氣壓傾度の實測値と櫻庭氏の式に就いて*

小林 茂 廣 石 津 武 彦

§要約. 大氣の水平安定度の考へから、櫻庭氏は緯度 45° で最大氣壓傾度約 0.51 mm Hg/1 km が維持される事を導かれた⁽¹⁾. 實際の氣壓傾度の最大値がどの程度に達し得るかを調べることは興味ある問題と思はれるので、我々は昭和 15 年 6 月 20 日東京地方を襲った雷雨時の氣壓に就いて調べた結果、最大値は上記理論値⁽²⁾の二倍以上にも達する事を知った. なほ櫻庭氏の式を溫度の緯度變化のある場合に擴張する事を試み、其の結果も上記の實測例について一應検討した.

§1. 氣壓傾度の實測値

櫻庭氏が導かれた南北方向の氣壓傾度の臨界値を與へる式は

$$\frac{dp}{ad\varphi} = 2\rho a\omega^2 \sin 2\varphi \dots\dots\dots(1)$$

茲に a は地球半径、 φ は緯度、 ω は地球の迴轉角速度、 ρ は大氣密度である。(1)は緯度 45° で上記の如く最大値 0.51 mm Hg/1 km を取るが、我々の場合東京

の緯度 35°40' を入れれば 0.48 mmHg/1 km を取ることになる. 實例として昭和 15 年 6 月 20 日夜中央氣象臺に落雷大火の慘事を惹起した雷雨の際、不連續線の通過によつて大きな氣壓傾度が實現されたであらう

第 1 圖 氣溫の變化(昭和 15 年 6 月 20 日)

といふ豫想の下に、此の日の午後から夜半迄の氣壓傾度を調べて見た.

氣壓の測定値として中央氣象臺、瀧野川、品川、羽田の各觀測所の記録を使用した. 氷點及び海面更正を施せる値は第 1 表及び第 1 圖に示す如くである.

第 1 表

時刻(時)	12	13	14	15	16	16½	17	17½	17¾	18
瀧野川	58.6	58.3	58.0	57.0	57.4	57.7	57.4	56.7	56.7	58.0
東京	58.6	58.3	58.0	57.6	57.8	58.1	57.1	56.1	57.4	58.8
品川	58.4	58.1	58.0	57.2	57.4	58.0	58.0	57.3	57.0	57.4
羽田	—	—	58.1	57.9	57.9	58.3	58.5	58.1	57.9	58.3

時刻(時)	18½	19	19½	20	20½	21	21½	22	22½	23	24
瀧野川	58.2	58.2	58.6	59.5	59.6	59.6	59.9	60.6	60.3	60.8	60.1
東京	58.5	58.9	59.3	59.6	59.7	59.8	61.1	60.8	60.2	60.3	60.2
品川	57.6	57.7	58.2	58.5	58.9	58.8	59.0	59.8	59.3	59.7	59.6
羽田	58.7	59.0	59.2	59.5	59.6	59.7	59.9	60.4	60.5	60.5	60.4

(但し 58.6 とあるは 758.6 mmHg, 他もすべて同様).

* S. Kobayasi and T. Isidu: On the Observed Values of Atmospheric Pressure Gradient and Sakuraba's Formula.

(1) 櫻庭信一: 水平安定度の考へによる高壓部の維持, 気象集誌, 第 II 輯第 19 卷, 273 頁(昭和 15 年).

(2) 但し櫻庭氏の値は(1)式の如く理論的に氣壓の緯度變化であるが、實測値は後述の如く殆ど東西方向のものである.

以上観測は中央氣象臺は測候係、瀧野川は喜多正子観測所、品川は中央氣象臺智明寮、羽田は航空氣象観測所に於ける観測で、總て水銀晴雨計と比較更正したる自記紙讀取りよりした。此處に材料を提供された以上観測係諸賢に對し厚く謝意を表する次第である。

第1表に得られた各地の氣壓より氣壓傾度を求めるに、三地點の氣壓の値が知られてゐれば、其の地區内で傾度一樣と見做せばその方向及び大いさを求めることが出来る。四地點を用ひれば最小自乗法により誤差まで求め得るが、問題は出来るだけ大きな氣壓傾度を探すのであるから、我々は(Ⅰ)瀧野川・東京・品川、(Ⅱ)東京・品川・羽田

第2圖 氣壓傾度作圖の一例

(6月20日17時30分)

第2表

時 刻	12	13	14	15	16	16½	17	17½	17½	17¾	
全氣壓傾度 ($\text{grad } p$)	I	0.06 ₂	0.06 ₀	0.00 ₀	0.33 ₃	0.25 ₀	0.17 ₃	* 0.37 ₀	* 0.54 ₀	0.36 ₂	0.85 ₁
	II	—	—	0.03 ₀	0.37 ₀	0.31 ₄	0.17 ₃	* 0.16 ₀	* 0.17 ₀	0.45 ₀	0.87 ₂
南北成分 ($dp/ad\phi$)	I	+0.01 ₄	+0.01 ₀	0.00 ₀	-0.01 ₀	0.00 ₀	-0.02 ₁	-0.04 ₃	-0.04 ₄	-0.02 ₄	+0.02 ₃
	II			-0.00 ₇	-0.02 ₄	-0.01 ₁	-0.02 ₁	-0.08 ₀	-0.12 ₀	-0.04 ₁	+0.02 ₀
$\Delta(dp/ad\phi)$				+0.00 ₇	+0.00 ₀	+0.01 ₁	0.00 ₀	+0.04 ₀	+0.08 ₀	+0.01 ₇	+0.00 ₄

18	18½	19	19½	20	20½	21	21½	22	22½	23	24
0.73 ₀	0.44 ₁	0.62 ₀	0.59 ₇	0.38 ₂	0.29 ₀	0.38 ₀	1.11 ₁	0.38 ₁	0.25 ₀	* 0.04 ₃	0.22 ₂
0.50 ₀	0.69 ₀	0.85 ₀	0.71 ₇	0.75 ₀	0.54 ₄	0.65 ₀	1.09 ₄	0.56 ₂	0.78 ₄	0.49 ₂	0.49 ₀
+0.04 ₂	+0.04 ₂	+0.03 ₀	+0.02 ₀	+0.07 ₁	+0.05 ₂	+0.05 ₃	+0.07 ₁	+0.06 ₁	+0.07 ₀	+0.07 ₀	+0.03 ₃
+0.02 ₀	-0.02 ₁	-0.01 ₀	0.00 ₀	0.00 ₀	+0.00 ₀	+0.00 ₄	+0.07 ₀	+0.02 ₁	-0.02 ₃	-0.01 ₄	-0.01 ₅
+0.01 ₃	+0.06 ₃	+0.05 ₁	+0.02 ₀	+0.07 ₁	+0.04 ₀	+0.05 ₄	-0.00 ₄	+0.04 ₀	+0.09 ₃	+0.09 ₂	+0.05 ₀

(單位はすべて mmHg/1km である)

(1) (Ⅰ) 及び (Ⅱ) の地區で等壓線がよく揃つてゐるもの、即ち第3表に撰んだやうな時刻に對してはすべて眞東から南北に 5° 以内に對してゐる。

(2) 局所的な氣壓傾度の最大値といふやうなものを調べた文獻は餘り見當らぬやうである。

の二つの三角形の地區に就いて各地區での平均氣壓傾度と見做せるものを夫々求めた。傾度の方向及び大いさの算出は簡單の爲圖式的に等壓線を引いて行つた。その一例を第2圖に示す。結果は第2表の如くである。

第2表中全氣壓傾度に * を附したものは、 $\text{grad } p$ の方向が南北の線に對して西側に偏るもので、其の他はすべて東側に向いてゐる。そして全氣壓傾度とその南北成分との値を比較すれば判る通り、氣壓傾度は大部分の時刻に對して殆ど眞東 (又は西) を向いて居つて⁽¹⁾、全氣壓傾度の最大値が 1.11 mmHg/1 km に達するのに對し、南北成分のそれは此の約十分の一に過ぎない。實際に符號をも含めた $dp/ad\phi$ の最大は 23 時の 0.078 mmHg/1 km であつて、櫻庭氏の理論値 0.48 mmHg/km に比して遙かに小さい。以上の如く上の實例は此の問題の例としては餘り適切ではないが、單に氣壓傾度の最大値がどの位の値になり得るかを推定する材料とはならう⁽²⁾。上述の如く全氣壓傾度の最大値は 21 時 30 分に於て、約

1.1 mmHg/1 km

に達し、前記理論値 0.48 mmHg/1 km より大分大きい。是は櫻庭氏の理論が定常西風による平衡状態としての最大である事から考へて、此の實例のやうに不連続線とか雷雨とかの通過する様な急激な時間的變化を伴ふ場合は、櫻庭氏の平衡の破壊に依るものではなく、他種の不安定によるものである事が判る。之は既に考へられてゐる事で、雷雨は多分に垂直不安定を加味した現象であらう。兎も角成帯的安定機構の二倍以上にも達する大きな氣壓傾度が雷雨等の際には實現する事が、上の結果から判つた譯である。恐らく櫻庭氏の水平不安定に依る現象は、既に藤原先生も述べて居られる様に⁽¹⁾、低氣壓等の發生を吟味すれば得られるかと思ふ。

なほ氣象臺より發行せられた當日の雷雨報告⁽²⁾により、雷雨と氣壓傾度との關係を見るに、B 雷及び C 雷は 16 時 30 分頃東京中央部に達し、電雷は 17 時まで降雨は 17 時半迄續いてゐる。一方 A 雷はその同鳴線が 21 時に東京中央部を通過してゐるが、降雨は 21 時半より始まり、此の頃より 22 時にかけて電雷も降雨も最も激しく、21 時 53 分には遂に大火の原因となつた落雷が起つてゐる。22 時半には雷鳴止み、23 時には降雨も殆ど止んだ。第 2 表により氣壓傾度の變化を見るに、15 時迄に漸次増大し、15 時で東向き $0.3 \sim 0.4 \text{ mmHg/1 km}$ 程度、16 時、16½ 時とそのまゝ東向きを保つたまま稍減じてゐるが、17 時、17½ 時の間に不規則な方向、大いさの變化を見せ、17½ 時で再び東に向き、17¾ 時で第一の極大 $0.85 \sim 0.87 \text{ mmHg/1 km}$ に達してゐる。次いで 21 時迄大體東向きを保つた儘その大いさには一進一退があるが、21½ 時に至り急激な極大値 $1.1 \sim 1.09 \text{ mmHg/1 km}$ に達し、以後再び減少、23 時以後にはその方向も亂れて來てゐる。大體に於て雷雨の消長と軌を一にしてゐるものと見られる。

§ 2. 温度の緯度變化の影響

次に櫻庭氏が (1) 式を導くに省略された温度の緯度變化に關する項の影響を考へて見よう。Helmholtz の氣塊輪の平衡に關する條件式から、地球表面に沿ふ東西風（西風を正とする）の緯度變化の安定條件として（ θ は温位）

$$\frac{dv}{d\varphi} \leq a\omega \left(2 \sin \varphi + \frac{1}{2\theta} \frac{d\theta}{d\varphi} \cos \varphi \right) \dots (2)$$

が導かれる⁽³⁾。先づ $\frac{d\theta}{d\varphi} = 0$ とおける場合は

$$\frac{dv}{d\varphi} \leq 2a\omega \sin \varphi \dots (3)$$

兩邊を或る φ から $\varphi = \frac{\pi}{2}$ 迄積分すれば

$$v\left(\frac{\pi}{2}\right) - v(\varphi) \leq 2a\omega \cos \varphi \dots (4)$$

茲で境界條件として $v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ を採用すれば

$$-v \leq 2a\omega \cos \varphi \dots (4a)$$

となり、風力と氣壓傾度が地衡的關係にあるとして

$$2a\omega \sin \varphi \cdot v = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{ad\varphi} \dots (5)$$

を代入すれば直ちに氣壓傾度の臨界條件

$$\frac{dp}{ad\varphi} \leq 2\rho a\omega^2 \sin 2\varphi \dots (1a)$$

が得られる。

$\frac{d\theta}{d\varphi} \neq 0$ とすれば、(2) 式は $\theta(\varphi)$ を與へない限り上のやうには積分出來ない。そこで (2) 式の儘で地衡風條件 (5) を入れて見ると

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d\varphi} \left(-\frac{1}{2\rho a\omega \sin \varphi} \frac{dp}{ad\varphi} \right) \\ & \leq a\omega \left(2 \sin \varphi + \frac{1}{2\theta} \frac{d\theta}{d\varphi} \cos \varphi \right) \dots (6) \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 p}{ad^2 \varphi} - \left(\cot \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\varphi} \right) \frac{dp}{ad\varphi} + \frac{a\omega^2 \rho}{2} \sin 2\varphi \cdot \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{d\varphi} \\ & \geq -4a\omega^2 \rho \sin^2 \varphi \dots (7) \end{aligned}$$

此の式は $d^2 p/ad^2 \varphi$ と $dp/ad\varphi$ との双方を含むから、たとへ $\frac{d\theta}{d\varphi} = 0$ の場合でも $\frac{dp}{ad\varphi}$ の最大値といふやうなものは定まらないが、(1a) と異つて境界條件の如何に拘らず任意の緯度で成立つ式である。

§ 3. 温度の緯度變化の影響、實測例に就いて

上に得た (7) の不等式を上記の例に就いて調べて見る。前述の如く此の場合 $dp/ad\varphi$ は甚だ小さいから（實際は大部分誤差と區別出來ないかも知れぬ）。

$$\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\varphi} = -\frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi}$$

と置ける。従つて (7) 式は

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 p}{ad^2 \varphi} - \left(\cot \varphi - \frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi} \right) \frac{dp}{ad\varphi} + \frac{a\omega^2 \rho}{2} \sin 2\varphi \cdot \frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi} \\ & \geq -4a\omega^2 \rho \sin^2 \varphi \dots (7a) \end{aligned}$$

(1) S. Fujiwara: On the Law of Disturbance. 學士院記事. 第 15 卷 (1939). p. 292.

(2) 中央氣象臺彙報 第十七冊, 昭和 15 年 6 月 20 日關東地方の大雷雨. 雷雨報表.

(3) 櫻庭信一: 大氣の水平安定度に就いて. 海と空, 第 20 卷, 160 頁 (昭和 15 年).

東京の緯度 $35^{\circ}40'$ 及び $2a\omega^2\rho=0.51 \text{ mmHg/l km}$ 等を入れて

$$\frac{d^2p}{ad\varphi^2} + \left(\frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi} - 1.39 \right) \frac{dp}{ad\varphi} + 0.12 \frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi} \geq -0.35 (\text{mmHg/l km}) \dots\dots(7b)$$

處で左邊の諸量のうち $\frac{dp}{ad\varphi}$ は前記の如く ± 0.1 以下、 $\frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi}$ は瀧野川・東京・羽田の各観測値 (第 3 圖参照) から計算して見ると ± 4 以下である事が判るが、第一項の $\frac{d^2p}{ad\varphi^2}$ は $\frac{dp}{ad\varphi}$ 自身及び其の場所による變化は小さくとも、對應する φ の差が非常に小さいから他の項に比して最も大きく利く事になる。 $\Delta\left(\frac{dp}{ad\varphi}\right)$ を (I) と (II) との兩區域の $dp/ad\varphi$ の差として求めた値は第 2 表の最後の欄に示してあるが、此の場合の $\Delta\varphi$ は $\frac{10 \text{ km}}{6000 \text{ km}}$ 即ち $\frac{1}{600}$ 程度の値となるから、 $\frac{d^2p}{ad\varphi^2}$ が (7b) 式の他の項と comparable になる爲には、 $\Delta(dp/ad\varphi)$ は 0.001 以下とならねばならぬ。此の様な小さな $\Delta\left(\frac{dp}{ad\varphi}\right)$ は勿論上の例では問題になし得ず、第 2 表中 $\Delta(dp/ad\varphi) \neq 0$ の場合はすべて (7b) 式の左邊は此の量のみに依つて order が定り、之が正であれば (7b) は常に成立ち、負であれば成立たない事になる。然し乍ら $\Delta\left(\frac{dp}{ad\varphi}\right) \neq 0$ のものと雖も前述の如く最大 0.1 を超えず完全に誤差の範圍を脱してゐるとは云へぬから (7b) 式を其の儘當てはめる譯には行かない。(7b) 式を

第 3 圖 気温の變化 (昭和 15 年 6 月 20 日)

第 3 表

時刻	15	16	16½	17½	17¾	18	19	19½	21½	22
$\frac{dp}{ad\varphi}$ (平均)	-0.02 ₀	-0.00 ₀	-0.02 ₁	-0.03 ₃	+0.02 ₇	+0.03 ₀	+0.01 ₀	+0.01 ₄	+0.07 ₈	+0.04 ₁
$\frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi}$	-0.40	+0.27	0.00	-1.20	-1.46	-1.40	-0.80	-0.81	-2.00	+0.13
(8) の左邊	-0.02 ₈	+0.04 ₇	+0.02 ₉	-0.05 ₈	-0.26	-0.27	-0.12	-0.13	-0.49	-0.03 ₀

(1) Helmholtz の理論には此の假定がはいつてゐる。第 4 節参照。

吟味するには $d^2p/ad\varphi^2$ の精密な値を要するから、成るべく $\Delta\varphi$ の大きな範圍で平衡の成立つてゐるやうな場合に適用して見るのが良いのではないかと思はれる。茲で取扱つたやうな $\Delta\varphi$ の小さな範圍の例は (7b) 式を其の儘吟味するのに不適當であると思はれる。唯大體の order を見る爲に、又 (7b) 式が平衡状態に関する式であることを考慮して、 $\frac{d^2p}{ad\varphi^2}=0$ とおき、第一項を除いて上式を調べて見る。 $\frac{d^2p}{ad\varphi^2}=0$ とおけば (7b) は

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi} \left(0.12 + \frac{dp}{ad\varphi} \right) - 1.39 \frac{dp}{ad\varphi} \geq -0.35 (\text{mmHg/l km}) \dots\dots(8)$$

温度の測定値は品川のものが得られなかつたので、瀧野川・東京・羽田の値から求め、 $dp/ad\varphi$ は (I) と (II) とを同時刻に對し平均した。そして上の假定により (I) と (II) との兩地區で成るべくよく等壓線の揃つてゐる時刻を撰んで、(8) 式の左邊の値を計算して見た。其の結果は次表の如くである。

21½ 時に於て (8) 式の右邊より少し小さくなつてゐる他は、兎に角 (8) の不等式の成立範圍内にある。屢述べた如く $dp/ad\varphi$ はすべて完全に誤差の範圍を脱してゐるとは云へず、又全氣壓傾度は殆ど眞東の方向にあるのであるから、上の結果は偶然かも知れぬが、南北方向の平衡に関する限り大體安定條件を充してゐる事になる。少くとも order だけは (8) 或は (6) の式の示すものと一致することが解つた譯である。

なほ一般に $\frac{d^2p}{ad\varphi^2}=0$ とおける場合には (7a) から

$$\frac{dp}{ad\varphi} \leq 4a\omega^2\rho \sin^2\varphi \tan\varphi + \frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi} \left(a\omega^2\rho \sin^2\varphi + \frac{dp}{ad\varphi} \tan\varphi \right) \dots\dots(7a')$$

と書けるから $\frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi} < 0$ ならば、 $\frac{dT}{d\varphi}=0$ の時に比して

氣壓傾度の最大値は減ずるわけである。

若し更に $\frac{1}{T} \frac{dT}{d\varphi} = 0$ とおけば

$$\begin{aligned} \frac{dp}{ad\varphi} &\leq 4a\omega^2 \rho \sin^2 \varphi \tan \varphi \\ &= \frac{0.35}{1.39} = 0.252 \text{ (mmHg/1 km)} \quad \text{at } \varphi = 35^\circ 40' \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり櫻庭氏の値の約半分となる。此の差は $d^2p/ad\varphi^2$ を無視してゐる事である。

§ 4. 櫻庭氏の理論の一つの疑點

藤原先生より與へられた問題は、なほ此の他に東西の氣壓傾度に対する式及び低氣壓の如く中心のある場合の氣壓傾度の式を導く事である。櫻庭氏の氣壓傾度の式は Helmholtz の、地球を取巻いて地軸の周りに環流する氣塊輪の平衡に関する理論に基いてゐるから、當然南北方向の安定条件しか出ない。東西又は中心傾度を論ずるには根本的に基礎の理論から出發しなければならぬと考へられるが、之はその餘裕がなかつた。唯櫻庭氏の式の演繹法に就いて一つの疑問が生じたので、次にその大略を述べて御教示を仰ぐ事とする。

1888 年の論文⁽¹⁾に於て H. v. Helmholtz は前述の如く緯度圈に沿うて回轉する溫位 θ 及び回轉能率 Ω 一定の氣塊輪に就いて次の關係式を導いた。

$$q\pi\theta = -\frac{1}{2} \frac{\Omega^2}{\rho^3} + \frac{G}{r} R^2 - \frac{1}{2} \omega_0^2 \rho^2 + C \quad \dots\dots\dots (10)$$

茲に q, π は氣壓のみの或函数、 ρ, r は地軸及び地心からの距離、 G は重力の加速度、 R, ω_0 は地球の半径、 C は各氣塊輪に就いての常數である。此の式から Ω, θ を異にする二つの氣塊輪の平衡に対する条件として (但し r は不變とする)。

$$\frac{1}{\rho^3} \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1 \theta_2} \left[\omega_0^2 \rho^4 + \frac{\Omega_1^2 \theta_2 - \Omega_2^2 \theta_1}{\theta_1 - \theta_2} \right] > 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

が得られる。但し氣塊輪 1 は 2 に對して ρ 大、即ち緯度小なる方にあるとする。従つて一般に $\theta_1 > \theta_2$ であるから之が如何なる ρ に對しても成立する爲には

$$\frac{\Omega_1^2}{\theta_1} > \frac{\Omega_2^2}{\theta_2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$\Omega_2 = \Omega_1 + \Delta\Omega$, $\theta_2 = \theta_1 + \Delta\theta$ と置き、 $\Delta\Omega, \Delta\theta$ を微小量とすれば、(12) は

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega_1} < \frac{1}{2} \frac{\Delta\theta}{\theta_1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$v = \rho\omega = \frac{\Omega}{\rho}, \quad \Delta v = \frac{\Delta\Omega}{\rho_1} \quad \text{により}$$

$$\frac{\Delta v}{v_1} < \frac{1}{2} \frac{\Delta\theta}{\theta_1} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{或は} \quad \Delta v < \frac{v}{2} \frac{\Delta\theta}{\theta} \quad \dots\dots\dots (14a)$$

廻轉地球上の相對速度 $\Delta v'$ に直すには

$$\Delta v_0 = -a\omega_0 \sin \varphi \Delta \varphi \quad \dots\dots\dots (15)$$

を引いて

$$\begin{aligned} \Delta v' &= \Delta v - \Delta v_0 < \frac{v}{2} \frac{\Delta\theta}{\theta} + a\omega_0 \sin \varphi \Delta \varphi \\ &= a \left(\omega_0 \sin \varphi \Delta \varphi + \frac{\omega}{2} \cos \varphi \frac{\Delta\theta}{\theta} \right) \quad (16) \end{aligned}$$

$\omega - \omega_0$ を省略して

$$\frac{\Delta v'}{\Delta \varphi} < a\omega_0 \left(\sin \varphi + \frac{1}{2\theta} \frac{\Delta\theta}{\Delta \varphi} \cos \varphi \right) \quad \dots\dots\dots (16a)$$

櫻庭氏の式 (2) では $\sin \varphi$ の代りに $2\sin \varphi$ となつてゐる。之は (14a) に當る式で右邊に既に $a\omega \sin \varphi \Delta \varphi$ といふ項が附加してゐる爲である。處で此の項は結局 (12) 式で $\Omega = \omega\rho$ とし、 $\Delta\Omega = \rho\Delta\omega + \omega\Delta\rho$ としたのに由るのであるが、(17) の安定条件は或る ρ の値に對する条件であつて $\Delta\rho$ を考へるのは意味ない事と思はれる。而も櫻庭氏の論文でも $\Delta\omega$ を Δv に書換へる所では $\Delta v = \Delta\omega \cdot \rho = \Delta\omega \cdot a \cos \varphi$ として $\Delta\rho$ を考へて居られない。此の邊の氏の理論の経路は明瞭でないが、二氣塊輪の相對的平衡に関する条件だけからは、 $\Delta\Omega$ と $\Delta\theta$ との關係しか出ない筈であつて、 $\Omega(\varphi)$ 或は $\theta(\varphi)$ を與へぬ限り安定の條件に φ の explicit な函数が入る筈がないと思はれる。唯地球に相對的な $\Delta v'$ を考へる時に始めて $a\omega_0 \sin \varphi$ の項が入るだけであつて、此の項が既に Δv の式に現はれるのをかしいと思はれる。唯 $dv/d\varphi$ の式で $d\theta/d\varphi$ を無視した場合の (3) 式は氏も注意されてゐる如く、Bjerknes 及び Godske⁽²⁾ が他の考へから出した判別式と一致するから、別の理由から實際には (3) 式が正しいのであらうが、上の様にたとへ Helmholtz の平衡条件だけ考へれば (16a) 式のやうになると思はれるので茲に我々の考へを述べて御教示を仰ぐ次第である。

終りに此の論文に關し種々御指導を賜つた藤原先生に對し厚く御禮申上げます。 (終)

(1) H. v. Helmholtz: Über atmosphärischen Bewegungen, Sitz-Ber. Preuss. Akad. Wiss. 647 (1888). 又、岡田武松: 氣象學礎石, 293 頁參照。

(2) J. Bjerknes and O. L. Godske: On the Theory of Cyclone Formation at Extratropical Fronts, Astrophys. Norveg. Vol. 1, No. 6, p. 219 (1936).