氣象集誌

第二輯 第二十一卷 第五號

論 文

日射及び夜間輻射が直接雲に及ぼす影響に就いて*

高 橋 喜 彦

§1. 緒 言

細雨は夜から朝にかけて降り易く、日中は止んで雲が薄らぎ、或ひは晴れてしまふことが多い。而して私の研究によれば、細雨を降らす雲層は一般に低く、その上はすつかり晴れてゐることが多いので、この様な場合には日中雲層の表面が直接日射を受けるために蒸發し易くなり、夜間は逆に熱輻射のために冷却して雨が降り易くなる。

これは私が數年前から主張して來たところであり、昭和 11 年 6 月 19 日北海道日食の食甚時を中心にして關東地方一帯（この地方の食分は 0.78）に降つた細雨は、明かに日食のため日射が急減したことに因るものと考へられる⁽¹⁾。

そこで私は更に昭和 16 年 9 月 21 日の日食（この日食は臺灣北端及び石垣島を通る）を利用して雲に及ぼす日射の影響を研究しようと思ひ立つた。この論文はその準備の一つとして行つたものである。

§2. 雲に及ぼす日射及び夜間輻射の影響と大氣渦動

若し雲の上がすつかり晴れてゐるとすれば、夜間雲は夜間輻射により表面から熱を失ひ、この失はれた熱は大氣渦動により上下の層から補給されて行く。故に大氣渦動が弱ければ、雲の表面附近だけが著しく冷却し、雲粒は次第に大きくなつて雨が降り出すこともあり得るが、大氣渦動が強ければ、雲の表面附近だけでなく、或る厚さの層全體に冷却が及ぶためにその程度は弱くなり、雲は幾分濃くなるかも知れないが、雨が降るまでにはならない。

同様に日中雲の表面が日射を受けた場合に、大氣渦動が弱ければ、表面附近だけが著しく溫暖られるため雲は表面から薄らいで行くが、若し大氣渦動が強ければ、或る厚さの層全體が溫暖られる

* Y. Takahasi: On the Variations of the Feature of the Cloud as the Direct Effects of the Solar and Nocturnal Radiation. 中央氣象臺彙報.

(1) 氣象集誌、第 2 輯 第 16 卷、382-383、昭和 13 年。大日本氣象學會講演會記事 中 高橋喜彦：細雨の研究を參照のこと。

がその程度は弱くなり、雲が薄らぐまでに至らないかも知れない。或ひはまた雲層の霧量は一般に雲底よりも表面に近い程増すものと考へられるから、雲層全體が同じ程度に温められると、霧量の少ない雲底の方から次第に薄らいで行くやうなこともあり得る。

以上の如く、夜間輻射及び日射が雲に及ぼす影響を論ずるには、大氣渦動といふものを必ず考慮に入れなくてはならないことが分る。即ちこの問題は雲の表面で熱の出入がある場合の大氣中に於ける熱の渦動擴散の問題として取扱はなければならない。併しこの場合單に熱だけでなく含水量の渦動擴散も行はれ、その上水の蒸發及び凝結といふ現象も伴ふので、非常に複雑な問題となる。

私は或る簡単な模型的な大氣及び雲の状態を假定し、エントロピーの渦動擴散といふものを使つて、夜間輻射及び日射といふものがどの程度の影響を雲に及ぼすかといふことを知ることが出來た。その結果細雨の如き靜かな弱い雨に對しては夜間輻射及び日射の影響があり得るといふ結論を得た。

§3. 飽和及び不飽和空氣のエントロピー

こゝで用ひる諸物理量の記號及び數値を最初に記して置く。

c_p : 乾燥空氣の定壓比熱, $0.240 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$.

c_p' : 水蒸氣の定壓比熱, $0.445 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$. (Linke)

c : 水の比熱, $1.00 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$.

A : 熱の仕事當量の逆數, $0.239 \times 10^{-7} \text{ cal/erg}$.

R_a : 乾燥空氣 1 g に對する氣體常數, $0.289 \times 10^7 \text{ erg/}^\circ\text{K}$.

R_w : 水蒸氣 1 g に對する氣體常數, $0.462 \times 10^7 \text{ erg/}^\circ\text{K}$.

T : 空氣の絕對溫度.

p : 氣壓.

L : 水の蒸發熱, $596.7 - 0.601(T - 273) \text{ cal/g}$, Griffiths.

e : 水蒸氣張力.

e_m : 飽和水蒸氣張力, 數値は氣象常用表(昭和 17 年版) 4 頁及び 66~67 頁 (Regnault-Broch) による.

w_0 : 混合比, $0.622e/(p-e)$.

w_l : 單位質量の乾燥空氣と共存する霧の量, 但し不飽和空氣の場合は 0 となる.

$w = w_0 + w_l$: 單位質量の乾燥空氣と共存する水蒸氣及び霧の總量.

φ : 單位質量の乾燥空氣を含む空氣のエントロピー.

上記以外のものはその都度説明することにする,

先づ飽和空氣のエントロピー φ は

$$\varphi = (c_p + we) \ln T + \frac{Lw_g}{T} - AR_a \ln (p - e_m) \quad (1)$$

で與へられる⁽¹⁾。但し $\varphi=0$ なる標準状態は適當に選んだものとする。

次に不飽和空氣のエントロピーを考へて見る。

今氣壓 p なる不飽和空氣は斷熱可逆的に且つ溫度を變へることなく、壓力 $p-e$ なる乾燥空氣と壓力 e なる水蒸氣の二成分に分離することが出来るから、分離せる各成分のエントロピーの和が即ち元の不飽和空氣のエントロピーとなる⁽²⁾。

そこで各成分のエントロピーを求めると、先づ溫度 T 、壓力 $p-e$ なる單位質量の乾燥空氣のエントロピーは

$$c_p \ln T - AR_a \ln (p - e) \quad (2)$$

である⁽³⁾。

次に溫度 T なる單位質量の飽和水蒸氣のエントロピーは

$$c \ln T + \frac{L}{T} \quad (3)$$

である⁽⁴⁾。この水蒸氣を同一溫度に保つたまま膨脹させて最初の飽和水蒸氣張力 e_m から任意の不飽和水蒸氣張力 e に變へるためには

$$A \int_{v_1}^{v_2} e dv = -AR_w T \int_{e_m}^e \frac{de}{e} = AR_w T \ln \frac{e_m}{e}$$

だけの熱量をこれに與へなくてはならないから、エントロピーは

$$AR_w \ln \frac{e_m}{e}$$

だけ増加する。但し v_1 及び v_2 は溫度 T に於いて壓力が夫々 e_m 及び e なる水蒸氣の比體積とする。

従つて壓力 e なる單位質量の不飽和水蒸氣のエントロピーは

$$c \ln T + \frac{L}{T} + AR_w \ln \frac{e_m}{e} \quad (4)$$

となる⁽⁵⁾。

故に氣壓 p 、溫度 T 、混合比 w_g なる不飽和空氣のエントロピーは

(1) D. Brunt: Physical and Dynamical Meteorology (1939), 85 頁 (31) 式で $z=0$ と置いたもの。

(2) 混合理想氣體のエントロピーの計算法と同じ。芝 龜吉: 熱力學 (下) § 77 (岩波物理學講座, 昭和 15 年)。

(3) D. Brunt (前出), 85 頁 12 行目の式。

(4) 同上, 84 頁 (27) 式。

(5) Brunt はこれと別な形で表はしてゐる。(前出) 84 頁 (29) 式。

$$\varphi = (c_p + w_g c) \ln T + \frac{L w_g}{T} - A R_a \ln (p - e) + w_g A R_w \ln \frac{e_m}{e} \quad (5)$$

で與へられる⁽¹⁾.

尙 (2), (3), (4), (5) 各式はいづれも適當に選んだ或る標準状態に規準してエントロピーを表はしてゐることはいふまでもない.

以上飽和及び不飽和空氣のエントロピーを一つの式に纏めて,

$$\varphi = (c_p + w c) \ln T + \frac{L w_g}{T} - A R_a \ln (p - e) + w_g A R_w \ln \frac{e_m}{e} \quad (6)$$

と書くことも出来る. こゝで飽和の場合は $e = e_m$ であるから (1) 式となり, 不飽和の場合は $w = w_g$ であるから (5) 式となる.

空氣のエントロピーは飽和, 不飽和の如何にかゝらず, 氣壓 p , 溫度 T , 含水量 w の三つが與へられると計算することが出来る. 即ち先づ T に対する飽和水蒸氣張力 e_m を求め,

$$\left. \begin{array}{l} 0.622 \frac{e_m}{p - e_m} \leq w \text{ ならば飽和} \\ 0.622 \frac{e_m}{p - e_m} > w \text{ ならば不飽和} \end{array} \right\} \quad (7)$$

により飽和か不飽和かを判定し, 飽和の場合は

$$e = e_m, \quad w_g = 0.622 \frac{e_m}{p - e_m}, \quad (8)$$

不飽和の場合は

$$e = \frac{w}{0.622 + w} p, \quad w_g = w \quad (9)$$

によりエントロピーの計算に必要な諸量を求めることが出来る.

故に空氣のエントロピーは氣壓, 溫度, 含水量の三つを獨立變數とせる函數で表はされる. 例へばこれを次節の説明に簡単なため

$$\varphi = \Phi(p, T, w) \quad (10)$$

と書いて置く.

§4. 混合によるエントロピーの増加に就いて

二種の空氣が混合するといふことは不可逆現象であるから, 混合空氣のエントロピーは混合前の各空氣のエントロピーの和よりも必ず大きくなる. 即ち混合によりエントロピーが新たに増加することになる. 而してこの増加量がどの程度のものであるか吟味して見よう.

今氣壓 p に於いて溫度, 含水量が夫々 T_1, w_1 及び T_2, w_2 なる二種の空氣を $m_1 : m_2$ なる乾燥空氣の質量比で混合した結果, 同一氣壓に於いて溫度 T , 含水量 w なる混合空氣が得られたもの

(1) 荒川秀俊: 氣象熱力學 (昭和 16 年版) 36 頁 (16.4) 式が不飽和空氣にも適用出来る様に説明してゐるのは誤りと思はれる.

とする。但し空気中の水分は雨となつて失はれることがないものとする。

若し空氣が混合の前後に於いていづれも不飽和であれば、

$$w = \frac{m_1 w_1 + m_2 w_2}{m_1 + m_2}, \quad (11)$$

及び

$$T = \frac{m_1 T_1 (c_p + w_1 c_p') + m_2 T_2 (c_p + w_2 c_p')}{(m_1 + m_2) (c_p + w c_p')}, \quad (12)$$

或ひは實用上

$$T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \quad (12)'$$

となるから、混合空氣のエントロピーは簡単に計算することが出来る。

併し一般に問題となるのは、混合空氣及び混合前の二種の空氣の三つの内少くともその一つが飽和してゐる場合である。

この場合にも含水量に就いては (11) 式がそのまま成り立つことは明かである。温度に就いては、先づ二種の空氣を或る氣壓まで斷熱壓縮して温度を十分に高めた上で不飽和のまま混合させることが出来、混合後再び元の氣壓まで斷熱膨脹させるといふ操作をして混合空氣の温度を求める。

例へば氣壓 p に於いて温度、含水量が夫々 T_1, w_1 及び T_2, w_2 なる二種の空氣を別々に氣壓 p' まで斷熱壓縮する。而して斷熱壓縮によるエントロピー及び含水量の變化はないから、この壓縮状態に於ける二種の空氣の温度 T_1' 及び T_2' は夫々

$$\Phi(p, T_1, w_1) = \Phi(p', T_1', w_1)$$

及び

$$\Phi(p, T_2, w_2) = \Phi(p', T_2', w_2)$$

より求めることが出来る。且つこの温度では二種の空氣はいづれも充分に不飽和となり、混合空氣も亦不飽和になるものとする。

こゝで二種の空氣を $m_1 : m_2$ なる乾燥空氣の質量比で混合させ、この混合空氣の温度を T' とすれば、(12) 式により

$$T' = \frac{m_1 T_1' (c_p + w_1 c_p') + m_2 T_2' (c_p + w_2 c_p')}{(m_1 + m_2) (c_p + w c_p')},$$

或ひは實用上 (12)' 式により

$$T' = \frac{m_1 T_1' + m_2 T_2'}{m_1 + m_2}$$

となる。但し混合空氣の含水量 w は、壓縮状態を考へるまでもなく、(11) 式から直ぐに求めればよい。

そこでこの混合空気を再び元の氣壓 p まで斷熱膨脹させ、その時の溫度を T とすれば、

$$\Phi(p', T', w) = \Phi(p, T, w)$$

となる。この T が求むる混合空氣の溫度である。

若し混合空氣のエントロピーだけを求めるのであれば、 $\Phi(p', T', w)$ だけを計算すればよく、元の氣壓へ戻す必要はない。

寒暖兩空氣の混合による水蒸氣の凝結量を求めるには既に日高孝次博士等の方法がある⁽¹⁾。この凝結量は混合空氣の溫度が分れば直ぐに求められるのであるから、こゝで述べた方法により計算することも出来る。理論上この方が取扱ひも嚴密であるが、實際に計算するには非常な手間がかかるから、實用的ではない。

次に計算の一例として、 $p=550$ mm に於いて $T_1=20^\circ\text{C}$ 、 $w_1=25$ g/kg 及び $T_2=10^\circ\text{C}$ 、 $w_2=15$ g/kg なる二種の飽和空氣を等量（乾燥空氣の質量として）に混合した時の混合空氣のエントロピーを計算して見よう。

先づ混合すべき二種の空氣のエントロピー φ_1 及び φ_2 は

$$\varphi_1=1.11209, \quad \varphi_2=1.02696$$

となる⁽²⁾。

混合空氣の含水量 w は (11) 式により直ぐに計算することが出来て、

$$w=20 \text{ g/kg}$$

となる。

次に二種の空氣を $p'=800$ mm まで斷熱壓縮して見ると、夫々

$$T_1'=41.1^\circ\text{C}, \quad T_2'=30.2^\circ\text{C}$$

まで溫度が昇り、この壓縮状態ならば兩空氣を不飽和のまま混合させることが出来て、その溫度 T' は (12) 式により

$$T'=35.7^\circ\text{C}$$

となる。(12)' 式から計算しても $1/100^\circ\text{C}$ の桁が僅かに違ふだけである。

故に混合空氣のエントロピー φ は

$$\varphi=1.06949$$

となり、これは勿論 $p=550$ mm のままに混合させた場合の混合空氣のエントロピーに外ならない。

(1) 岡田武松：理論氣象學，第 6 章 第 6 節（昭和 17 年版）。

(2) (6) 式で計算したもので、 p 及び e の數値は mmHg 單位のままのものを用ひた。他の單位のものを用ひれば、エントロピーの數値に或る一定常數が附け加はるだけで、エントロピーの増減を取扱ふには何ら差支へのないことはいふまでもない。

今混合によるエントロピーの新しい増加を無視するならば、混合空気のエントロピーは單に φ_1 と φ_2 との平均値

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 1.06952$$

となる。而して不可逆現象に於けるエントロピー増加の法則により、 $\bar{\varphi} < \varphi$ でなくてはならない。所が上記の φ と $\bar{\varphi}$ とを比較して見ると、これとは逆に $\bar{\varphi} > \varphi$ となつてゐるが、これはエントロピーの式 (6) に用ひてある諸物理量の數値の實驗的誤差に因るものと思はれる。その中でも温度の函數である水の蒸發熱 L 及び飽和水蒸氣張力 e_m の誤差が主なる原因であると考へられる。

故に上記 φ 及び $\bar{\varphi}$ の最後の桁は怪しいものとして比較すれば、混合によるとエントロピーの増加量は大體

$$\varphi - \bar{\varphi} < 0.0001$$

の程度と考へてよいであらう。

この増加の程度を更に確めるため、 $T_1 = 20^\circ\text{C}$ 及び $T_2 = 10^\circ\text{C}$ なる乾燥空気を等量に混合した場合を考へて見ると⁽¹⁾、

$$\varphi_1 = c_p \ln T_1 + A R_a \ln p,$$

$$\varphi_2 = c_p \ln T_2 + A R_a \ln p,$$

$$\bar{\varphi} = c_p \ln \frac{T_1 + T_2}{2} + A R_a \ln p$$

であるから、

$$\varphi - \bar{\varphi} = c_p \left(\ln \frac{T_1 + T_2}{2} - \frac{\ln T_1 + \ln T_2}{2} \right) = 0.000036$$

となり、上記の計算例に於けるエントロピー増加の程度は大體正しいことが分る。

故に上記の計算例に於いて T_1, w_1 なる空氣の中へ T_2, w_2 なる空氣が等量に混入したために起るエントロピーの變化を求めるのに、混合といふ不可逆現象に於けるエントロピーの増加を無視しても、その誤差は僅かに

$$\frac{\varphi - \bar{\varphi}}{\varphi_1 - \bar{\varphi}} < \frac{0.0001}{0.0426} = 0.2\%$$

であるから、實用上これは無視することが出来る。

以上はたゞ一つの計算例に過ぎないが、大氣中に於ける混合現象によるエントロピーの新たなる増加は實用上無視しても差支へないことが分る。

(1) この場合は誤差の大きい L 及び e_m が計算に入らないから、比較的正しい結果が得られる。

§5. エントロピーの渦動擴散に就いて

若し空氣のエントロピーが次の三條件を満足するものであれば、その大氣渦動擴散の微分方程式として

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \quad (13)$$

を採用することが出来る⁽¹⁾。但しこゝでは渦動擴散率 κ が均一なる大氣に於ける z 方向一次元の問題を取扱ふものとする。

(1) 空間の或る任意の部分のエントロピーは、この部分を占める空氣自身が周圍のものと交換されない限り一定不變である。

(2) 空氣の或る任意の部分に周圍のものと混合しない様にして、一つの場所から他の任意の場所へ移しても、そのエントロピーは一定不變である。

(3) φ_1 及び φ_2 なるエントロピーの空氣を $m_1 : m_2$ なる乾燥空氣の質量比で混合したとすれば、この混合空氣のエントロピー φ は

$$\varphi = \frac{m_1 \varphi_1 + m_2 \varphi_2}{m_1 + m_2}$$

となる。

そこでこれ等の條件をエントロピーが満足してゐるかどうかを吟味して見よう。

實際の大氣中では空氣の運動速度に對して水蒸氣の分子擴散の速度は勿論のこと、慣性及び重力による雲粒の對氣速度も實用上無視することが出来るから、空氣の或る任意の部分を考えれば、周圍の空氣がこれに混入しない限り、この部分に對して水蒸氣及び雲粒の出入がなく、周圍と斷熱される。又この部分を周圍のものと混合しない様にして一つの場所から他の任意の場所へ移しても、矢張り斷熱されたまゝである。而して斷熱されてゐる限りこの部分のエントロピーは一定不變であるから、上記の條件 (1) 及び (2) が満足されることは明かである。

又實用上條件 (3) の成り立つことも既に前節に於いて吟味した所である。

故にエントロピーの渦動擴散の微分方程式として (13) 式を採用してもよいことが分る。

尙こゝで注意すべきことは、この場合大氣中に雨滴⁽²⁾が存在してゐてはならないといふことである。何故ならばこの様な場合には空氣の運動とは獨立に雨滴による熱の移動が行はれるため大氣中の各部分にエントロピーの増減が起るからである。但し雨滴の量が非常に少くて、これによる熱の移動は實用上無視することが出来る場合には、雨滴が存在してゐても差支へはない。

(1) 高橋喜彦：統計渦動擴散論。氣象集誌 第2輯 第20卷, 315~341 (昭和17年), 323頁參照。

(2) 雨滴とは雲粒が充分大きくなつて、その對氣速度を無視することが出来なくなつたもので、この對氣速度が上昇氣流の速度より大きければ實際に雨が降り、小さければそのまゝ大氣中に支へられて浮いてゐる。

§6. 特殊な断熱圖に就いて

第1圖はエントロピーの渦動擴散といふものを使つて、夜間輻射及び日射が雲に及ぼす影響を調べる時に用ひる一種の断熱圖であるが、従来の断熱圖⁽¹⁾と異なる點を示せば次の通りである。

(1) この圖は一般の場合ではなく、含水量 $w=15 \text{ g/kg}$ の場合にだけ用ふるために作つたものである。

(2) この圖は横軸に温度、縦軸にエントロピー⁽²⁾を取つてあるから一種のテヒグラムであるが、エントロピーが一定なる状態は飽和、不飽和の兩部分を通じて横軸に平行なたゞ一本の直線で表はされる様になつてゐる。

第1圖 計算例に用ひる断熱圖 (含水量=15 g/kg)

(3) 等混合比線の代りに等霧量線を書いてある。例へば 3 g/kg の等霧量線は $15-3=12 \text{ g/kg}$ の等混合比線に相當する。そして霧量が0の線より左は飽和層、右は不飽和層となる。

(4) 等氣壓線の代りに等高度線を書いてあ

る。この高さは氣壓760 mmの面を規準に取り、途中は断熱大氣の状態にあるとして計算したものである。従つて任意な多方大氣の状態に對しては、この等高度線で示す高さに多少の誤差はあるけれども、こゝで取扱ふ問題では無視し得る程度のものである。

この等高度線は飽和層を實線、不飽和層を破線で書いてある。

§7. こゝで取扱ふ模型的な大氣の状態

これより本論に入り、エントロピーの渦動擴散といふものを使つて夜間輻射及び日射が雲に及ぼす影響を調べるのであるが、任意の大氣状態に就いて調べることは困難であるので、こゝでは次の如き模型的な大氣を假定するものとする。

即ち第2圖に示す如く、地上より高さ H の所に水平に置かれた一枚の無限に擴つた硝子板によ

(1) 荒川秀俊(前出), §17 及び §30 参照。

(2) この數値は計算の都合で(6)式から計算したものとは或る常數だけの差がある。

り大氣は上下二層に分けられてゐるものとする。この硝子板はすべての輻射線を自由に透すばかりでなく、熱の完全なる良導體であるものとする。即ちこれは熱といふものに對しては何ら障害とならず、たゞ上下二層の空氣が混合しないために置いたものである。

この下層は渦動大氣であるが、垂直方向の一般流、例へば對流の如きものはないものとする。尤も渦動大氣を微視すれば、必ず上昇及び下降氣流が認められるけれども、こゝではこれ等が認められない程度に現象を巨視することになる。尙渦動擴散率は均一であるとする。

今下層大氣を充分長い時間斷熱的に放置すれば、空氣のエントロピー及び含水量が到る所均一なる状態が得られる。この状態を斷熱圖の上に表せば、エントロピー=一定なる曲線(或ひは直線)となり、或る一點の氣温及び含水量が與へ

第2圖 大氣の模型

上空は快晴

られれば凝結高度(雲底の高さ)、氣温の垂直分布、及び雲層内の霧量等は圖の上で容易に知ることが出来る。但し雲の表面は丁度硝子板の高さとなる。或ひは凝結高度と含水量とが與へられれば、斷熱圖の上でこの場合の状态が決定される。

例へば含水量 $w=15 \text{ g/kg}$, 雲の表面 $H=2500 \text{ m}$, 雲底 $H_0=1000 \text{ m}$ に取れば、この場合の状态は第1圖の斷熱圖に於いて

$\varphi=0.1165$ の横軸に平行な一本の直線で表はされる(但し左端は 2500 m の高さで終る)。そしてこの圖から雲底の温度 18.7°C , 2000 m に於ける温度 14.2°C , 同じく霧量 2.4 g/kg , 雲の表面に於ける温度 11.8°C , 同じく霧量 3.5 g/kg 等が直ぐに讀取られる。

一方上層大氣は常にすっかり晴れてゐるものとする。従つて硝子面に相當する雲の表面は夜間は放熱のために冷却し、晝間は日射により加熱され、これが渦動擴散によつて下層大氣の中まで傳はつて行く。

この計算を行ふ場合の最初の状態、即ち微分方程式でいへばその初期條件として上記の如きエントロピー及び含水量が均一であるといふ状態を考へる。そしてこの状態から出發して雲の表面で熱の出入があるためのエントロピーの變化を計算し、以つて下層大氣、特に雲の状态が如何に變化して行くかを調べるのである。

この場合雨は降らない。或ひは降つてもその量は無視し得る程度に少ないものとする。従つて含水量は最初の均一状態のまゝで全く變化はないものとなる。勿論地面よりの蒸發による水分の供給もないものとする。

§ 8. エントロピー渦動擴散微分方程式の初期條件と境界條件、及びその解

エントロピーが一定なる下層大氣の狀態は、下層大氣が斷熱的に保たれてゐる限り、そのまま變化しないのであるが、若し雲の表面で熱の出入が起れば、この影響が大氣渦動により下層大氣の内部へ傳へられて行き、エントロピーの垂直分布にも變化が起つて行く。この變化は § 5 で既に述べた通り微分方程式 (13) を解くことによつて求められる。但し垂直座標 z は雲の表面（硝子面）を原點として下向きに取ることにする。

この場合の初期條件としては前節で述べた如きエントロピーが一定なる狀態を取ることにするから、これを 0 に取れば

$$t=0 \text{ に於いて } \varphi=0 \quad (14)$$

が初期條件となる。

次に雲の表面が夜間輻射或ひは日射のために冷却或ひは加熱される場合の境界條件を考へて見る。

今上空より来るすべての輻射が雲の表面の充分薄い層⁽¹⁾で完全に吸収並に反射されてしまふ。従つて雲面から上空への輻射も亦この薄い層から直接行はれるものとすれば⁽²⁾、この場合の熱輻射による雲面の熱の出入は丁度熱傳導に於ける固體表面で熱の出入がある場合と同じ取扱ひをすることが出来る。但しこの場合はエントロピーを考へてゐるから、熱の出入の代りにエントロピーの出入を取らなければならない。故に雲面の單位水平面積を通して單位時間に雲層が受ける熱量を $f(t)$ とすれば、

$$z=0 \text{ に於いて } \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{f(t)}{\rho \kappa T} \quad (15)$$

が即ち雲の表面に於ける境界條件となる。但し T は雲面の絶對溫度であり、 ρ はその空氣密度、従つて $\rho \kappa$ は交換係數に當る。

上記境界條件の式 (15) の右邊にある ρ 及び T は一般に時間の函數であるけれども、後の計算例から分る様に T の變化は數 °C 以下であるから、 ρ 及び T は實用上一定と考へてもよい。従つて時間の函數としては $f(t)$ だけが上式 (15) に入る。

尙雲の表面に於ける熱の出入の影響は、後の計算例から分る様に地面にまで達しないから、この場合地面の存在は考へずに下層大氣は $z=0 \sim \infty$ に擴つてゐるものとして取扱へばよい。

以上を纏めて書けば、

(1) 厳密にいへば、渦動現象を取扱ふのと同じ程度の互視をした場合に面と見做し得る厚さの層。

(2) 雲面の吸収に關しては後日發表する豫定であるが、雲が濃い場合ならば、この假定で實用上差支へないと思ふ。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \quad (0 < z < \infty), \\ t=0; \quad \varphi &= 0, \\ z=0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= -\frac{f(t)}{\rho \kappa T}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

この解は

$$\varphi = -\frac{2}{\sqrt{\pi} \rho \kappa T} \int_0^\infty d\xi \int_{\xi/2\sqrt{\kappa t}}^\infty f\left(t - \frac{\xi^2}{4\kappa\mu^2}\right) e^{-\mu^2} d\mu, \quad (17)$$

又は

$$\varphi = -\frac{2}{\sqrt{\pi} \rho \kappa T} \int_0^\infty d\eta \int_{(\eta+z)/2\sqrt{\kappa t}}^\infty f\left(t - \frac{(\eta+z)^2}{4\kappa\mu^2}\right) e^{-\mu^2} d\mu \quad (17)'$$

となる。これにより雲の表面で熱の出入がある場合の下層大気のエントロピー垂直分布の變化が求められる。含水量の方はこの模型的な下層大気では變化がないものとしてあるから、別に計算する必要はない。

§ 9. 夜間輻射による凝結量

最初に先づ簡単のため、或る一定値の夜間輻射が突然起る場合を考へる。

今雲面の代りに完全黒體の水平面を考へた時、この單位面積が單位時間に失ふ熱量、即ち黒體の夜間輻射量を Q_N とすれば、雲面の境界條件 (15) 式の f は

$$f = -\varepsilon \sigma_N Q_N \quad (18)$$

に取らなければならない。こゝで雲面は一般に完全黒體ではないから、その吸収率を σ_N とし、又雲面から失はれる熱量は全部が下層大気より供給されるものではなく、その一部は雲面に接した上層大気よりも供給されるわけであるから、雲面よりの全放熱量に對し下層大気から供給される量の割合を ε としたのである。尙 σ_N を嚴密にいへば、地球大気中で經驗される範圍の溫度の黒體からの熱輻射に對する雲面の或る平均の吸収率であり、これは又雲面自身の輻射率と考へても大體差支へない。

以上 (18) の關係を (17) 式に代入し、途中で部分積分を行へば、

$$\varphi = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\varepsilon \sigma_N Q_N}{\rho \kappa T} \left(\sqrt{\kappa t} e^{-\frac{z^2}{4\kappa t}} - z \int_{z/2\sqrt{\kappa t}}^\infty e^{-\mu^2} d\mu \right) \quad (19)$$

となる。

この式から φ を計算するには、先づ $Q_N, \sigma_N, \varepsilon$ の値を決定しなくてはならない。

先づ雲面と大體同じ高さに於ける快晴日の黒體の夜間輻射量として、J. M. Pernter 及び F. M. Exner が Sonnblick (3100 m) 上で行つた測定の結果を參考にして $Q_N = 0.20 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min}$ と取るこ

とにする⁽¹⁾。

次に雲面の吸収率は雨雲の如き濃い雲の場合として $\sigma_N=0.7$ に取ることとする⁽²⁾。

更に ε を考へて見る。雲面より失はれる熱量、即ち雲面が受ける負の熱量がこの面より上及び下の層へ渦動擴散する量の割合はこの附近の上下二層の交換係数の比に大體等しいものと見て差支へないと思ふ。今雲面が夜間輻射により冷却するといふことは、上下兩層を境する硝子面が冷却すると考へてもよい。この硝子面の冷却が附近の空氣層の渦動狀態に及ぼす効果は、上層大氣に對しては丁度地面が冷却する場合にこれに接する空氣層に及ぼす效果に等しく、下層大氣に對しては丁度地面が溫められる場合の効果に等しくなる。冷却する硝子面に觸れた空氣は溫度が降つて密度が大きくなり、浮力を失つて下降し硝子面から離れようとする傾向が大きくなり、これは丁度溫められた地面に觸れる空氣が浮力を得て上昇する傾向が大きくなるのと同じことになる。

今冷却及び溫められる場合の例として、夜間及び晝間に於ける地面附近の空氣の交換係数を比較して見ると、約數倍になつてゐる⁽³⁾。但し地面が晝間溫められる程度は夜間冷却に比べて可なり強いから、若し地面が夜間冷却と同じ程度に晝間溫められたとした場合、夜間及び晝間に於ける地面附近の空氣の交換係数は夜：晝=1:2 の比をなすものとしても大した間違ひはないであらう。この比が即ち雲面が夜間輻射により失ふ熱量を上下二層が補ふ割合となる。故に $\varepsilon=2/3$ と取ることとする。

そこで計算例として含水量 $w=15$ g/kg、雲の表面 $H=2500$ m、最初の狀態に於ける雲底 $H_0=1000$ m、 $\kappa=10^{-5}$ cm²/sec、 $\varepsilon\sigma_N Q_N=2/3 \times 0.7 \times 0.20$ cal/cm²·min なる場合を調べて見た。但し $T=10^\circ\text{C}$ 、 $\rho=10^{-3}$ g/cm³ として計算した。

第 3 圖 夜間輻射により雲が濃くなる計算例

($\kappa=10^{-5}$ cm²/sec)

この結果得られた各時刻に於ける q の垂直分布を斷熱圖に書くと第 3 圖⁽⁴⁾に示したものとなり、この圖から下層大氣の狀態の變化が分る。例へば雲層内の各高さに於ける霧量が次第に増加する。即ち雲が次第に濃くなつて行くことが分る。そして $t=10$ h では雲底が約 20 m 低くなる。

この場合最初から各時刻までの凝結量を求め⁽⁵⁾、分り易いためにこれを雨量に換算して見ると、

(1) 岡田武松：氣象學下卷（昭和 10 年）第 14 章 第 12 節。

(2) 私が計算した結果では大體 $\sigma_N=0.7$ になつたが、これに就いては後日發表する豫定である。

(3) H. Lettau: Atmosphärische Turbulenz (1939). 139 頁 第 15 表。

(4) 第 3 圖及びこれから後にある第 4 圖は何れも第 1 圖の斷熱圖の必要な部分だけを書いたものである。

(5) 霧量の増加量を高さに付いて積分する。

第 1 表の通りとなる。

第 1 表 夜間輻射による凝結量の計算例
(雲層全部の凝結量を雨量に換算したもの)

時 刻	30 分	1 時間	2 時間	3 時間	5 時間	10 時間
雨 量 (mm)	0.035	0.07	0.14	0.20	0.36	0.69

この凝結量を計算した過程から見て、雲層の温度變化が温度と飽和水蒸氣張力とが實用上直線的關係にあると見做し得る温度の範圍内にあり、且つ雲面の冷却の影響が雲底まで及ばない場合には、夜間輻射による雲層内の全凝結量は渦動擴散率 κ に關係なく、たゞ雲層が失ふ總熱量、即ち $\epsilon\sigma_N Q_N \times t$ に大體比例するものと考へることが出来るから、この様な場合任意の $\epsilon\sigma_N Q_N$ に對する凝結量も第 1 表の数値から直ぐに求めることが出来る。

但第 1 表に示した結果から分る様に、夜間輻射による凝結量は可なり少量であるから、雲は確かに濃くなるけれども、並程度以上の雨を繼續的に降らすまでには行かないが、極めて弱い細雨位ならば降る可能性はある。

§ 10. 夜間輻射による雲の表面の凝結速度

前節では夜間輻射による凝結量は可なり少量に過ぎないから、普通の雨を降らすまでには行かないといふことを述べた。併しこれは新たに凝結する水だけが雨となつて降ると考へたからで、實際の場合にはこの様な僅かな凝結量でもこれが端緒となつて普通の程度の雨が降り出すといふことは考へられるのである。

今雨が降り出すまでの機巧を巨視的に考へて見ると、空氣が冷却して先づ水蒸氣が凝結し雲が出来るが、これが直ぐに雨となつて降るわけではなく、更に空氣が冷却し、霧量が次第に増加して或る極限值に達した所で雨が降り出す。この極限值は色々な條件により決定されるものであるが、若し雲層の霧量がこの極限值に近い状態にあれば、夜間輻射により僅かな凝結が起つたためにこの極限值が破られて雨が降り出すことがあり得ることになる。こゝで注意すべきことは、極限值を越えた量だけが雨になるだけでなく、一旦雨が降り出すとこの極限值は一時に低下するから、それまで降ることが出来なかつた量まで一時に降る様になるものと考へられる。併しこのまゝでは或る時間以上降り続けることは出来ないから、ずつと降り續くには雨量に相當するだけの凝結量が補はれて行かなければならない⁽¹⁾。

(1) 雲が濃くても必ずしも雨が降らず、又降り出せば急に降り出すことなどは、從來の大氣熱力學だけでは取扱ひ得ない問題である。雨が降り出す機巧はコロイド氣象學としても研究の餘地が極めて大である。併しこゝで述べたことは大體の見當ではあるが、大した誤りはないと思ふ。これ等の詳細は私としても研究して行かなければならない。

尚こゝでは氷晶説⁽¹⁾には觸れない。細雨⁽²⁾の如くたゞ下層雲だけから雨の降る場合を論じてゐるのである。

若し一つの雲層に於いて各部分の凝結速度、即ち霧量の増加速度が略一様であれば、霧量最大の部分が先づその極限值⁽³⁾に達し、こゝから最初に雨が降り出すことになる。そして凝結速度が大きい程雨は降り出し易い。故に或る一つの雲層から雨が降り出す難易はその霧量最大の部分に於ける凝結速度によつて決定される。

この計算例に於ける模型的な大氣の雲層では雲の表面が霧量最大になり⁽⁴⁾、且つ第3圖の狀態曲線の變化から分る様に、凝結速度も雲の表面で常に最大となつてゐるから、この場合雨が降り出す難易は雲の表面に於ける凝結速度によつて決定される。

そこで夜間輻射による雲層の冷却により雨の降り出す可能性がどの程度のものであるか調べるため、この場合の雲面の凝結速度を求めて見よう。但し凝結速度の大小を分り易くするために、これと同じ凝結速度を生ずべき斷熱上昇の速度に換算して表はすことにする。

第1圖の斷熱圖から分る様に、含水量が一定なる場合には雲層の霧量 w_l はエントロピー φ と地上よりの高さ h との函數であるから、凝結速度は一般に

$$\left(\frac{\partial w_l}{\partial \varphi}\right)_h \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left(\frac{\partial w_l}{\partial h}\right)_\varphi \frac{\partial h}{\partial t} \quad (20)$$

で與へられる。

今空氣が斷熱的に上昇するものとすれば、この凝結速度は

$$\left(\frac{\partial w_l}{\partial h}\right)_\varphi \frac{\partial h}{\partial t}$$

となり、若し上下方向に運動成分を持たない空氣が或る原因によりエントロピーの變化を受けたとすれば、この凝結速度は

$$\left(\frac{\partial w_l}{\partial \varphi}\right)_h \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

となる。

故にこの計算例に於ける模型的な大氣の雲層が夜間輻射のため冷却する場合、その雲面に於ける凝結速度をこれと同じ效果を生ずべき斷熱上昇速度で表はし、これを V とすれば、

(1) 岡田武松：理論氣象學，第6章 第15節（昭和17年版）。

(2) 細雨の機巧に就いては昭和13年7月日本氣象學會で發表（未印刷）したが、これは更に増補の上近い内に發表の豫定である。

(3) 雨が降り出す霧量の極限值は一つの雲層に於いても各部分によつて必ずしも一定してないが、大體は大差ないものと思ふ。

(4) 實際の場合必ずしも雲の表面が霧量最大にはなつてゐないかも知れないが、層狀に擴つた下層雲では大體雲の表面に近い部分が霧量最大になつてゐると思はれる。

$$V = \frac{\left(\frac{\partial w_l}{\partial \varphi}\right)_h}{\left(\frac{\partial w_l}{\partial h}\right)_\varphi} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)_{z=0} \quad (21)$$

となる。但し $(\partial \varphi / \partial t)_{z=0}$ は (19) 式より求めればよいから、

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)_{z=0} = -\frac{\varepsilon \sigma_N Q_N}{\sqrt{\pi} \rho T \sqrt{\kappa t}} \quad (22)$$

となり、又 $(\partial w_l / \partial \varphi)_h$ 及び $(\partial w_l / \partial h)_\varphi$ の値は第 1 圖の斷熱圖から簡単に求められ、こゝで使用する範圍内では實用上

$$\left(\frac{\partial w_l}{\partial \varphi}\right)_h = -0.36 \text{ c.g.s.}, \quad \left(\frac{\partial w_l}{\partial h}\right)_\varphi = 0.24 \times 10^{-7} \text{ c.g.s.} \quad (23)$$

なる一定値に取つて差支へない。これ等 (22) 及び (23) を (21) 式に代入すれば、

$$V = \frac{1.50 \times 10^7}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\varepsilon \sigma_N Q_N}{\rho T \sqrt{\kappa t}} \quad (24)$$

となる。但し諸量はすべて c.g.s. 単位を用ひるものとする。

こゝで前節と同様 $\varepsilon \sigma_N Q_N = 2/3 \times 0.7 \times 0.20 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min.}$, $\rho = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$, $T = 10^\circ \text{C}$ として κ 及び t の各値に對する V を計算すれば、第 2 表の通りとなる。尙 (24) 式から分る様に、 V は $\varepsilon \sigma_N Q_N$ に比例するから、任意の $\varepsilon \sigma_N Q_N$ に對する V はこの表の数値から直ぐに求めることが出来る。

第 2 表 夜間輻射が突然起つた場合の雲の表面の凝結速度
(同じ効果のある斷熱上昇速度 cm/sec で表はしたもの)

κ cm ² /sec	t	30 分	1 時間	2 時間	3 時間	5 時間	10 時間
10^3		35	24	17	14	11	7.8
3×10^3		20	14	10	8.2	6.3	4.5
10^4		11	7.8	5.5	4.5	3.5	2.5
3×10^4		6.3	4.5	3.1	2.6	2.0	1.4
10^5		3.5	2.4	1.7	1.4	1.1	0.8
3×10^5		2.0	1.4	1.0	0.8	0.6	0.4
10^6		1.1	0.8	0.5	0.4	0.3	0.2

第 2 表の結果は或る一つの模型的な大氣の雲に就いて求めたものに過ぎないが、併し實際に濃い下層雲があつてその上空がすっかり晴れてゐる場合、夜間輻射のため雨がどれだけ降り出し易くなるかといふことは以上の結果より大體知ることが出来る。

この結果によれば、夜間輻射の影響は大氣の渦動擴散率によつて著しく左右せられ、 κ が $10^6 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 以上になると、この影響は殆んどないが、 κ が $10^4 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 以下の場合には決して無視することは出来ないことが分る。例へば $V = 20 \text{ cm/sec}$ といへば、 $1/50$ の傾斜面⁽¹⁾を 10 m/sec の水平速度で昇る氣流の凝結速度に等しいから、これは著しく大きなものである。

(1) 普通によく現はれる不連續面の傾斜。

尙 (24) 式では $t=0$ の附近では $V \rightarrow \infty$ となり、計算が出来なくなる。これは勿論夜間輻射が突然起るものと假定した結果によるものである。実際の場合には日没に近づくに従つて雲面よりの放熱量が増加し、日没に於いて初めて完全な夜間輻射量に達するわけである。次節ではこの様な實際に近い場合を取扱つて見る。

§ 11. 雲面よりの放熱量が次第に増加する場合

今全天水平日射量を Q_s とし、これに對する雲面の吸収率を σ_s とすれば、晝間上空がすっかり晴れてゐる場合に雲面の単位水平面積を通して単位時間に雲層が受ける熱量 f は

$$f = \varepsilon(\sigma_s Q_s - \sigma_N Q_N) \quad (25)$$

となる。但し § 9 と同様 Q_N は完全黒體の夜間輻射量、 σ_N はこれに對する雲面の輻射率（吸収率）、 ε は雲面が受ける熱量の中で實際に雲層へ供給される割合とする。

全天水平日射量 Q_s は勿論大氣透過率及び太陽高度の函數であるから、たとへ一日中の氣象狀態に變化がなくても Q_s は時間の函數であることはいふまでもない。これに對して σ_s, σ_N 及び Q_N は一定と考へてよい。

こゝで (25) 式の右邊の諸量を詳細に調べるまでもなく、日没近くの時刻を除けば f が正であることは明かである⁽¹⁾。而して日没と共に $Q_s=0$ となり、雲面の放熱量はこゝに於いて初めて $\sigma_N Q_N$ なる一定量に達し、以後は翌朝の日出までこの一定放熱量が續けられる。

故にこの間に於いて $\sigma_s Q_s$ と $\sigma_N Q_N$ とが丁度等しく、 $f=0$ となる時刻があるわけで、この時刻を $t=0$ に取ることとする。又全天水平日射量は、少くとも日没前二、三時間の範圍では時間と共に大體直線的に減じて行くから⁽²⁾、 $f=0$ なる時刻から翌朝日出までを考へる場合には、

$$f(t) = \left\{ \begin{array}{ll} -\varepsilon \sigma_N Q_N \frac{t}{t_0} & (t < t_0) \\ -\varepsilon \sigma_N Q_N & (t > t_0) \end{array} \right\} \quad (26)$$

と置くことが出来る。但し t_0 は日没までの時間である。尙 ε なる量は § 9 で述べた通り、雲面の熱せられ方或ひは冷え方に關係するものであるから、これは勿論時間の函數としなくてはならないが、こゝでは簡單のため一定であるとする。

そこで夜間輻射による雲層の冷却の問題に立ち歸り、日没前の $f=0$ なる或る時刻 ($t=0$ に取る) に於ける模型下層大氣の狀態としてエントロピー $\varphi=0$ を取り、この狀態から出發し、日没に近づくに従ひ雲面よりの放熱量が次第に増して行く場合雲層の狀態が如何に變つて行くかを調べて

(1) 太陽高度が非常に低い高緯度地方は別とする。

(2) 北岡龍海、松岡保正、根本七郎：晴天日の水平面日射量の値。氣象集誌、第 2 輯 第 17 卷、381~392、昭和 14 年の第 3 圖參照。

見よう。但し前と同様下層大氣の含水量は一定不變とするが、雲面の高さ H 及び雲底の高さ H_0 は任意であつても構はない。

この場合エントロピーの變化は (17) 式の $f(t)$ に (26) 式を代入すればよいから、結局

$$\varphi = \left\{ \begin{aligned} & -\frac{2\varepsilon\sigma_N Q_N}{\sqrt{\pi}\rho\kappa T t_0} \int_z^\infty d\xi \int_{\xi/2\sqrt{\kappa t}}^\infty \left(t - \frac{\xi^2}{4\kappa\eta^2}\right) e^{-\eta^2} d\eta \quad (t < t_0) \\ & -\frac{2\varepsilon\sigma_N Q_N}{\sqrt{\pi}\rho\kappa T} \int_z^\infty \left\{ \frac{1}{t_0} \int_{\xi/2\sqrt{\kappa t}}^{\xi/2\sqrt{\kappa(t-t_0)}} \left(t - \frac{\xi^2}{4\kappa\eta^2}\right) e^{-\eta^2} d\eta + \int_{\xi/2\sqrt{\kappa(t-t_0)}}^\infty e^{-\eta^2} d\eta \right\} d\xi \quad (t > t_0) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

となる。

この式から各時刻の φ を計算し、§9で行つたと同様、第1圖の如き斷熱圖(含水量 $w=15$ g/kg の場合には第1圖が直ぐに用ひられる)を用ひ、雲層の状態が變化して行く有様、或ひは新しく凝結する量などを知ることが出来る。併しこの計算をしても夜間輻射が突然起つたとした場合の §9 に比べて別に大して新しい結果が得られることもないから省くことにする。たゞ前節では雲面の凝結速度が $t=0$ に於いて ∞ となつてしまつたが、今度は雲面よりの放熱量が次第に増加して行くといふ實際に近い取扱ひをしたから、この缺點はない。そこでこゝでは雲面の凝結速度だけを改めて調べることにする。

(27) 式より

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)_{z=0} = \left\{ \begin{aligned} & -\frac{2\varepsilon\sigma_N Q_N}{\sqrt{\pi}\rho T \sqrt{\kappa}} \cdot \frac{\sqrt{t}}{t_0} \quad (t < t_0) \\ & -\frac{2\varepsilon\sigma_N Q_N}{\sqrt{\pi}\rho T \sqrt{\kappa}} \cdot \frac{\sqrt{t} - \sqrt{t-t_0}}{t_0} \quad (t > t_0) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となるから、雲の表面 $z=0$ に於ける凝結速度をこれと同じ効果を生ずべき斷熱上昇速度 V を以つて表はせば、(24) 式に倣ひ

$$V = \left\{ \begin{aligned} & \frac{3.00 \times 10^7 \varepsilon \sigma_N Q_N}{\sqrt{\pi} \rho T \sqrt{\kappa}} \cdot \frac{\sqrt{t}}{t_0} \quad (t < t_0) \\ & \frac{3.00 \times 10^7 \varepsilon \sigma_N Q_N}{\sqrt{\pi} \rho T \sqrt{\kappa}} \cdot \frac{\sqrt{t} - \sqrt{t-t_0}}{t_0} \quad (t > t_0) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

となる。この式では $(\partial w_i / \partial \varphi)_h$ 及び $(\partial w_i / \partial h)_\varphi$ に第1圖の斷熱圖から求めた數値を入れてあるから、嚴密にいへば含水量 $w=15$ g/kg の場合だけに用ひらるべきものであるが、併し實用上はこれと大差ない任意な含水量の場合でも別に大した誤差はない。又この式は雲面(硝子面)及び雲底の高さに制限なく、任意な場合に成立つもので、これ等のことは前の (24) 式に就いても同じである。

次に計算例を示す。

今 $\sigma_s=0.3$ とすれば⁽¹⁾、 $\sigma_N=0.7$ 、 $Q_N=0.20$ cal/cm²·min. に對して $f=0$ 、即ち $\sigma_s Q_s = \sigma_N Q_N$ と

(1) D. Brunt: Physical and Dynamical Meteorology (1939). §74, 雲量 10 の場合の地球の反射率を 0.7 とすれば、 $\sigma_s=0.3$ に取つて大した誤差はないと思ふ。

なる時刻は 6 月中旬東京に於いて日没前約 1 時間 30 分、即ち $t_0=1$ 時間 30 分である。但し大気透過率は 0.90 とした⁽¹⁾。その他の諸数値は前と同様 $\varepsilon=2/3$, $T=10^\circ\text{C}$, $\rho=10^{-3}\rho/\text{cm}^3$ として κ 及び t の各値に就いて雲面の凝結速度を (29) 式から計算すると、第 3 表に示す通りとなる。

第 3 表 夜間輻射による雲の表面の凝結速度 cm/sec
(日没前に於ける日射の漸減を考へた場合)

κ cm ² /sec	15 分	30 分	1 時間	1 時間 30 分 (日没)	2 時間	3 時間	5 時間	10 時間
10^8	16	23	33	40	23	16	12	8.0
3×10^3	9.4	13	19	23	13	10	6.9	4.6
10^4	5.1	7.3	10	13	7.3	5.2	3.8	2.5
3×10^4	3.0	4.2	5.9	7.3	4.2	3.0	2.2	1.5
10^5	1.6	2.3	3.3	4.0	2.3	1.6	1.2	0.8
3×10^5	0.9	1.3	1.9	2.3	1.3	1.0	0.7	0.5
10^6	0.5	0.7	1.0	1.3	0.7	0.5	0.4	0.3

第 3 表は太陽が沈んで行くと共に雲面の放熱量が次第に増加するとして計算した結果であるから、第 2 表の夜間輻射が突然起るものとして計算したものよりは實際に近いものである。この結果によれば、雲面の凝結速度は日没時に於いて最大となり、その値も κ が小さければ可なり大きなものであることが分る。故に雲の表面に対する夜間輻射の影響は日没時に於いて最も顯著に現はれるといふことになる。

§ 12. 日射による雲の薄らぎ

次に晝間上空がすっかり晴れてゐて、雲層が直接日射のために温められ次第に薄らいで行く場合を調べて見よう。但しこの場合も矢張り第 2 圖の如き模型的な大氣を取扱ひ、且つ下層大氣の含水量は一定不變であるものとする。

先づ最初に簡単のため或る時刻（この時刻を $t=0$ に取る）にエントロピー $\varphi=0$ なる状態にあつた下層大氣（第 2 圖に於いて硝子面より下方の部分）の雲面が突然或る一定量の日射を受ける場合を考へることにする。

晝間単位時間に單位面積の雲面が吸収する熱量の内下層大氣へ供給される量 f は (25) 式で與えられる。併し全天水平日射量 Q_s は時間の函数であるが、こゝでは或る一定値 $\bar{Q}_s$ に取り、

$$f = \varepsilon(\sigma_s \bar{Q}_s - \sigma_N Q_N) = \text{一定} \quad (30)$$

とする。この場合の解は (19) 式と同様

$$\varphi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\varepsilon(\sigma_s \bar{Q}_s - \sigma_N Q_N)}{\rho \kappa T} \left(\sqrt{\kappa t} e^{-\frac{z^2}{4\kappa t}} - z \int_{z/\sqrt{4\kappa t}}^{\infty} e^{-\mu^2} d\mu \right) \quad (31)$$

となる。但し高さ z は雲面（硝子面）を $z=0$ として下方へ向つて取り、 ρ 及び T は雲面に於ける空氣密度及び絶對温度（いづれも一定不變と見做す）、 κ は大氣の渦動擴散率とする。

(1) 雲面上の値として富士山頂に於ける晴天日の値を取る。

今計算例として $\sigma_N=0.7$, $Q_N=0.20 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min.}$, $\sigma_S=0.3$, $\bar{Q}_S=1.61 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min.}$ (大氣透過率=0.90 としての東京に於ける 6 月中旬 10h の値), $\rho=10^{-3} \text{ g/cm}^3$, $T=10^\circ\text{C}$, $\kappa=2.5 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{sec}$ に取り, 雲面が吸収する熱量の中で下層大氣へ供給される割合を $\varepsilon=1/3$ と置く. これは日射により雲面が温められるから, 夜間輻射の場合と逆に上方へ 2, 下方へ 1 の割合を以て雲面の吸収熱量が擴散されるものと考へたのである.

第 4 圖は含水量 $w=15 \text{ g/kg}$ とし, $t=0$ に於ける雲面の高さ $H=2500 \text{ m}$, 雲底の高さ $H_0=1500 \text{ m}$ の場合に, 前記の諸數値を用ひて計算した各時刻の φ を斷熱圖の上に書いたもので, 日射のため雲が薄らいで行くことがよく分る.

§ 13. 日射による雲の表面の蒸發速度

日射により雲が薄らいで行く場合その表面に於ける霧量の減少, 即ち蒸發の速度を調べて見よう.

今日出後の或る時刻に於いて雲面の夜間輻射量と吸収日射量とが釣合ふ, 即ち $\sigma_S Q_S = \sigma_N Q_N$ となることがあるから, この時刻を $t=0$ に取り, この時の下層大氣の状態はエントロピー $\varphi=0$ であるものとする. それから太陽が高く昇るに従ひ日射量が増加して行く.

この場合全天日射量 Q_S が直線的に増加するものとすれば,

$$\frac{df}{dt} = \varepsilon \frac{d}{dt} (\sigma_S Q_S - \sigma_N Q_N) = \varepsilon \sigma_S \frac{dQ_S}{dt} = \text{一定} \quad (32)$$

となるから, 雲面に於ける蒸發速度をこれと同じ効果を生ずべき斷熱下降氣流の速度で表はしたものを V とすれば,

$$V = \frac{3.00 \times 10^7 \varepsilon \sigma_S}{\sqrt{\pi \rho T \kappa}} \cdot \frac{dQ_S}{dt} \sqrt{t} \quad (33)$$

となる. この式は雲面の放熱量が直線的に増加する場合の式 (29) (但し $t < t_0$ のもの) の $\varepsilon \sigma_N Q_N / t_0$ (これは放熱量の増加する割合である) に $\varepsilon \sigma_S dQ_S/dt$ を代入したものである.

この計算例として前節と同様 $\varepsilon=1/3$, $\sigma_S=0.3$, $\sigma_N=0.7$, $Q_N=0.20 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min.}$, $\rho=10^{-3} \text{ g/cm}^3$, $T=10^\circ\text{C}$ に取る. $\sigma_S Q_S = \sigma_N Q_N$ となるべき Q_S は $0.47 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min.}$ であり; 6 月中旬東京に於いて大氣透過率=0.90 とすればこの時刻は日出後約 1 時間 30 分となり, それより約 4 時間の間は Q_S は $0.3 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{min./hour}$ の割合で大體直線的に増加すると見做し得る. 以上の諸數値を (33) 式に入れて, κ 及び t の各値に對する雲面の蒸發速度を計算すると第 4 表に示した通りとなる.

この結果によれば, 太陽が高くなるに従ひ, 雲面の蒸發速度は増し, その値も κ が小さい場合には決して無視し得ないことが分る.

第 4 圖 日射により雲が薄らぐ計算例 ($\kappa=2.5 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{sec}$)

第 4 表 日射による雲の表面の蒸発速度
(同じ効果のある断熱下降速度 cm/sec で表はしたもの)

κ cm ² /sec	30 分	1 時間	2 時間	3 時間	4 時間
10^3	11	16	22	27	32
3×10^3	6.4	9.1	13	16	18
10^4	3.5	5.0	7.1	8.6	10
3×10^4	2.0	2.9	4.1	5.0	5.8
10^5	1.1	1.6	2.2	2.7	3.2
3×10^5	0.6	0.9	1.3	1.6	1.8
10^6	0.3	0.5	0.7	0.9	1.0

雲が存在する場合一般に上昇気流がなくはないが、この上昇速度が日射による雲面の蒸発速度(断熱下降速度として表はしたもの)より小さい場合には、雲はその表面から次第に薄らいで行くことになる。故に細雨の如く上昇速度(不連続面を昇つて行く上昇成分)が極めて弱い気流中に出来る下層雲で、且つその上空がすっかり晴れてゐる場合には、日中日射のため雨が止み、雲が薄らぐといふことも當然期待し得ることになる。

尚こゝで計算した結果は、第 2 圖の大気の模型に於いて雲層とその上に接する空気とは全く混合しないといふ假定が入つてゐる。夜間輻射の場合は雲面が冷却するのであるからこの附近に気温逆転層が出来て、雲層と上方の空気との混合は比較的行はれ難く、従つて実際の場合もこの模型大気に近いものと考へられるけれども、雲面が日射を受けて温められる場合には雲層とその上方の比較的湿度の小さい空気との混合が行はれ易く、このためにも雲の蒸発が促進される。故に日射による雲の薄らぎはこゝで計算した結果より更に著しいものであると考へることが出来る。

§ 14. 結 語

以上で大體一通りの計算を終へた。その結果日射及び夜間輻射が直接雲に及ぼす影響といふものは大気の状態如何によつては決して無視することが出来ないばかりでなく、細雨が夜から朝にかけて降り易く日中は止むといふ事實を考へ合せれば、この影響がはつきり現はれる場合も多いといふことが分る。

この様なことから日食の場合を考へると、若し適當な観測場所を選び、且つ適當な氣象状態に恵まれるならば、日食時に於ける急激な、且つ短時間内の日射量の増減に伴つて雲の状態、或ひは雨の降り方に必ずはつきりした変化が起るであらうといふことが確かに云へる。のみならずこれは既に私の豫期通り昭和 16 年 9 月 21 日の日食で實證されたのである⁽¹⁾。

尚本論文では第 2 圖の如き模型大気を考へ、且つ下層大気(雲の表面より下の大気)の含水量は

(1) これに就いては大阪毎日新聞(昭和 16 年 10 月 8 日の文化欄)に書いたことがあり、學術報告としては昭和 17 年 10 月 17 日日本數學物理學會で講演した。近い内に日本氣象學會に於いて講演、本誌に印刷の豫定である。

一定不變であると假定して計算したが、これはこの假定が實用上正しいと見做し得るといふわけではなく、全く計算の技術上の必要からである。この計算をしたのは昭和 14~15 年であり、渦動擴散の圖式解法を考案する以前のことであつた。従つて上記の如き假定をすることによつて問題が簡単に解け、その結果日射及び夜間輻射が直接雲に及ぼす影響の程度が大體分ればよかつたのである。

圖式解法を巧く使へば、實際の大氣の狀態（第 2 圖に書いた硝子面などは取り去つて）のまゝで、且つ全く任意な初期條件からでも計算して行くことが出来ることを附言して置く。

昭和 18 年 1 月 20 日 名古屋地方氣象臺に於いて

垂 直 不 安 定 勢 力 論 (1)*

櫻 庭 信 一, 眞 木 宏 一

§ 1. 緒 言

大氣の運動勢力源に關する研究は尠しとしないが、大別して Margules の暴風論と Refsdal, Normand の濕潤不安定勢力論の 2 つに分けられよう。

1905 年に發表された暴風論に於いて Margules⁽¹⁾ は垂直に不安定に重なる兩氣塊の轉倒によつて放出され得べき勢力及び水平に並ぶ寒暖兩氣塊の轉層によつて放出される勢力を計算し、それが暴風の勢力を供給するものとして量的に充分な事を證明した。Margules は上述の論文の最後に於いて水蒸氣の凝結熱が供給される時の放出勢力を計算し、得られた勢力が乾燥空氣の失れと大差ない事からして水蒸氣の凝結の作用は暴風勢力源としてあまり重要でないとした。之が後年物議を醸すものになつてゐる。

即ち Margules は乾燥空氣の遞減率として乾燥斷熱遞減率を假定してゐる爲上昇、下降兩運動とも、若しそれが乾燥斷熱的に行はれるならば、全く勢力の消費なしに行はれる。水蒸氣の凝結の作用を論じた部分では更に濕潤斷熱的に上昇する氣流の遞減率を濕潤斷熱遞減率に等しくおいてゐる爲、之又勢力の獲得も消費もない場合にあたる。

Margules の理論は永く氣象學者の間に信ぜられ、Bjerknes 一派によつて溫帶低氣壓論が提出された初期に於いては勢力源は専ら大氣の水平不安定に求められた。

* S. Sakuraba and K. Maki: On the Energetics of Vertical Lability (1). 中央氣象臺彙報.

(1) M. Margules: Über die Energie der Stürme. Jahrb. d. K. K. Zentralanstalt f. Meteorologie. Anhang, 1-26 (1905).