水平不安定勢力論 (4)*

櫻庭 信一**, 眞木 宏一***

既に發表せる論文⁽¹⁾で著者の一人は、Margules の暴風論の一つとしてよく知られてゐる水平に並ぶ寒暖兩氣塊の轉層によつて放出される勢力の計算を擴張し、各氣塊の氣溫遞減率が乾燥斷熱遞減率より小さい場合を論じた。即ち之は垂直運動(乾燥斷熱的)に對して全く安定な大氣を表現し、垂直不安定は全く存在しないから、放出される勢力があるとすれば、それは藤原博士の云はれる水平不安定勢力に外ならない。

以上の計算では遞減率は各氣塊に共通であるとした。本文では暖氣塊と寒氣塊の遞減率が異なる場合の不安定勢力を計算する。

高層觀測の解析結果によると前線面に2つの型がある。一は地上に近い程溫度差が大きく、漸次上層にゆくにつれて溫度差が小さくなる型であり、他は地上では殆ど溫度差が認められないが上層にゆくに従つて差の顯著になる型である。

之等2つの型の前線面のいずれがより大きい水平不安定勢力を持つかを次に計算する。

§ 17. 地上で溫度差が最大で、上層程差が小さくなる場合

第7圖に示す様な氣塊の水平分布を考へる。

圖に於いて1氣塊の地上氣壓、氣溫を p_{01}, T_{01} , 2氣塊の夫れを p_{02}, T_{02} とし、遞減率は前者は Γ/n , 後者は Γ/m とする。茲に $\Gamma = Ag/C_p$ で乾燥斷熱遞減率を表し、 m, n は1より大きい常數である ($m \neq n$)。

氣塊の高さは h で兩氣塊の底面積は等しく、且つ氣塊の頂上の氣壓、氣溫 p_h, T_h は共通である。従つて兩氣塊はその上限で水平溫度差が零で、下層にいたる程大きい溫度差を有する。

2氣塊を暖氣塊とし、 $m < n$ とする。即ち $T_{02} > T_{01}$ である：

$$T_{02} = T_h + \frac{\Gamma}{m} h, \quad T_{01} = T_h + \frac{\Gamma}{n} h. \quad (4.1)$$

又測高公式によつて次の關係がある：

* S. Sakuraba and K. Maki: On the Energetics of Horizontal Lability (4). 中央氣象臺彙報.

** 中央氣象臺圖書課, 氣象技師.

*** //, 氣象技手.

(1) 櫻庭信一: 水平不安定勢力論 (1), (2), (3). 本誌, 第2輯, 第21卷, 第2, 3, 4號 (昭和18年).

第7圖

$$p_{01} = p_h \left(\frac{T_{01}}{T_h} \right)^{n/\kappa}, \quad p_{02} = p_h \left(\frac{T_{02}}{T_h} \right)^{m/\kappa}, \quad \kappa = \frac{AR}{C_p}. \quad (4.2)$$

偖て $T_{01} < T_{02}$ の関係によつて地上では 2 氣塊のエントロピーの方が大きいが (p_{01} と p_{02} の差は小さいから), エントロピーは各氣塊内で高さと共に増加するから, 1 氣塊内の或る高度 (此の點の氣壓, 氣温を π_1, ϑ_1 とする) のエントロピーが 2 氣塊の地上の夫れと等しい様な點 π_1, ϑ_1 が存在する.

氣塊の頂上ではエントロピーは相等しいから, π_1, p_h 間と p_{02}, p_h 間に於いてお互にエントロピーの等しい氣壓面 p_1, p_2 が存在する.

エントロピー ϕ は

$$\phi = \text{const} + C_p \log T - AR \log p \quad (4.3)$$

で與へられるから

$$T_1 = T_h \left(\frac{p_1}{p_h} \right)^{\kappa/n}, \quad T_2 = T_h \left(\frac{p_2}{p_h} \right)^{\kappa/m}$$

を用ゐて

$$\phi_1 = \text{const} + C_p \{n \log T_h - (n-1) \log T_1\}, \quad \phi_2 = \text{const} + C_p \{m \log T_h - (m-1) \log T_2\}$$

より, ϑ_1 は

$$\log \vartheta_1 = \frac{n-m}{n-1} \log T_h + \frac{m-1}{n-1} \log T_{02} \quad (4.4)$$

で與へられる. エントロピーのお互に等しい氣壓面 p_1, p_2 は同様にして

$$C_p \left\{ \log T_h + \frac{\kappa}{n} (\log p_1 - \log p_h) \right\} - AR \log p_1 = C_p \left\{ \log T_h + \frac{\kappa}{m} (\log p_2 - \log p_h) \right\} - AR \log p_2$$

より

$$\log p_1 = \frac{n(m-1)}{m(n-1)} \log p_2 + \frac{n-m}{m(n-1)} \log p_h,$$

即ち

$$p_1 = p_h^{\frac{n-m}{m(n-1)}} p_2^{\frac{n(m-1)}{m(n-1)}} \quad (4.5)$$

で結ばれる. 今

$$p_h^{\frac{n-m}{m(n-1)}} = k, \quad \frac{n(m-1)}{m(n-1)} = l \quad (4.6)$$

とおけば

$$p_1 = k p_2^l \quad (4.7)$$

より, 特別の場合として

$$\pi_1 = k p_{02}^l, \quad p_h = k p_h^l \quad (4.8)$$

の關係がある.

以上の水平に不安定な兩氣塊は轉層を起すと、1 氣塊の p_{01} から π_1 迄の部分は下降して地上に擴がり、 π_1 から p_h 迄の部分と 2 氣塊の p_{02} から p_h 迄の部分とは混合して其の上に重なる。

放出勢力の算式は Margules の基本式に據る。即ち始めの状態の質量積分を $\int T dm$, 終りの状態の夫れを $\int T' dm'$ とすれば放出勢力 ($\mathfrak{R}$) は

$$(\mathfrak{R}) = \frac{C_p}{A} \left[\int T dm - \int T' dm' \right]$$

で與へられる。始めの状態の質量積分は簡単に

$$\int T_1 dm_1 + \int T_2 dm_2 = \frac{1}{g} \left[\frac{n}{n+\kappa} (p_{01} T_{01} - p_h T_h) + \frac{m}{m+\kappa} (p_{02} T_{02} - p_h T_h) \right] \quad (4.9)$$

と求められるが、終りの状態の夫れは簡単でない。

先づ 1 氣塊の p_{01} から π_1 までの部分が沈降して p_0' から π_1' までの部分を作つたとすれば

$$p_0' = \frac{1}{2} (p_{01} + p_{02}), \quad \pi_1' = \frac{1}{2} (p_{02} + \pi_1), \quad p_1' = \frac{1}{2} (p_{02} + p_1) \quad (4.10)$$

の関係があり、その質量積分を $\int T_1' dm_1'$ で表はすと

$$\begin{aligned} \int T_1' dm_1' &= \frac{1}{g} \int_{\pi_1'}^{p_0'} T_1' dp_1' = \frac{1}{g} \int_{\pi_1}^{p_{01}} T_1' dp_1 \quad (1) \\ &= \frac{1}{g} \int_{\pi_1}^{p_{01}} T_1 \left(\frac{p_1'}{p_1} \right)^\kappa dp_1 = \frac{1}{g} \int_{\pi_1}^{p_{01}} T_h \left(\frac{p_1}{p_h} \right)^{\kappa/n} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{p_{02} - p_1}{p_1} \right\} dp_1 \\ &= \frac{1}{g} \int_{\pi_1}^{p_{01}} T_h \left(\frac{p_1}{p_h} \right)^{\kappa/n} \left[\left\{ 1 - \frac{\kappa}{2} - \frac{\kappa(1-\kappa)}{8} - \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)}{48} - \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{384} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{\kappa}{2} + \frac{\kappa(1-\kappa)}{4} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)}{16} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{96} \right\} \frac{p_{02}}{p_1} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \frac{\kappa(1-\kappa)}{8} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)}{16} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{48} \right\} \left(\frac{p_{02}}{p_1} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)}{48} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{96} \right\} \left(\frac{p_{02}}{p_1} \right)^3 - \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{384} \left(\frac{p_{02}}{p_1} \right)^4 \right] dp_1 \quad (2) \\ &= \frac{1}{g} T_h p_h^{-\frac{\kappa}{n}} \left[\frac{n}{n+\kappa} A \left(p_{01}^{\frac{\kappa}{n}+1} - \pi_1^{\frac{\kappa}{n}+1} \right) + \frac{n}{\kappa} B \left(p_{01}^{\frac{\kappa}{n}} - \pi_1^{\frac{\kappa}{n}} \right) p_{02} \right. \\ &\quad \left. + \frac{n}{n-\kappa} C \left(p_{01}^{\frac{\kappa}{n}-1} - \pi_1^{\frac{\kappa}{n}-1} \right) p_{02}^2 - \frac{n}{2n-\kappa} D \left(p_{01}^{\frac{\kappa}{n}-2} - \pi_1^{\frac{\kappa}{n}-2} \right) p_{02}^3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{n}{3n-\kappa} E \left(p_{01}^{\frac{\kappa}{n}-3} - \pi_1^{\frac{\kappa}{n}-3} \right) p_{02}^4 \right] \end{aligned}$$

(1) 形式的には $dp_1' = \frac{1}{2} dp_1$ であるが、終りの状態では底面積が 2 倍になつてゐるから式の様でよい。

(2) $(p_{02} - p_1)/2p_1$ は小さいから、二項定理で展開して 4 次の項迄とれば充分である。

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{g} \left[\frac{n}{n+\kappa} A(p_{01}T_{01}-\pi_1\vartheta_1) + \frac{n}{\kappa} B(T_{01}-\vartheta_1)p_{02} + \frac{n}{n-\kappa} C\left(\frac{T_{01}}{p_{01}} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1}\right)p_{02}^2 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{n}{2n-\kappa} D\left(\frac{T_{01}}{p_{01}^2} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1^2}\right)p_{02}^3 + \frac{n}{3n-\kappa} E\left(\frac{T_{01}}{p_{01}^3} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1^3}\right)p_{02}^4 \right], \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= 1 - \frac{\kappa}{2} - \frac{\kappa(1-\kappa)}{8} - \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)}{48} - \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{384}, \\
 B &= \frac{\kappa}{2} + \frac{\kappa(1-\kappa)}{4} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)}{16} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{96}, \\
 C &= \frac{\kappa(1-\kappa)}{8} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)}{16} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{64}, \\
 D &= \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)}{48} + \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{96}, \\
 E &= \frac{\kappa(1-\kappa)(2-\kappa)(3-\kappa)}{384}
 \end{aligned} \quad (4.12)$$

となる. 混合部分 $\int T' dm'$ の積分は更に複雑である. p_1 と p_2 が混合して p' なる氣壓面を作つたとせば

$$p' = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) \quad (4.13)$$

の関係があるから, (7) 式と組み合わせせて

$$dp' = \frac{1}{2}(klp_2^{l-1} + 1)dp_2 = \frac{1}{2}\left(l\frac{p_1}{p_2} + 1\right)dp_2$$

を得る. 従つて

$$\begin{aligned}
 \int T' dm' &= \frac{1}{g} \int_{p_h}^{\pi_1'} T' dp' = \frac{1}{g} \int_{p_h}^{p_{02}} T_2 \left(\frac{p'}{p_2}\right)^\kappa \left(l\frac{p_1}{p_2} + 1\right) dp_2 \quad (1) \\
 &= \frac{1}{g} \int_{p_h}^{p_{02}} T_h \left(\frac{p_2}{p_h}\right)^{\kappa/m} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{p_2 - p_1}{p_2}\right)^\kappa \left(l\frac{p_1}{p_2} + 1\right) dp_2 \\
 &= \frac{1}{g} \int_{p_h}^{p_{02}} T_h \left(\frac{p_2}{p_h}\right)^{\kappa/m} \left[A + B \frac{p_1}{p_2} - C \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 + D \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^3 - E \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^4\right] \left(l\frac{p_1}{p_2} + 1\right) dp_2 \\
 &= \frac{1}{g} \int_{p_h}^{p_{02}} T_h \left(\frac{p_2}{p_h}\right)^{\kappa/m} \left[A + (B + lA) \frac{p_1}{p_2} + (lB - C) \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 + (D - lC) \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^3 \right. \\
 &\quad \left. + (lD - E) \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^4 - lE \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^5\right] dp_2
 \end{aligned}$$

(1) $T' = T_2 \left(\frac{p'}{p_2}\right)^\kappa = T_1 \left(\frac{p'}{p_1}\right)^\kappa$ でいづれを用ふるも同じである. 但し $\int T_1 \left(\frac{p'}{p_1}\right)^\kappa \dots dp_1$ の形で積分すると, 相當高次の項までとつて計算せねばならない(二項定理で展開しても収斂の程度はぐつと悪くなる).

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{g} \int_{p_h}^{p_0} T_h \left(\frac{p_2}{p_h} \right)^{\kappa/m} [A + (B + lA)k p_2^{l-1} + (lB - C)k^2 p_2^{2l-2} + (D - lC)k^3 p_2^{3l-3} \\
&\quad + (lD - E)k^4 p_2^{4l-4} - lEk^5 p_2^{5l-5}] dp_2 \\
&= \frac{1}{g} \left[\frac{m}{m+\kappa} A(p_{02} T_{02} - p_h T_h) + \frac{m}{ml+\kappa} (B + lA)k(p_{02}^l T_{02} - p_h^l T_h) \right. \\
&\quad + \frac{m}{2ml-m+\kappa} (lB - C)k^2(p_{02}^{2l-1} T_{02} - p_h^{2l-1} T_h) \\
&\quad + \frac{m}{3ml-2m+\kappa} (D - lC)k^3(p_{02}^{3l-2} T_{02} - p_h^{3l-2} T_h) \\
&\quad + \frac{m}{4ml-3m+\kappa} (lD - E)k^4(p_{02}^{4l-3} T_{02} - p_h^{4l-3} T_h) \\
&\quad \left. - \frac{m}{5ml-4m+\kappa} lEk^5(p_{02}^{5l-4} T_{02} - p_h^{5l-4} T_h) \right] \\
&= \frac{1}{g} \left[\frac{m}{m+\kappa} A(p_{02} T_{02} - p_h T_h) + \frac{m}{ml+\kappa} (B + lA)(\pi_1 T_{02} - p_h T_h) \right. \\
&\quad + \frac{m}{2ml-m+\kappa} (lB - C) \left(\frac{\pi_1^2}{p_{02}} T_{02} - p_h T_h \right) + \frac{m}{3ml-2m+\kappa} (D - lC) \left(\frac{\pi_1^3}{p_{02}^2} T_{02} - p_h T_h \right) \\
&\quad \left. + \frac{m}{4ml-3m+\kappa} (lD - E) \left(\frac{\pi_1^4}{p_{02}^3} T_{02} - p_h T_h \right) - \frac{m}{5ml-4m+\kappa} lE \left(\frac{\pi_1^5}{p_{02}^4} T_{02} - p_h T_h \right) \right]^{(1)}
\end{aligned}
\tag{4.14}$$

斯くて放出運動勢力 (R) は次の式で與へられる：

$$\begin{aligned}
(R) &= \frac{C_p}{A} \left[\int T_1 dm_1 + \int T_2 dm_2 - \int T_1' dm_1' - \int T' dm' \right] \\
&= \frac{C_p}{A} \frac{1}{g} \left[\frac{n}{n+\kappa} (p_{01} T_{01} - p_h T_h) + \frac{m}{m+\kappa} (p_{02} T_{02} - p_h T_h) \right] \\
&\quad - \frac{C_p}{A} \frac{1}{g} \left[\frac{n}{n+\kappa} A(p_{01} T_{01} - \pi_1 \vartheta_1) + \frac{n}{\kappa} B(T_{01} - \vartheta_1) p_{02} + \frac{n}{n-\kappa} C \left(\frac{T_{01}}{p_{01}} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1} \right) p_{02}^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{n}{2n-\kappa} D \left(\frac{T_{01}}{p_{01}^2} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1^2} \right) p_{02}^3 + \frac{n}{3n-\kappa} E \left(\frac{T_{01}}{p_{01}^3} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1^3} \right) p_{02}^4 \right] \\
&\quad - \frac{C_p}{A} \frac{1}{g} \left[\frac{m}{m+\kappa} A(p_{02} T_{02} - p_h T_h) + \frac{m}{ml+\kappa} (B + lA)(\pi_1 T_{02} - p_h T_h) \right. \\
&\quad + \frac{m}{2ml-m+\kappa} (lB - C) \left(\frac{\pi_1^2}{p_{02}} T_{02} - p_h T_h \right) + \frac{m}{3ml-2m+\kappa} (D - lC) \left(\frac{\pi_1^3}{p_{02}^2} T_{02} - p_h T_h \right) \\
&\quad \left. + \frac{m}{4ml-3m+\kappa} (lD - E) \left(\frac{\pi_1^4}{p_{02}^3} T_{02} - p_h T_h \right) - \frac{m}{5ml-4m+\kappa} lE \left(\frac{\pi_1^5}{p_{02}^4} T_{02} - p_h T_h \right) \right]^{(1)}
\end{aligned}
\tag{4.15}$$

(1) (4.8) 式を用ゐて。

数値計算

(4.15) 式によつて放出運動勢力が如何程であるかを数値的にあたつてみよう. 基本常數として

$$p_h = 500 \text{ mmHg}, \quad T_h = 250^\circ\text{K}, \quad h = 3000 \text{ m}$$

を採用する.

1. $m=1.2, n=4$ の場合. 此の時は

$$T_{01} = 257.45^\circ\text{K}, \quad T_{02} = 274.84^\circ\text{K}, \quad p_{01} = 748.87 \text{ mmHg}, \quad p_{02} = 739.18 \text{ mmHg},$$

$$\vartheta_1 = 251.58^\circ\text{K}, \quad \pi_1 = 545.38 \text{ mmHg}, \quad l = \frac{2}{9}$$

を用ゐて

$$\int T_1 dm_1 + \int T_2 dm_2 = \frac{1}{g} (6.3202 + 6.2912) \times 10^4 = \frac{1}{g} \times 12.6114 \times 10^4$$

(p の單位を mmHg にとつてある),

$$\int T_1' dm_1' = \frac{1}{g} \times 5.2925 \times 10^4, \quad \int T' dm' = \frac{1}{g} \times 7.3162 \times 10^4,$$

$$(\mathfrak{R}) = \frac{C_p}{A} \left[\int T_1 dm_1 + \int T_2 dm_2 - \int T_1' dm_1' - \int T' dm' \right] = \frac{C_p}{A} \frac{1}{g} \times 27,$$

$$V = \sqrt{\frac{2C_p}{A} \cdot \frac{27}{p_{01} + p_{02} - 2p_h}} = 10.4 \text{ (m/sec)}.$$

2. $m=1.2, n=3$. 同様にして

$$T_{01} = 259.93^\circ\text{K}, \quad T_{02} = 274.84^\circ\text{K}, \quad p_{01} = 747.31 \text{ mmHg}, \quad p_{02} = 739.18 \text{ mmHg},$$

$$\vartheta_1 = 252.38^\circ\text{K}, \quad \pi_1 = 551.33 \text{ mmHg}, \quad l = \frac{1}{4}$$

より

$$\int T_1 dm_1 + \int T_2 dm_2 = \frac{1}{g} \times 12.6041 \times 10^4, \quad \int T_1' dm_1' = \frac{1}{g} \times 5.1263 \times 10^4,$$

$$\int T' dm' = \frac{1}{g} \times 7.4746 \times 10^4, \quad (\mathfrak{R}) = \frac{C_p}{A} \frac{1}{g} \times 32,$$

$$V = \sqrt{\frac{2C_p}{A} \times \frac{32}{p_{01} + p_{02} - 2p_h}} = 11.3 \text{ (m/sec)}.$$

3. $m=1.2, n=2$.

$$T_{01} = 264.90^\circ\text{K}, \quad T_{02} = 269.87^\circ\text{K}, \quad p_{01} = 744.53 \text{ mmHg}, \quad p_{02} = 741.84 \text{ mmHg},$$

$$\vartheta_1 = 259.75^\circ\text{K}, \quad \pi_1 = 650.42 \text{ mmHg}, \quad l = \frac{1}{3}$$

より

$$V = 8.6 \text{ m/sec}$$

となる. 以上の結果及び更に $m=1.5$ に對應する値を表にして示すと次の様になる.

m	n	$T_{02}-T_{01}$	放 出 勢 力
1.2	4	17.39°C	$V=10.4$ m/sec
"	3	14.91 "	11.3 "
"	2	9.94 "	8.6 "
1.5	4	12.42 "	9.8 "
"	3	9.94 "	9.2 "

以上の結果を解釋するには先づ吾々の假定を見直さねばならぬ。即ち水平の温度差は地上で最大で、 h なる高さで差が零なる様に選んであるが、最大の温度差 $T_{02}-T_{01}$ は m を一定とすると n の大なる程大きい。従つて冷氣塊の成層が安定なる程温度差が大きい。

第 1 報の結果によれば、水平の温度差の大なる程放出勢力は増大するが、之は又大氣の安定度によつて著しい増減を受ける。

本文の例では温度差の大きい事は同時に安定度の大きい事を意味する爲、 n の變化によつて放出勢力は大きい變化を受けない。たゞ $m=1.2$ に就いて $n=4$ の時 $V=10.4$ m/sec であるに對し、 $n=3$ では $V=11.3$ m/sec となつてかへつて増加してゐるのが一寸理解し難い。もつとも差は 1 m/sec に過ぎないから、敢へて問題にする程でもないが。

此の計算結果は次の計算と比較して更に述べる事にする。

§ 18. 地上で水平温度差零で、上層程差が大きくなる場合

1, 2 氣塊の地上温度 T_0 は共通で地上氣壓は p_{01}, p_{02} , 氣塊の頂上では氣壓 p_h は共通であるが、温度は夫々 T_{h1}, T_{h2} とする (第 8 圖)。

氣温遞減率を a_1, a_2 とし

$$a_1 = \frac{1}{n} \Gamma, \quad a_2 = \frac{1}{m} \Gamma, \quad m, n > 1$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned} T_0 - \frac{\Gamma}{n} h &= T_{h1}, & T_0 - \frac{\Gamma}{m} h &= T_{h2}, \\ p_{01} &= p_h \left(\frac{T_0}{T_{h1}} \right)^{n/\kappa}, & p_{02} &= p_h \left(\frac{T_0}{T_{h2}} \right)^{m/\kappa} \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

の関係がある。2 氣塊を暖氣塊にとれば、 $T_{h2} > T_{h1}$ であるを要するから、 $n < m$ でなければならぬ。

然らば、 $p_{01} > p_{02}$ であるから、地上でも 2 氣塊のエントロピーが大で、 p_{02}, T_0 のエントロピーと π_1, ϑ_1 の夫れとが等しいとすれば (第 8 圖),

$$\log \vartheta_1 = \frac{n}{n-1} \log T_{h1} - \frac{m}{n-1} \log T_{h2} + \frac{m-1}{n-1} \log T_0 \quad (4.17)$$

第 8 圖

である。氣塊の頂上では當然 2 氣塊のエントロピーが大きいから、 T_{h1}, p_h のエントロピーが π_2, ϑ_2 の夫れと等しいとして

$$\log \vartheta_2 = \frac{m}{m-1} \log T_{h2} - \frac{1}{m-1} \log T_{h1} \quad (4.18)$$

が得られる。 ϑ_1, ϑ_2 が求まると、 π_1, π_2 は

$$\pi_1 = p_h \left(\frac{\vartheta_1}{T_{h1}} \right)^{n/\kappa}, \quad \pi_2 = p_h \left(\frac{\vartheta_2}{T_{h2}} \right)^{m/\kappa}$$

から計算出来る。

π_1, p_h 間及び p_{02}, π_2 間には互にエントロピーの等しい氣壓面 p_1, p_2 が存在し、 p_1, p_2 は

$$p_1 = \frac{p_{02}^{\frac{n}{m(n-1)}}}{p_{01}^{\frac{1}{n-1}}} \cdot p_2^{\frac{n(m-1)}{m(n-1)}} = r p_2^s, \quad (4.19)$$

$$r = p_{02}^{\frac{n}{m(n-1)}} / p_{01}^{\frac{1}{n-1}}, \quad s = \frac{n(m-1)}{m(n-1)} \quad (4.20)$$

によつて結ばれる。之より特別の場合として

$$\pi_1 = r p_{02}^s, \quad p_h = r \pi_2^s \quad (4.21)$$

の關係が得られる。

轉層によつて 1 氣塊の p_{01} から π_1 迄の部分は沈降して地上に擴がり、 π_1 から p_h 迄と 2 氣塊の p_{02} から π_2 迄の部分は混合し、 π_2 から p_h 迄は最上位を占める。之等の質量積分を夫々 $\int T_1' dm_1', \int T' dm', \int T_2' dm_2'$ で表はさう。

$\int T_1' dm_1', \int T_2' dm_2'$ は簡単に次の様に求まる：

$$\begin{aligned} \int T_1' dm_1' = \frac{1}{g} & \left[\frac{n}{n+\kappa} A(p_{01} T_0 - \pi_1 \vartheta_1) + \frac{n}{\kappa} B(T_0 - \vartheta_1) p_{02} + \frac{n}{n-\kappa} C \left(\frac{T_0}{p_{01}} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1} \right) p_{02}^2 \right. \\ & \left. - \frac{n}{2n-\kappa} D \left(\frac{T_0}{p_{01}^2} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1^2} \right) p_{02}^3 + \frac{n}{3n-\kappa} E \left(\frac{T_0}{p_{01}^3} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1^3} \right) p_{02}^4 \right], \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \int T_2' dm_2' = \frac{1}{g} & \left[\frac{m}{m+\kappa} A(\pi_2 \vartheta_2 - p_h T_{h2}) + \frac{m}{\kappa} B(\vartheta_2 - T_{h2}) p_h + \frac{m}{m-\kappa} C \left(\frac{\vartheta_2}{\pi_2} - \frac{T_{h2}}{p_h} \right) p_h^2 \right. \\ & \left. - \frac{m}{2m-\kappa} D \left(\frac{\vartheta_2}{\pi_2^2} - \frac{T_{h2}}{p_h^2} \right) p_h^3 + \frac{m}{3m-\kappa} E \left(\frac{\vartheta_2}{\pi_2^3} - \frac{T_{h2}}{p_h^3} \right) p_h^4 \right]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

$\int T' dm'$ の計算経過を詳しく書くと次の様になる：

$$p' = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) = \frac{1}{2} (r p_2^s + p_2), \quad \begin{cases} p' = \pi_1' \cdots p_2 = p_{02} \\ p' = \pi_2' \cdots p_2 = \pi_2 \end{cases} \quad (4.24)$$

より

$$\begin{aligned}
\int T' dm' &= \frac{1}{g} \int_{\pi_2'}^{\pi_1'} T' dp' = \frac{1}{g} \int_{\pi_2}^{\pi_1} T_2 \left(\frac{p'}{p_2} \right)^{\kappa} (r s p_2^{s-1} + 1) dp_2 \\
&= \frac{1}{g} \int_{\pi_2}^{\pi_1} T_{h2} \left(\frac{p_2}{p_h} \right)^{\kappa/m} [A + (B + sA)r p_2^{s-1} + (sB - C)r^2 p_2^{2s-2} + (D - sC)r^3 p_2^{3s-3} \\
&\quad + (sD - E)r^4 p_2^{4s-4} - sEr^5 p_2^{5s-5}] dp_2 \\
&= \frac{1}{g} \left[\frac{m}{m+\kappa} A(p_{01}T_0 - \pi_2\vartheta_2) + \frac{m}{ms+\kappa} (B+sA)(\pi_1T_0 - p_h\vartheta_2) \right. \\
&\quad + \frac{m}{2ms-m+\kappa} (sB-C) \left(\frac{\pi_1^2}{p_{02}} T_0 - \frac{p_h^2}{\pi_2} \vartheta_2 \right) + \frac{m}{3ms-2m+\kappa} (D-sC) \left(\frac{\pi_1^3}{p_{02}^2} T_0 - \frac{p_h^3}{\pi_2^2} \vartheta_2 \right) \\
&\quad \left. + \frac{m}{4ms-3m+\kappa} (sD-E) \left(\frac{\pi_1^4}{p_{02}^3} T_0 - \frac{p_h^4}{\pi_2^3} \vartheta_2 \right) - \frac{m}{5ms-4m+\kappa} sE \left(\frac{\pi_1^5}{p_{02}^4} T_0 - \frac{p_h^5}{\pi_2^4} \vartheta_2 \right) \right]
\end{aligned} \tag{4.25}$$

となる。斯くて放出運動勢力 ($\mathfrak{R}$) は次の様になる：

$$\begin{aligned}
(\mathfrak{R}) &= \frac{C_p}{A} \left[\int T_1 dm_1 + \int T_2 dm_2 - \int T_1' dm_1' - \int T_2' dm_2' - \int T' dm' \right] \\
&= \frac{1}{g} \frac{C_p}{A} \left[\frac{n}{n+\kappa} (p_{01}T_0 - p_h T_{h1}) + \frac{m}{m+\kappa} (p_{02}T_0 - p_h T_{h2}) \right] \\
&\quad - \frac{1}{g} \frac{C_p}{A} \left[\frac{n}{n+\kappa} A(p_{01}T_0 - \pi_1\vartheta_1) + \frac{n}{\kappa} B(T_0 - \vartheta_1)p_{02} + \frac{n}{n-\kappa} C \left(\frac{T_0}{p_{01}} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1} \right) p_{02}^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{n}{2n-\kappa} D \left(\frac{T_0}{p_{01}^2} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1^2} \right) p_{02}^3 + \frac{n}{3n-\kappa} E \left(\frac{T_0}{p_{01}^3} - \frac{\vartheta_1}{\pi_1^3} \right) p_{02}^4 \right] \\
&\quad - \frac{1}{g} \frac{C_p}{A} \left[\frac{m}{m+\kappa} A(\pi_2\vartheta_2 - p_h T_{h2}) + \frac{m}{\kappa} B(\vartheta_2 - T_{h2})p_h + \frac{m}{m-\kappa} C \left(\frac{\vartheta_2}{\pi_2} - \frac{T_{h2}}{p_h} \right) p_h^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{m}{2m-\kappa} D \left(\frac{\vartheta_2}{\pi_2^2} - \frac{T_{h2}}{p_h^2} \right) p_h^3 + \frac{m}{3m-\kappa} E \left(\frac{\vartheta_2}{\pi_2^3} - \frac{T_{h2}}{p_h^3} \right) p_h^4 \right] \\
&\quad - \frac{1}{g} \frac{C_p}{A} \left[\frac{m}{m+\kappa} A(p_{01}T_0 - \pi_2\vartheta_2) + \frac{m}{ms+\kappa} (B+sA)(\pi_1T_0 - p_h\vartheta_2) \right. \\
&\quad + \frac{m}{2ms-m+\kappa} (sB-C) \left(\frac{\pi_1^2}{p_{02}} T_0 - \frac{p_h^2}{\pi_2} \vartheta_2 \right) + \frac{m}{3ms-2m+\kappa} (D-sC) \left(\frac{\pi_1^3}{p_{02}^2} T_0 - \frac{p_h^3}{\pi_2^2} \vartheta_2 \right) \\
&\quad \left. + \frac{m}{4ms-3m+\kappa} (sD-E) \left(\frac{\pi_1^4}{p_{02}^3} T_0 - \frac{p_h^4}{\pi_2^3} \vartheta_2 \right) - \frac{m}{5ms-4m+\kappa} sE \left(\frac{\pi_1^5}{p_{02}^4} T_0 - \frac{p_h^5}{\pi_2^4} \vartheta_2 \right) \right].
\end{aligned} \tag{4.26}$$

數値計算 前の結果と比較する爲に基本常數として

$$p_h = 500 \text{ mmHg}, \quad T_0 = 270^\circ \text{K}, \quad h = 3000 \text{ m}$$

を採用する。計算の一例を掲げると $n=1.2$, $m=4$ に就いては

$$T_{h1} = 245.17^\circ \text{K}, \quad T_{h2} = 262.55^\circ \text{K}, \quad p_{01} = 744.55 \text{ mmHg}, \quad p_{02} = 735.00 \text{ mmHg},$$

$$\vartheta_1 = 264.86^\circ\text{K}, \quad \vartheta_2 = 268.61^\circ\text{K}, \quad \pi_1 = 687.70 \text{ mmHg}, \quad \pi_2 = 684.55 \text{ mmHg},$$

$$s = 4.5$$

より

$$\int T_1 dm_1 + \int T_2 dm_2 = \frac{1}{g} \times 12.5768 \times 10^4 \quad (p \text{ の単位 mmHg}),$$

$$\int T_1' dm_1' = \frac{1}{g} \times 1.5255 \times 10^4, \quad \int T_2' dm_2' = \frac{1}{g} \times 4.7928 \times 10^4,$$

$$\int T' dm' = \frac{1}{g} \times 6.2524 \times 10^4, \quad V = 15.8 \text{ m/sec}$$

となる。以下同様にして計算した結果は次の様である。

n	m	$T_{h2} - T_{h1}$	放出勢力
1.2	4	17.38°C	15.8 m/sec
′	3	14.90 ′	8.2 ′
′	2	9.93 ′	負のエネルギー
1.5	4	12.42 ′	3.6 m/sec
′	3	9.94 ′	負のエネルギー

此の結果を前例と比較すると面白い。即ち温度差の小さくなる程放出勢力の減少するのは同一傾向を示すものであるが、兩者の大きさの差が水平の温度差の大小によつて符號が變るのを注目せねばならない。

一般には前例の型の前線面の方が大きい水平不安定勢力を蓄へてゐるが、温度差が 17°C にも達するとかへつて後例の前線面の不安定勢力の方が大きくなつてしまふ。もつともこんな大きい前線面の温度差は考へられないから實際問題として議論外の事であるが。

温度差 10°C 附近の水平不安定勢力をみるに、前者が層の安定度にあまり影響されないに對し、後者は著しい影響を受ける。而も不安定勢力の大きさも亦前者の方が大きい。

従つて次の様に結論出来る。普通の大氣の状態では、地上に顯著なフロントがあり上層にゆく程温度差の減ずる型の前線面の方が、上層に顯著な温度差を有し下層に至る程フロントの性質を失ふ型の前線面より大きい不安定勢力を蓄へて居り、且つ前者の勢力は層の安定度の多少の變化によつてあまり影響されないに對し、後者は僅かでも安定度が増すとポテンシャル勢力は著しく減少する。

水平の温度差が異常に大きくなり、約 15°C を越えると逆に後者の方が大きい不安定勢力を持つ事が云へるが、此の種の現象が大氣中に起るとは考へられない。

放出勢力の大きさが一般に小さく出てゐるのは相當安定な大氣を選んだからで⁽¹⁾、數學的取扱ひの便宜上水平の温度差が大なる程層の安定度も亦大となつて居り、爲に大きい温度差の割合に大きい勢力が得られてゐない。

(1) 本文末尾の補遺参照の事。

§ 19. 結 論

上昇探測の解析結果によると前線面に2つの顯著な型がある。一は地上で最も顯著で上層程温度差が小さくなる型であり、他は地上では殆どフロントの有無を疑はれる程であるが上層にゆくに従つて前線面の性質が大きくなる型である。

本文では之等2つの型の前線面がどれ程の不安定勢力を蓄へてゐるかを計算した。計算結果によると前者の型の方が大きい水平不安定の状態にあり、且つ後者の型が層の安定度によつて著しく影響されるに對し、前者はあまり變動しない。

但し以上の結果から直ちに、例へば圈界面附近に觀測される大きい水平温度差の場合はあまり大きいポテンシャル勢力を蓄へてゐないと結論してはならない。

今對流圈上部に對應する値として

$$p_h = 150 \text{ mmHg}, \quad T_0 = 240^\circ\text{K}, \quad h = 3000 \text{ m}$$

とおき、 $n=1.2$, $m=4$ に就いて (4.26) 式によつて計算すれば

$$\begin{aligned} T_{h1} &= 215.16^\circ\text{K}, \quad T_{h2} = 232.55^\circ\text{K}, \quad p_{01} = 235.41 \text{ mmHg}, \quad p_{02} = 231.46 \text{ mmHg}, \\ \vartheta_1 &= 234.17^\circ\text{K}, \quad \vartheta_2 = 238.65^\circ\text{K}, \quad \pi_1 = 212.69 \text{ mmHg}, \quad \pi_2 = 214.18 \text{ mmHg}, \\ s &= 4.5 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} \int T_1 dm_1 + \int T_2 dm_2 &= \frac{1}{g} \times 3.8765 \times 10^4, \quad \int T_1' dm_1' = \frac{1}{g} \times 0.5413 \times 10^4, \\ \int T_2' dm_2' &= \frac{1}{g} \times 1.4747 \times 10^4, \quad \int T' dm' = \frac{1}{g} \times 1.8592 \times 10^4, \\ V &= 12.5 \text{ m/sec} \end{aligned}$$

となる。即ち全系に就いての放出勢力は相當小さくなるが、全系の質量も亦減ずるから、結局單位質量毎の勢力は之と對應する値： $V=15.8 \text{ m/sec}$ と比較すると差は僅か 3 m/sec に過ぎない。

此の計算によつて解る様に、2つの型の前線面の不安定勢力の差は、一は水平温度差の最大が地上にあり他は上層にある事によるもので、同じ大氣の状態を上層高くに移行しても放出勢力は大差ない。

此の結果は高い型の低高氣壓の勢力論に示唆する所が多い。從來の見解によれば、圈界面附近に最大のソレノイド數の場が觀測されてゐるが、此の附近は空氣の密度が非常に小さい爲、放出され得べき勢力も亦非常に小さいだらうとされて來た。之は誤りである。成程勢力量が減少する事は確かであるが、之に與る空氣の質量も亦減ずるから、單位質量毎の勢力には大差はない。

補 遺

§ 18 の計算例で放出勢力がいつでも小さいのは成層の安定度が大きく選ばれてゐるからである。

例へば $n=10/9$, $m=2$ とすれば

$$T_0=270^\circ\text{K}, \quad p_h=500 \text{ mmHg}, \quad h=3000 \text{ m}$$

より

$$T_{h1}=243.18^\circ\text{K}, \quad T_{h2}=255.10^\circ\text{K}, \quad p_{01}=745.74 \text{ mmHg}, \quad p_{02}=738.82 \text{ mmHg},$$

$$\vartheta_1=263.49^\circ\text{K}, \quad \vartheta_2=267.60^\circ\text{K}, \quad \pi_1=679.34 \text{ mmHg}, \quad \pi_2=694.89 \text{ mmHg},$$

$$s=5$$

となつて

$$\int T_1 dm_1 + \int T_2 dm_2 = \frac{1}{g} \times 12.6017 \times 10^4, \quad \int T_1' dm_1' = \frac{1}{g} \times 1.7814 \times 10^4,$$

$$\int T_2' dm_2' = \frac{1}{g} \times 4.9779 \times 10^4, \quad \int T' dm' = \frac{1}{g} \times 5.8401 \times 10^4,$$

$$V=9.7 \text{ m/sec}$$

が得られる。 $T_{h2}-T_{h1}=11.92^\circ\text{C}$ であるから、既掲の表と比較して、放出勢力が如何に層の安定度に依關するかを解らう。

要 報

飛行機観測による気温の補正值*

森 崎 六 郎**, 永 松 太 郎***

§1. 緒 言

飛行機で気温を観測する際、寒暖計の球部にあたる空気の摩擦と断熱圧縮の爲に、示度は實際の気温より高くなる。これの補正值を理論的に求めるのは困難であるから、これを實驗的に調べやうとしたのである。

§2. 装 置

装置は吉武先生の御考案によるもので、誘導モーターの軸に垂直に細長い板を取付け、その先に細長い球部を持つた水銀寒暖計を、球部が板の端から約 5 cm の所に在るやうに取付けたものである。この装置でモーターを廻して定常状態になつた時を考へると、寒暖計の示度は遠心力による水銀頭の下りと、球部に於け

る空気の摩擦と圧縮とによる昇温との差である。Findeisen の理論的研究¹⁾によれば球部に於ける空気の摩擦と圧縮とによる昇温は寒暖計と空気との相對速度の自乗に比例するから、水銀の壓縮性、温度による密度の變化を無視し、寒暖計の球部は球部に加はる壓力に比例して變形すると假定すれば次のやうな關係式が成立つ。

$$k \int_{r_1}^{r_2} r \omega^2 \rho dr - B(r_2 \omega)^2 = \Delta T,$$

ここで k は或る常數、 ρ は水銀の密度、 r_2 はモーターの軸の中心から球部の中心迄の長さ、 r_1 はモーターの軸の中心から水銀絲頭迄の長さ、 ω はモーターの廻

* R. Morisaki und T. Nagamatu: Die Korrektur zur Temperaturmessung auf dem Flugzeuge.

, * 東大理學部地球物理學教室學生。