量⁽¹⁾と溫位であり (Ertel は多方變化を考へてゐるから、吾々の式に於ける溫位に相當する量の變化に就いては吾々の取り扱いと一致する)、決して氣壓の保存でない。

何れの假定が正しいかは自明の理であり、Ertel の式は廻轉地球上の水平安定度を規定する式として嚴密でない事は明らかである。

Ertel の式に

$$U_0 \frac{\partial f}{\partial b} \quad (7)$$

なる項の現はれてゐるのは全く氣壓保存の假定の結果である。

(7) 式の項を除いて (6) 式を整理すると

$$f - \frac{\partial U_0}{\partial b} + U_0 \left[\frac{\partial \log p_0}{\partial b} \frac{n}{n+1} - \frac{\partial \log p_0}{\partial b} \right] = 0$$

となり、之に $p_0 = \rho_0 R \theta$ を用ひると

$$f - \frac{\partial U_0}{\partial b} + U_0 \left[\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial b} - \frac{1}{n+1} \frac{1}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial b} \right] = 0 \quad (8)$$

となるから、

$$\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial b} \gg \frac{1}{n+1} \frac{1}{p_0} \frac{\partial p_0}{\partial b}$$

の関係によつて、(4) 式と略々一致する。但し重要な項 $\frac{\omega_0 \cos \varphi}{\theta} \frac{d\theta}{d\varphi}$ が缺けて居り、之は全く Ertel の假定の不備によるものである。

渦動擴散量の數値計算法*

高 橋 喜 彦

§ 1. 緒 言

均一な流體中に於ける x 方向のみの一次元の渦動擴散を考へることとする。

今渦動流體を媒質として空間に配布されてゐる或る物理量 Z といふものを考へ、時刻 t に於ける其の密度分布を $X(x, t)$ とする。茲に密度とは流體の單位質量中に含まれる Z の量を云ひ、適當な單位を以つて其の量を云ひ表はしたものが X である。

渦動流體中では所謂渦動擴散といふ現象が見られる、即ち流體中に或る面を考へた時、此の面を

(1) 角運動量の保存こそ最も重要な點で、後に示すが如く、吾々の式に於いて地球の半徑無限大としおいても Ertel の式と一致しない理由は茲にある。

* Y. Takahasi: On the Numerical Calculation of Eddy Flux. 中央氣象臺集報.

通して流體夫れ自身には質量の輸送が無くても、一般に Z の輸送が行はれる。又は此の面を通して Z が擴散するとも云ふ。此の時 x 方向に垂直な單位面積を通して單位時間に擴散する Z の量を q とし、これが x 正の方向に向ふ場合を正に取れば、

$$q = -A \frac{\partial X}{\partial x} \quad (1)$$

といふ現在廣く用ひられてゐる大切な關係がある。のみならず、渦動擴散の微分方程式

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \quad (2)$$

は此の關係を基礎として導かれたものであることはいふまでもない。茲に A は交換係數、 κ は渦動擴散率と呼ばれ、いづれも流體が渦動擴散を行ふ能力の大小を表はす量である。尙流體の密度を ρ とすれば、兩者の間に次の關係がある、即ち

$$\kappa = \frac{A}{\rho} \quad (3)$$

若し時刻 t より $t+\tau$ に至る有限時間内の擴散量 Q_τ を知りたい場合には、一般に

$$Q_\tau = -A \int_t^{t+\tau} \frac{\partial X}{\partial x} dt \quad (4)$$

により計算しなくてはならない。或ひは $X(x, t)$ と $X(x, t+\tau)$ との差が分れば、これより Q_τ を求め得る場合もある。併しいづれにしても實際にこれを計算するのは非常に面倒なことが多い。

先に私は微分方程式 (2) から全く離れて渦動擴散の問題を數值的に取扱ふ方法を考へたが、⁽¹⁾ 其の時と同じ考へ方により今度は渦動擴散量を、上述のものとは全く違ふ方法で、數值的に求める方法を考へた。これによれば或る時刻の X がたゞ數值的に與へられて居りさへすれば、夫れより有限時間先までの擴散量を簡單に求めることが出来る。

尙此處で取扱はれる Z といふ物理量は次の諸條件を満足してゐなくてはならないことは改めていふまでもない。

- (1) 空間の或る任意の部分に含まれる Z の量は、此の部分の流體夫れ自身が周圍のものと交換されない限り、いつまでも一定不變である。即ち Z は流體の運動によつてのみ移動する。
- (2) 流體の或る任意の部分、周圍のものと混合しないやうにして、一つの場所から他の任意の場所に移しても、其の中に含まれる Z の量には變りがない。
- (3) X_1 なる流體が質量で m_1 、 X_2 なる流體が m_2 だけ混合したとすれば、此の混合流體が含む Z の總量は $m_1 X_1 + m_2 X_2$ となる。即ち流體の混合といふことにより Z が新たに湧出したり消失することがない。

(1) 氣象集誌、第 2 輯、第 19 卷、321-327 頁、昭和 16 年。

§ 2. 渦動擴散量の新しい式

或る時刻に例へば x_1 にあつた流體は或る時間 τ が経過した 後には、渦動擴散により其の 附近の流體と混合する。而して此の時 x_1 より或る s といふ距離を越えた部分へは混入しない。且つ $x_1 \pm s$ の範圍内ではどこも一樣な割合で混入する。これが先に發表した渦動擴散の圖式解法の基礎となつた考へ方であり、今度も此の考へ方から渦動擴散量を求めてみよう。但し $s = a\sqrt{\kappa\tau}$ なる關係があり、日高博士の證明によれば τ 及び s が適當に小さい場合には $a = \sqrt{6}$ となる。即ち

$$s = \sqrt{6} \sqrt{\kappa\tau} \quad (5)$$

第 1 圖

今或る點 x^* に於いて x 方向に垂直な一つの面を考へれば、或る時刻 t に $x_1 = x - \xi$ (ξ は正數、即ち x_1 は此の面の負の側にあるものとする) にあつた流體が τ 時間後に此の面を通り正の側へ移る量の割合は

$$\xi < s \text{ ならば, } \frac{s - \xi}{2s},$$

$$\xi \geq s \text{ ならば, } 0$$

であることは第 1 圖から直ぐに分る。

従つて時刻 t に於ける Z の密度分布を $\chi(x, t)$ とし、流體の密度を ρ とすれば、時刻 t より $t + \tau$ までの間に上記の單位面積を通して負より正の側へ移される Z の量は

$$\rho \int_0^{s-\xi} \frac{s-\xi}{2s} \chi(x-\xi, t) d\xi$$

となる。同様に正より負の側へ移される量は

$$\rho \int_0^{s-\xi} \frac{s-\xi}{2s} \chi(x+\xi, t) d\xi$$

となる。故に此の時に差引正味、負より正の側へ移される量、即ち x に於ける時刻 t より $t + \tau$ までの Z の渦動擴散量 $Q_\tau(x, t)$ は

$$Q_\tau(x, t) = \rho \int_0^{s-\xi} \frac{s-\xi}{2s} \{ \chi(x-\xi, t) - \chi(x+\xi, t) \} d\xi \quad (6)$$

で與へられる。これが渦動擴散量を計算する今度の新しい式である。

此の式によれば或る時刻に於ける $\chi(x, t)$ が數値的に與へられて居れば、其の函數形が分らなくても、夫れより有限時間先までの渦動擴散量を簡單に求めることが出来る。たゞ實際の計算に當り $s = a\sqrt{\kappa\tau}$ の常數 a には豫め例へば $\sqrt{6}$ といふやうな或る値を入れて置かなければならないので、 τ を餘り大きく取ると誤差が大きくなる虞れがある。此の場合には τ を二つに區切つて計算するとかしななければならないが、これに就いては後に § 7 に於いて述べることにする。

兎に角渦動擴散に關する問題で、或る時刻の $\chi(x, t)$ の數値が觀測か何かで分つてゐて、夫れより餘り長くはないが有限時間先までの渦動擴散量を知りたい場合には、(6) 式によりこれを簡單に求めることが出来る。

此の方法は勿論熱傳導及びこれに類似の諸問題にも用ひることが出来る。

尙 (6) 式を實際の計算にもつと便利な形に直して置かう。

§ 3. 數 値 計 算 式

Simpson 1/3 則を用ひて (6) 式を數値計算に便利な形に書き直すと、

$$Q_{\tau}(x, t) = \rho \frac{s}{6} \left\{ \chi\left(x - \frac{s}{2}, t\right) - \chi\left(x + \frac{s}{2}, t\right) \right\} \quad (7 \text{ I})$$

となる。

次に同則を二回及び三回繰返して用ひれば、(6) 式は夫々

$$Q_{\tau}(x, t) = \rho \frac{s}{24} \left\{ 3\chi\left(x - \frac{s}{4}, t\right) + \chi\left(x - \frac{s}{2}, t\right) + \chi\left(x - \frac{3s}{4}, t\right) \right. \\ \left. - 3\chi\left(x + \frac{s}{4}, t\right) - \chi\left(x + \frac{s}{2}, t\right) - \chi\left(x + \frac{3s}{4}, t\right) \right\} \quad (7 \text{ II})$$

及び

$$Q_{\tau}(x, s) = \rho \frac{s}{54} \left\{ 5\chi\left(x - \frac{s}{6}, t\right) + 2\chi\left(x - \frac{s}{3}, t\right) + 3\chi\left(x - \frac{s}{2}, t\right) + \chi\left(x - \frac{2s}{3}, t\right) + \chi\left(x - \frac{5s}{6}, t\right) \right. \\ \left. - 5\chi\left(x + \frac{s}{6}, t\right) - 2\chi\left(x + \frac{s}{3}, t\right) - 3\chi\left(x + \frac{s}{2}, t\right) - \chi\left(x + \frac{2s}{3}, t\right) - \chi\left(x + \frac{5s}{6}, t\right) \right\} \quad (7 \text{ III})$$

となる。

一般に最も實用的だと思はれるのは (7 II) 式であるが、 $\chi(x, t)$ の形が簡單な場合には (7 I) 式で充分間に合ふ。又 (7 III) 式或ひはこれ以上詳しい式は先づ必要がないと思ふ。

尙境界面又は其の附近の擴散量を計算する場合に (6) 式の積分變域が面より外へ出てしまふが、此の場合には、先の圖式解法に於いて移動平均する場合と同様に、境界條件に應じて適當な χ の補助分布を面の外に考へればよい。

§ 4. 平均勾配を用ふる方法

時刻 t より $t+\tau$ までの $\partial\chi/\partial x$ の平均値、即ち平均勾配を $\bar{\nabla}_{\tau}(x, t)$ とすれば、(4) 式は

$$Q_{\tau}(x, t) = -A \bar{\nabla}_{\tau}(x, t) \tau \quad (8)$$

となる。故に平均勾配が分れば、此の式により渦動擴散量を簡單に求めることが出来る。

實は (7 I), (7 II), (7 III) の各式を (3) 及び (5) の關係を用ひて (8) 式に直すことが出来るのである。但し平均勾配として夫々次の様なものを取ればよい。即ち

(7 I) 式では

$$\bar{\nabla}_r(x, t) = \nabla\left(x \pm \frac{s}{2}, t\right), \quad (9 I)$$

(7 II) 式では

$$\bar{\nabla}_r(x, t) = \frac{1}{8} \left\{ 3\nabla\left(x \pm \frac{s}{4}, t\right) + 2\nabla\left(x \pm \frac{s}{2}, t\right) + 3\nabla\left(x \pm \frac{3s}{4}, t\right) \right\}, \quad (9 II)$$

(7 III) 式では

$$\bar{\nabla}_r(x, t) = \frac{1}{27} \left\{ 5\nabla\left(x \pm \frac{s}{6}, t\right) + 4\nabla\left(x \pm \frac{s}{3}, t\right) + 9\nabla\left(x \pm \frac{s}{2}, t\right) + 4\nabla\left(x \pm \frac{2s}{3}, t\right) + 5\nabla\left(x \pm \frac{5s}{6}, t\right) \right\} \quad (9 III)$$

とすればよい。但し

$$\nabla(x \pm \xi, t) = \frac{\chi(x + \xi, t) - \chi(x - \xi, t)}{2\xi}$$

とする。即ち $\nabla(x \pm \xi, t)$ は $\chi(x, t)$ 曲線上の二点 $\chi(x + \xi, t)$ と $\chi(x - \xi, t)$ とを結ぶ直線の勾配を表はす。

上記の各平均勾配は圖の上で極めて簡単に求めることが出来る。第2圖 I, II, III には夫々(9 I), (9 II), (9 III) の各式に相當する平均勾配の求め方を示してある。即ち I の場合は χ 曲線上の二点 $\chi\left(x - \frac{s}{2}, t\right)$ と $\chi\left(x + \frac{s}{2}, t\right)$ とを結ぶ直線の勾配を直ちに平均勾配と考へてよいし, II 及び III の場合は圖に示した様な幾つかの勾配に夫々或る重さを附して平均したものを平均勾配に取ればよい。

第2圖 平均勾配の求め方

$$(I) \quad \bar{\nabla}_r = \nabla \quad (II) \quad \bar{\nabla}_r = \frac{1}{8} (3\nabla_1 + 2\nabla_2 + 3\nabla_3) \quad (III) \quad \bar{\nabla}_r = \frac{1}{27} (5\nabla_1 + 4\nabla_2 + 9\nabla_3 + 4\nabla_4 + 5\nabla_5)$$

平均勾配を用ふる方法は $\chi(x, t)$ が圖に書かれてゐる場合に便利であることはいふまでもないが、平均勾配といふものを考へることによつて (7 I), (7 II), (7 III) 各式の意味がはつきりしたと思ふ。

§ 5. χ 一定なる表面に於ける場合

例へば、水面から渦動空氣中へ水蒸氣が蒸發するのも亦水面を通して水蒸氣の渦動擴散が行はれてゐると看做することが出来る。此の様に表面に於ける渦動擴散量を計算する場合には、表面の條件に應じて (7 I) 等の式を適當に書き直した方が便利である。

今 $x=0$ を表面に取り、 x の正の側に流體が擴つてゐるものとする。

先づ表面に於いて $\chi = \text{一定} = \chi_0$ なる場合には、

$$\chi(-x, t) = 2\chi_0 - \chi(x, t)$$

と置いて、(7 I), (7 II), (7 III) の各式は夫々

$$Q_\tau(0, t) = \rho \frac{s}{3} \left\{ \chi_0 - \chi\left(\frac{s}{2}, t\right) \right\}, \quad (10 \text{ I})$$

$$Q_\tau(0, t) = \rho \frac{s}{12} \left\{ 5\chi_0 - 3\chi\left(\frac{s}{4}, t\right) - \chi\left(\frac{s}{2}, t\right) - \chi\left(\frac{s}{4}, t\right) \right\}, \quad (10 \text{ II})$$

$$Q_\tau(0, t) = \rho \frac{s}{27} \left\{ 12\chi_0 - 5\chi\left(\frac{s}{6}, t\right) - 2\chi\left(\frac{s}{3}, t\right) - 3\chi\left(\frac{s}{2}, t\right) - \chi\left(\frac{2s}{3}, t\right) - \chi\left(\frac{5s}{6}, t\right) \right\} \quad (10 \text{ III})$$

となる。

第 3 圖 $\chi = \chi_0$ なる表面に於ける平均勾配の求め方

$$(I) \quad \bar{\nabla}_\tau = \nabla \quad (II) \quad \bar{\nabla}_\tau = \frac{1}{8} (3\nabla_1 + 2\nabla_2 + 3\nabla_3) \quad (III) \quad \bar{\nabla}_\tau = \frac{1}{27} (5\nabla_1 + 4\nabla_2 + 9\nabla_3 + 4\nabla_4 + 5\nabla_5)$$

尙之等の式も (8) 式の形に直すことが出来る。其の平均勾配の求め方は、(10 I), (10 II), (10 III) の各式に對して夫々第 3 圖 I, II, III に示してある。

§ 6. $\chi = f(t)$ なる表面に於ける場合

次に表面に於ける χ が時間の函數 $f(t)$ である場合には、

$$\chi(-x, t) = 2f(t + \tau) - \chi(x, t)$$

と置いて、(7 I), (7 II) 及び (7 III) 式はそれぞれ

$$Q_{\tau}(0, t) = \rho \frac{s}{3} \left\{ f(t+\tau) - \chi\left(\frac{s}{2}, t\right) \right\}, \quad (11 \text{ I})$$

$$Q_{\tau}(0, t) = \rho \frac{s}{12} \left\{ 5f(t+\tau) - 3\chi\left(\frac{s}{4}, t\right) - \chi\left(\frac{s}{2}, t\right) - \chi\left(\frac{3s}{4}, t\right) \right\}, \quad (11 \text{ II})$$

及び

$$Q_{\tau}(0, t) = \rho \frac{s}{27} \left\{ 12f(t+\tau) - 5\chi\left(\frac{s}{6}, t\right) - 2\chi\left(\frac{s}{3}, t\right) - 3\chi\left(\frac{s}{2}, t\right) - \chi\left(\frac{2s}{3}, t\right) - \chi\left(\frac{5s}{6}, t\right) \right\} \quad (11 \text{ III})$$

となる。

第 4 圖 $\chi=f(t)$ なる表面に於ける平均勾配の求め方

$$(I) \quad \overline{\nabla}_{\tau} = \nabla \quad (II) \quad \overline{\nabla}_{\tau} = \frac{1}{8} (3\nabla_1 + 2\nabla_2 + 3\nabla_3) \quad (III) \quad \overline{\nabla}_{\tau} = \frac{1}{27} (5\nabla_1 + 4\nabla_2 + 9\nabla_3 + 4\nabla_4 + 5\nabla_5)$$

之等の式も (8) 式の形に直すことが出来る。其の平均勾配の求め方は、(11 I), (11 II), (11 III) の各式に對して夫々第 4 圖 I, II, III に示してある。

§ 7. τ が小さくない場合の数値計算式 ($\tau/2$ 法)

τ が小さい、従つて s も適當に小さい場合には、 $s = a\sqrt{\kappa\tau}$ の常數 a を $\sqrt{6}$ に取れば、渦動擴散の圖式解法の結果と微分方程式の解とがよく一致すべきことは日高博士の證明により明らかである。故に此の圖式解法と全く同じ假定から出發して得た渦動擴散量の數値計算法に於いても、 τ が小さければ $a = \sqrt{6}$ として (平均勾配を用ひる方法では既に $a = \sqrt{6}$ とした) 計算すれば、其の結果は嚴密な理論値と一致すべきである。

又 τ が大きくても、其の大きさ及び $\chi(x, t)$ の狀況に應じて適當な a の値を用ひさへすれば、矢張り數値計算値を理論値と一致させ得ることも先の圖式解法の計算の實例から見て明らかなことである。

併し實際問題とすれば、 τ を餘り小さく取れば此の方法の實用性が夫れだけ減するわけであるし、

又各場合に應じて適當な a の値を豫め知るといふことも出来ないから、結局 $a = \sqrt{6}$ として而も τ が割合大きな場合にも誤差が餘りない様な數値計算法を考へなければならない。

先づ此處では τ といふ時間を二分して、各時間毎の擴散量を加へ合はすといふ方法を述べることにする。

擬

$$Q_\tau(x, t) = Q_{\tau/2}(x, t) + Q_{\tau/2}\left(x, t + \frac{\tau}{2}\right)$$

である。今

$$s' = \sqrt{6} \sqrt{\kappa \frac{\tau}{2}}$$

と置けば、(7 I) 式により

$$Q_{\tau/2}(x, t) = \rho \frac{s'}{6} \left\{ \chi\left(x - \frac{s'}{2}, t\right) - \chi\left(x + \frac{s'}{2}, t\right) \right\},$$

$$Q_{\tau/2}\left(x, t + \frac{\tau}{2}\right) = \rho \frac{s'}{6} \left\{ \chi\left(x - \frac{s'}{2}, t + \frac{\tau}{2}\right) - \chi\left(x + \frac{s'}{2}, t + \frac{\tau}{2}\right) \right\}$$

となる。而して

$$\chi\left(x, t + \frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{2s'} \int_{x-s'}^{x+s'} \chi(\xi, t) d\xi$$

の積分式を Simpson 1/3 則により書き直せば、

$$\chi\left(x, t + \frac{\tau}{2}\right) = \frac{1}{6} \left\{ \chi(x-s', t) + 4\chi(x, t) + \right.$$

$$\left. \chi(x+s', t) \right\}$$

となるから、之等の關係より

$$Q_\tau(x, t) = \rho \frac{s'}{36} \left\{ 9\chi\left(x - \frac{s'}{2}, t\right) + \chi\left(x - \frac{3s'}{2}, t\right) - \chi\left(x + \frac{3s'}{2}, t\right) - 9\chi\left(x + \frac{s'}{2}, t\right) \right\} \quad (13)$$

となる。或ひは平均勾配を用ひる形に直せば、

$$Q_\tau(x, t) = -A \frac{1}{4} \left\{ 3\nabla\left(x \pm \frac{s'}{2}, t\right) + \nabla\left(x \pm \frac{3s'}{2}, t\right) \right\} \tau \quad (14)$$

となる。第 5 圖は其の平均勾配の求め方を示す。

第 5 圖 平均勾配の求め方 ($\tau/2$ 法)

$$\overline{\nabla}_\tau = \frac{1}{4} (3\nabla_1 + \nabla_2)$$

上記 (13) 或ひは (14) 式は $\chi(x, t)$ より直ちに τ の擴散量を與へるものであるが、 s' は τ では

なく、 $\tau/2$ に対するものであることに特に注意する必要がある。

(13) 或ひは (14) 式の誤差は、 $\tau/2$ に対する擴散量を求める場合の誤差と同程度であるから、一度に τ に対する擴散量を求める式 (7 I) よりは可成小さくなる。計算の手数は (7 I) と (7 II) 式との中間に位する。

又 (13) 式と (7 II) 或ひは (7 III) 式とどちらが正確であるかは簡単にはいへない。若し χ の形が簡単であれば、一般に (13) 式の方が正確だと思はれるが、併し積分變域に凹凸がある場合には、積分變域を数多く區切つて計算する (7 II) 或ひは (7 III) 式の方が正確であるかも知れない。

§8. 數値計算式の誤差

以上の各數値計算式がどれ程正確なものであるか、簡単な問題に就いて理論値と比較して其の誤差を調べてみよう。

$$\text{今} \quad \chi(x, t) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-\xi^2} d\xi \quad (15)$$

を選んでみる。之は始め一様に $\chi=0$ の半無限流體の表面 $x=0$ を $\chi=1$ に保つ場合の渦動擴散の解である。

$$(15) \text{ 式より} \quad \frac{\partial \chi}{\partial x} = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}}}{\sqrt{\kappa t}} \quad (16)$$

となるから、表面 $x=0$ に於ける渦動擴散量 $Q_{\tau}^*(0, t)$ は (4) 式より

$$Q_{\tau}^*(0, t) = \frac{2\rho}{\sqrt{\pi}} \{ \sqrt{\kappa(t+\tau)} - \sqrt{\kappa t} \} \quad (17)$$

となり、容易に計算が出来る。尙理論値には * を附することにする。

第 1 表 $\frac{Q_{\tau}(0, 1/4\kappa)}{\rho}$

τ		$1/24\kappa$	$1/6\kappa$	$2/3\kappa$
s		0.5	1.0	2.0
理 論 値		0.0452	0.1642	0.5162
數 值 計 算 値	(9 I) 式	0.0461 (+1.9%)	0.1735 (+5.7%)	0.5618 (+8.7%)
	(9 II) 式	0.0459 (+1.5%)	0.1717 (+4.6%)	0.5617 (+8.7%)
	(9 III) 式	0.0459 (+1.5%)	0.1716 (+4.5%)	0.5609 (+8.5%)
	$\tau/2$ 法	0.0456 (-0.9%)	0.1694 (-3.2%)	0.5611 (+8.7%)

() 内は理論値と比較した誤差、 $\tau/2$ 法に用ひる $s' = \frac{1}{\sqrt{2}}s$ 。

第 1 表は $t = \frac{1}{4\kappa}$ として、 $\tau = \frac{1}{24\kappa}, \frac{1}{6\kappa}, \frac{2}{3\kappa}$ の各場合に於ける渦動擴散量の理論値並に各數値計算値及び理論値に対する誤差 (%) を示したものである。 $\tau/2$ 法による結果は、(9 I) 式のものより

は勿論のこと、(9Ⅱ),(9Ⅲ)式のものよりも誤差は多少小さくなる。

任意の場所に於ける渦動擴散量は

$$Q_{\tau}^*(x, t) = \frac{A}{\sqrt{\pi}} \int_t^{t+\tau} \frac{e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}}}{\sqrt{\kappa t}} dt \quad (18)$$

で與へられるが、或ひは

$$Q_{\tau}^*(x, t) = \rho \int_x^{\infty} \{\chi(x, t+\tau) - \chi(x, t)\} dx \quad (19)$$

で計算した方が便利なこともある。但し (19) 式の積分は實用上適當に有限な所で打切つてよい。

(18), (19) いづれの式も數値積分によらなければならないから、ちよつと厄介である。

第 2 表 $\frac{Q_{\tau}(1, 1/4\kappa)}{\rho}$

τ		$1/24\kappa$	$1/6\kappa$	$2/3\kappa$
理 論 値		0.0179	0.0761	0.3120
數 値 計 算 値	(7Ⅰ) 式	0.0176 (−1.7%)	0.0743 (−2.4%)	0.3318 (+6.3%)
	(7Ⅱ) 式	0.0177 (−1.2%)	0.0746 (−2.0%)	0.3210 (+2.9%)
	(7Ⅲ) 式	0.0177 (−1.2%)	0.0746 (−2.0%)	0.3193 (+2.3%)
	$\tau/2$ 法	0.0178 (−0.5%)	0.0748 (−1.7%)	0.3085 (−1.1%)

s の値は第 1 表と同じ。

次に $x=1$ に於ける渦動擴散量を前と同じ t 及び τ に對して求めてみた結果は第 2 表に示す通りである。尙理論値は (19) 式で計算したものである。此の場合は $\tau/2$ 法の優れてゐることがよく分る。

次に $t=0$ とすれば、表面に於ける擴散量は (17) 式より

$$Q_{\tau}^*(0, 0) = \frac{2\rho}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\kappa\tau} \quad (20)$$

となる。一方此の數値計算値は (6) 式より直ちに

$$Q_{\tau}(0, 0) = \rho \frac{s}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \rho \sqrt{\kappa\tau} \quad (21)$$

となるから、此の誤差は直ぐに計算が出来て、 τ には關係なく常に

$$\frac{Q_{\tau} - Q_{\tau}^*}{Q_{\tau}^*} = +8.5\%$$

となる。

(21) 式の數値計算値は、 $\chi(x, \tau)$ の嚴密な曲線の代りに、第 6 圖に實線で示した直線分布をする。

第 6 圖

といふ極めて簡単な假定のもとに計算した結果に外ならないが、誤差は +8.5% で済む。

又此の場合でも a の値を $\sqrt{6}=2.449$ ではなくて、2.256 とすれば誤差は無くなる。若し $a=2.256$ とすれば、第 6 圖に破線で示す直線分布を假定することになるわけである。

第 7 圖には $t=\frac{1}{4\kappa}$ 及び夫れより $\tau = \frac{1}{24\kappa}, \frac{1}{6\kappa}, \frac{2}{3\kappa}$ が経過した各時刻の χ 曲線を示してあるから、此の圖と第 1, 第 2 表とを見比べることによつて、各數値計算式によつてどの位先までの渦動擴散量がどの位の誤差の範囲内で計算出来るものであるかといふことが大體分ると思ふ。

尚表中の誤差をよく見ると、誤差が餘り系統的になつてゐない様であるが、これは τ の大小、従つて s の取り方により、積分變域に於ける χ 曲線の形が色々に變るためであると思はれる。

昭和 16 年 10 月 30 日 名古屋地方氣象臺に於いて

第 7 圖 $\chi(x, t) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-\xi^2} d\xi$
太線は $t=\frac{1}{4\kappa}$ の點線、細線は $t=\frac{1}{4\kappa} + \tau$ の曲線

月 島 の 葦 焼 實 験*

菱田 厚介,** 畠山 久尙,*** 御厨 敏彦****

1. 緒 言

科學消火を目的とする日本學術振興會第 5 特別委員會では、火災の延焼狀況の研究に資する目的で、昭和 16 年 3 月 5 日午後、深川區豊洲町 3 丁目（月島）に於いて葦焼の實驗を施行した。以下にその準備、觀測及び整理した結果の概要を報告する。

2. 實 驗 の 準 備

實驗施行前の準備としては、實驗豫定地を道路の區割に従つて 10 米の碁盤目に分ち各交點に高さ約 3 米の竹竿を立てた。豫定地は北西から南東へ 100 米餘、北東から南西へ約 200 米の長方形に

* K. Hisida, H. Hatakeyama and T. Mikuriya: A Burning Experiment of Reed-field.

** 内務省防空研究所, *** 中央氣象臺, **** 警視廳消防部。