例へば x_1 に對して平均を行ふ場合、(i) の如く補助曲線を用ひて斜線の部分を積分する代りに、(ii) の如く淡斜線の部分は 1 回、濃斜線の部分

第 6 圖 温度一定といふ境界面の取扱ひ方

(i) 補助曲線を用ふる場合

(ii) 補助曲線を用ひない場合

第 7 圖 熱を通さない境界面の取扱ひ方

(i) 補助曲線を用ふる場合

(ii) 補助曲線を用ひない場合

は 2 回積分すればよい。

(5) 私の圖式解法は境界面が任意に變形して行く様な問題にも用ひられる様に、圖を用ひて計算する方法を取つたのであるが、併し今回の問題の様に境界面が固定してゐる場合には、プラニメーターによる積分の代りに、例へば Simpson の式による數値計算が便利であるかも知れない。

昭和 16 年 8 月 11 日 名古屋地方氣象臺に於いて

常用風力計の再検討 (第一報)*

矢 龜 紀 一, 星 野 常 雄

1. 緒 言 我國の風速目盛は嚴密な試験の後、大正 14 年 1 月より現在のものに改正されたが、其の基準となる風杯風力計は風杯の大きさ腕の長さ等には規定があるが、風力計の重量、慣性能率、回轉軸の軸受の構造、尙又風力計の仕事となるべき電接及び指示裝置の構造等には明かな規定が無い爲、其後之等の諸點に就き改變の行はれた部分もある。又ダインス自記風力計の自記部に就ては種々の研究⁽¹⁾があるが、此の器械の發信部に就いての研究は少ない。此の風力計に於ては特に構造の多少の相違が示度に著しい影響を及ぼすが、之等の點に就ては未だ明かにされてゐず、又製作所により構造に多少の相違があつた。風洞試験により之等風力計の示度を確め、又風力計の相違が示度に如何に影響するかを確める必要があつたが、航空研究所、深津、谷兩助教授の御好意により同所 1 米半風洞に於て試験する機會を得た。此の調査の最終の目的は成る可く一定の係數を持ち、誤差の小さな實用風力計の新しい標準型を決定する事にある。本報に於ては主に風洞試験の結果と尙風杯風力計の慣性誤差に關する自然風試験の結果を報告するが、比較された風力計の種類の少ない事と、10 m/sec 以下の定常風試験の結果を缺いてゐる爲充分満足な結果は得られなかつた。

2. 風杯風力計 風杯風力計に就ては實驗的及び理論的⁽²⁾に多くの研究があり、次の事柄が明かにされてゐる： 1. 風杯の直径に比べて腕が比較的短かい風力計の係數は、腕の比較的長いものより一定である。 2. 風杯風力計の示度はその慣性の影響により、定常風に於けるよりも自然風の如く速さに變化のある風に於て一層大きい。 3. 風杯風力計の軸を正常の位置から 30° 迄傾けて

* K. Yakame and T. Hoshino: Studies on Cup Anemometer and Pressure Tube Anemometer.

(I). 中央氣象臺彙報.

(1) 例へば 池田品夫: 氣象集誌, 昭和 12 年, 58 頁, 541 頁等.

(2) 例へば 武田晋一郎: 航空研究所彙報, 128 號, 131 號 (昭和 10 年), 138 號 (昭和 11 年).

S. P. Fergusson: Harvard Met. Studies, No. 4 (1939) 等.