赤道を越える氣流の運動 (2)*

井村和民, 櫻庭信一

著者の一人⁽¹⁾は前に同じ問題に就いて論じたが, その際摩擦の作用を無視した. 今回は速度に比例する Guldberg-Mohn の抵抗形を假定して, 摩擦の作用によつて空氣の経路が如何に變るかを調べてみる.

前回の假定をその儘用ゐて非壓縮性空氣を考へ, 運動は定常的 ($\partial/\partial t=0$) で垂直速度零 ($v_r=0$), 經度方向の變化はないとする ($\partial/\partial \lambda=0$). 摩擦力は速度に比例して逆向きをとる Guldberg-Mohn の形を採用する. 然らば運動の方程式及び連續の方程式は次の様になる:

$$v_\theta \frac{\partial v_\theta}{a \partial \theta} - \frac{\cot \theta}{a} v_\lambda^2 - 2\omega \cos \theta \cdot v_\lambda + \kappa v_\theta + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{a \partial \theta} = 0, \quad (1)$$

$$v_\theta \frac{\partial v_\lambda}{a \partial \theta} + \frac{\cot \theta}{a} v_\theta v_\lambda + 2\omega \cos \theta \cdot v_\theta + \kappa v_\lambda = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \cot \theta \cdot v_\theta = 0. \quad (3)$$

茲に κ は粘性係數で, Guldberg-Mohn によると中緯度で $\kappa = 2 \times 10^{-6} \text{sec}^{-1}$ の程度であるが, 當然此の値は高さ及び緯度によつて變るべきものである.

(3) 式より, v_θ は $(v_\theta)_{\theta=\theta_0} = v_{\theta^0}$ の條件で

$$v_\theta = \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta} v_{\theta^0} \quad (4)$$

となり, 見掛け上摩擦の影響はない. (2) 式は

$$\frac{\partial v_\lambda}{\partial \theta} + \cot \theta \cdot v_\lambda + 2a\omega \cos \theta + \kappa \frac{v_\lambda}{v_\theta} = 0$$

と書けるが, 今取り扱ひを簡單にする爲に

$$\kappa = \frac{k}{\sin \theta} \quad (5)$$

とおく事にする. 即ち粘性係數は赤道 ($\theta=90^\circ$) で最小で, 極に向つて増大するとする. 實際粘性係數は赤道に小さく高緯度に向つて増加するから (5) 式はさう不自然でなく, 特に今問題にするのは赤道の附近だけであるから此の假定は許されよう.

然らば

* W. Imura and S. Sakuraba: The Motion of Air across the Equator (2). 中央氣象臺彙報

(1) 櫻庭信一: 赤道を越える氣流の運動. 本誌, 第 2 輯, 第 20 卷, 第 10 號 (昭和 17 年).

$$\alpha = \frac{1}{\sin \theta_0 \cdot v_{\theta}^0} \quad (6)$$

とにおいて速度の経度成分を決める式は

$$\frac{\partial v_{\lambda}}{\partial \theta} + (\cot \theta + a\alpha k)v_{\lambda} + 2a\omega \cos \theta = 0 \quad (7)$$

となり, $(v_{\lambda})_{\theta=\theta_0} = v_{\lambda}^0$ の条件により

$$v_{\lambda} = \frac{a\omega}{(a^2\alpha^2k^2 + 4) \sin \theta} \{ (2 \cos 2\theta - a\alpha k \sin 2\theta) - e^{a\alpha k(\theta_0 - \theta)} \cdot (2 \cos 2\theta_0 - a\alpha k \sin 2\theta_0) \} \\ + \frac{\sin \theta_0 \cdot v_{\lambda}^0}{\sin \theta} e^{a\alpha k(\theta_0 - \theta)} \quad (8)$$

で與へられる. $k=0$ では (8) 式は角運動量保存則の式に一致するが, 摩擦のある大氣では風向の變轉の法則は角運動量保存則に従はなくなる.

(8) 式より明らかな様に, 摩擦の影響は $e^{a\alpha k(\theta_0 - \theta)}$ 及び $a\alpha k$ の形で表はされる. 従つて k の値は相當小さくとも $a\alpha k$ は大きいから (a は地球の半径), 摩擦の作用は顯著である.

具體的に議論をすゝめる爲に θ_0 を南半球にとり, 赤道を越えて北半球への移動を考へよう. 然らば $\theta_0 - \theta$ は正であるが, α は負となるから, $a\alpha k(\theta_0 - \theta)$ は負であり, 従つて最初速度 v_{λ}^0 の影響は θ の減少と共に急速に減少する. 若し θ_0 を北半球にとつて南半球への運動を考へても, 此の時は α が正となつて, 以上の事實には變りはない.

即ち摩擦の無い大氣では赤道を越える氣流の運動は初期條件に於ける速度によつて長く影響され, 例へば v_{λ}^0 が負 (東寄りの風) であると北半球に入つても仲々西風に轉向しない. 逆に v_{λ}^0 が正 (西寄りの風) では北半球へ入つての西風への轉向は急速に行はれる. もつとも兩者を比較するには θ_0 を一定とせねばならない.

摩擦のある大氣では v_{λ}^0 の影響が割合急速に消失する爲, 轉向力の作用が早く利いて來, 例へば $v_{\lambda}^0 < 0$ の場合に就いて摩擦の無い大氣の運動と比較すると, 北半球へ入つてからの轉向は前者が早く行はれる. $v_{\lambda}^0 > 0$ の時は逆で, 摩擦の無い大氣の方が北半球へ入つてからの轉向は早い⁽¹⁾. 之は v_{λ}^0 が轉向を助ける様に働くからである.

以上の關係は次の表から窺はれる. 茲に $\theta_0 = 100^\circ (10^\circ \text{S})$ 及び $\theta_0 = 95^\circ (5^\circ \text{S})$ の 2 つの場合を選び, 各々に就いて $v_{\lambda}^0 = -4.2 \text{ m/sec}$ 及び $v_{\lambda}^0 = +4.2 \text{ m/sec}$ の初期値を假定して其の後の風速の變化を調べた. 又 $\theta_0 = 95^\circ$ の場合には $v_{\lambda}^0 = +8.4 \text{ m/sec}$ の場合をも調べた. 尚之等の値は $k=0$, $k=2 \times 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$, $k=2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ の 3 つの摩擦値に就いて計算してある. v_{θ} は 10°S から 10°N の間を取り

(1) v_{λ} が南半球内で正の時にしか云へない. 假令 $v_{\lambda}^0 > 0$ でも, 赤道へ達する前に v_{λ} が負になると, 北半球へ入つてからの轉向は摩擦のある大氣の方が早い.

扱ふ限り殆ど變化しないから、數値は掲げない。

I. $\theta_0 = 100^\circ$, $v_{\lambda^0} = -4.2 \text{ m/sec}$

θ	$k=0$	$k=2 \times 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$	$k=2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$
80°	- 4.2 m/sec	+ 4.6 m/sec	+ 4.3 m/sec
85	-14.7 "	- 6.3 "	+1.7 "
90	-18.1 "	-12.4 "	-1.0 "
95	-14.7 "	-12.4 "	-3.5 "
100	- 4.2 "	- 4.2 "	-4.2 "

II. $\theta_0 = 100^\circ$, $v_{\lambda^0} = +4.2 \text{ m/sec}$

θ	$k=0$	$k=2 \times 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$	$k=2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$
80°	+4.2 m/sec	+7.5 m/sec	+4.3 m/sec
85	-6.4 "	-2.6 "	+1.7 "
90	-9.9 "	-7.6 "	-0.9 "
95	-6.4 "	-6.1 "	-2.9 "
100	+4.2 "	+4.2 "	+4.2 "

III. $\theta_0 = 95^\circ$, $v_{\lambda^0} = -4.2 \text{ m/sec}$

θ	$k=0$	$k=2 \times 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$	$k=2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$
80°	+6.4 m/sec	+8.3 m/sec	+4.3 m/sec
85	-4.2 "	-1.5 "	+1.7 "
90	-7.7 "	-6.2 "	-1.0 "
95	-4.2 "	-4.2 "	-4.2 "

IV. $\theta_0 = 95^\circ$, $v_{\lambda^0} = +4.2 \text{ m/sec}$

θ	$k=0$	$k=2 \times 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$	$k=2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$
80°	+14.9 m/sec	+12.1 m/sec	+4.3 m/sec
85	+ 4.2 "	+ 3.4 "	+1.7 "
90	+ 0.7 "	+ 0.2 "	-0.5 "
95	+ 4.2 "	+ 4.2 "	+4.2 "

V. $\theta_0 = 95^\circ$, $v_{\lambda^0} = +8.4 \text{ m/sec}$

θ	$k=0$	$k=2 \times 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$	$k=2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$
80°	+19.1 m/sec	+14.1 m/sec	+4.3 m/sec
85	+ 8.4 "	+ 5.9 "	+1.7 "
90	+ 4.8 "	+ 3.5 "	-1.5 "
95	+ 8.4 "	+ 8.4 "	+8.4 "

上表に對應する順序に流線を描いたのが第 1~第 5 圖である。流線を求めるには等風向線 (Isogonen) の方法に據つた。流線方程式は exact に積分出来ないからである。

之等の圖に於いては緯度のスケールを経度の 3 倍にとつてある。従つて $v_{\theta^0} = -4.2 \text{ m/sec}$ とおいてあるのであるが、 $\theta = \theta_0$ に於けるベクトルの方向は 45° の方向をとらない事に注意すべきである。

結果は既に定性的に述べた通りで、第 1 圖では摩擦の影響の大きい大氣程北半球へ入つてからの轉向が早く、第 2 圖でも同じである。たゞ第 2 圖で注目すべきは、 10°S の附近では摩擦の大きい

第 1 圖

$$\begin{aligned}\theta_0 &= 100^\circ, \\ v_{\lambda}^0 &= -4.2 \times 10^2 \text{ cm/sec}, \\ v_{\theta}^0 &= -4.2 \times 10^2 \text{ cm/sec}.\end{aligned}$$

第 2 圖

$$\begin{aligned}\theta_0 &= 100^\circ, \\ v_{\lambda}^0 &= 4.2 \times 10^2 \text{ cm/sec}, \\ v_{\theta}^0 &= -4.2 \times 10^2 \text{ cm/sec}.\end{aligned}$$

第 3 圖

$$\begin{aligned}\theta_0 &= 95^\circ, \\ v_{\lambda}^0 &= -4.2 \times 10^2 \text{ cm/sec}, \\ v_{\theta}^0 &= -4.2 \times 10^2 \text{ cm/sec}.\end{aligned}$$

第 4 圖

$$\begin{aligned}\theta_0 &= 95^\circ, \\ v_{\lambda}^0 &= 4.2 \times 10^2 \text{ cm/sec}, \\ v_{\theta}^0 &= -4.2 \times 10^2 \text{ cm/sec}.\end{aligned}$$

第 5 圖

$$\begin{aligned}\theta_0 &= 95^\circ, \\ v_{\lambda}^0 &= 8.4 \times 10^2 \text{ cm/sec}, \\ v_{\theta}^0 &= -4.2 \times 10^2 \text{ cm/sec}.\end{aligned}$$

程西への轉向が早い事である。

第 3 圖は第 1 圖に準ずるもので兩者に於ける摩擦の作用は同じであるが、第 2 圖に準ずる筈の第 4 圖では摩擦の無い空氣の方が北半球へ入つてからの轉向が早い。第 5 圖に於ても同様である。之は既に述べた様に、摩擦の無い大氣では v_{λ}^0 の影響が長く利いて來て南半球内で尙西の分速を持つ時は北半球へ入つて直に西風に轉ずるからである。

以上第 1 報、第 2 報を通じて解る様に、赤道の附近では轉向力の作用が非常に小さくなる爲、

一見餘り重要でないと思はれる項でも氣流の経路に相當大きい役割りを演ずる事が解る。

加速度的大きさ

(2) 式は風向の變化を決める式であるから、各項の大きさを調べてみる。簡單の爲に $\kappa=0$ とおけば各項の數値は次の様である。

	$v_{\lambda}^0 = +4.2 \times 10^3 \text{ cm/sec}$	$v_{\lambda}^0 = -4.2 \times 10^3 \text{ cm/sec}$	
θ	$-\frac{\cot \theta}{a} v_{\theta} v_{\lambda}$	$-\frac{\cot \theta}{a} v_{\theta} v_{\lambda}$	$-2\omega \cos \theta \cdot v_{\theta}$
80°	$+4.88 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}^2$	$-4.88 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}^2$	$+10.636 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}^2$
82.5	$-1.74 \times 10^{-5} \text{ "}$	$-8.94 \times 10^{-5} \text{ "}$	$+7.995 \times 10^{-3} \text{ "}$
85	$-3.69 \times 10^{-5} \text{ "}$	$-8.48 \times 10^{-5} \text{ "}$	$+5.338 \times 10^{-3} \text{ "}$
87.5	$-2.42 \times 10^{-5} \text{ "}$	$-4.86 \times 10^{-5} \text{ "}$	$+2.608 \times 10^{-3} \text{ "}$
90	0	0	0

即ち $\cot \theta \cdot v_{\theta} v_{\lambda} / a$ の項は轉向力の項に比して著しく小さく、摩擦の無い大氣では風向の變轉は $v_{\theta} \frac{\partial v_{\lambda}}{a \partial \theta}$ と $2\omega \cos \theta$ との拮抗によつて決まる。第1報に於いて $\cot \theta \cdot v_{\theta} v_{\lambda} / a$ の項を無視した式によつて導いた結果が充分正確だつたのは此の故である。

定常大氣中に於ける鉛直氣流速度に就いて*

坂 上 辰 夫

§1. は し が き

一般に等壓面の傾角は氣流の速度、密度、轉向力其の他に依つて左右されるものであり、逆に此の關係から鉛直方向の速度分布を知る事が出来る筈である。依つて定常状態で且つ氣流の水平速度傾度が無視し得る程小さい場合に就き、この方法を取扱つて見た。以下は其の結果の一部である。

§2. 粘性の無い場合

今勾配 A の等壓面と、地表面との截合である定常等壓線に沿つて x 軸を取り、この正方向が東方となす角を β とする。之と直角に水平面内に y 軸を取り、鉛直上方に向けて z 軸を取る。空氣の密度を ρ 、緯度を φ 、地球の自轉角速度を ω とする。其の他氣壓を p 、重力加速度の大きさを g 、速度成分を u, v, w とすれば、標節の場合に於ける運動方程式として

$$w \cos \varphi \cos \beta - v \sin \varphi = 0 \quad (1)$$

$$2\omega(u \sin \varphi - w \cos \varphi \sin \beta) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2)$$

* T. Sakaue: On the Distribution of Vertical Wind Velocities in the Atmosphere (Particularly with respect to Isobaric Surfaces).