氣象集誌

第二輯 第二十七卷 第一號

論文

散乱反射光の強さ*

(積雪の輻射に対する性質研究Ⅱ)

齋藤 鍊一**

S1 結論

散乱面の垂線と r なる角をなす反射光の強さは $\cos r$ に比例する。しかも夫は投射光が方向性を有する平行光線であると、或ひは又既に完全なる散乱光であるとを問はない。之が周知の Lambert の法則である。この法則を実験的に又は理論的に確実なる根拠の上に据えようとする試みも、様々行はれたけれども未だ満足すべき結果に到達してゐない。

先づ実験的方面からは完全に Lambert の余弦法則に適合する如き散乱面が一つとして見出されてゐない。何れも、面の垂線に対して投射光と角度等しく之と対称な方向に対しては、余弦法則から期待されるより以上の強さを示す。

即ち幾分の正則反射の残滓がある。唯、酸化マグネシウム⁽¹⁾ (マグネシウムリボンを燃焼させて硝子板に堆積させたもの) 及び油煙は完全散乱面に近いことが知られてゐる。

理論的に Lambert の法則を理解せんとする試みは大別して二つの方向に進んだ。一つは Lommel⁽⁴⁾ 流に物質内部の多重反射と再投射から Lambert の法則を説明せんとし、又他方古く 1760 年 Bouguer⁽²⁾ に源を発する考へ方では、物質表面が正則反射を行ふ小鏡面片から成立つとしてその反射から Lambert 法則を説明せんとする。此の二つの考へ方は何れも一面的であつて、Pokrowski⁽⁵⁾ が散乱光を二つに分け

$$E = R + M$$

とし、 R は鏡面的反射で、表面の小面片が Fresnel の方程式に従つて正則反射を行ふことにより又 M は散乱反射で物質内部の多重反射によるとして、散乱面に対する視角大なる場合に於ける Lambert の法則からの偏倚を説明せんと試みた。

ここに於て理論は不完全乍らも実験的事実に一步接近したと言ふ可きである。猶 1938 年頃迄

* R. Saito: Diffuse Reflexion due to the Multiple Reflexion within the Scattering Medium.

** 中央氣象台

の文献は Barkas⁽¹⁾の論文の附録として Hearman⁽³⁾が蒐集してゐるから詳細は夫を参照せられたい。

諸、吾々が茲で論じようとするのは王として Pokrowski が彼の考へ方を更に展開して理論的に求めた散乱反射光の強さに関する論文⁽⁶⁾に就いてである。彼の考へ方には重要な一つの錯誤があることを指摘し、筆者が前論文⁽⁶⁾で求めた散乱媒質内部の輻射に関する式を適用して真に近い式を求めんとする

§2 平行板堆 (Pile of Plates) の計算と散乱媒質の計算の比較。

平面偏光を得るため、透明な硝子板を何枚も重ねてその反射光を利用することがある。此の場合の反射光の強さに就いては古くから計算が行はれてゐる。⁽⁷⁾⁽⁹⁾ その計算の結果によれば投射光中その ρ なる部分を反射し、残部 $1 - \rho$ を透過せしめる如き平面が n 枚並んでゐる場合、吸収が全然行はれないものとすれば、予め投射する光の強さ I に対して、全体として元の方向へ立返つてくる光の量は

$$I - \frac{n\rho}{1 + (n-1)\rho} \quad \text{即ち} \quad \frac{1-\rho}{1 + (n-1)\rho}$$

である

諸、筆者が前論文⁽⁸⁾で論じた散乱媒質内の輻射の減衰はその機構に於て平行板堆と殆ど同一であつて、計算結果は両者互に比較し得可き筈である。投射光の強さ A_0 で吸収の全くない散乱媒質を $x=0$ から $x=h$ 迄通過せる後の光の強さは、前論文により

$$A = A_0 \frac{1}{1 + sh(1-\mu)} \quad \text{-----} \quad (1)$$

である。但し $2S$ は媒質の散乱係数、 μ は $x=h$ における境界面のアルベドである。

今 $x=h$ から先は、輻射は無限に進行してしまふとすれば $\mu=0$ 即ち

$$B = A_0 \frac{sh}{1+sh} \quad \text{-----} \quad (2)$$

となる。之と平行板堆による透過光とを比較するに、先に述べた平行板数 n の場合と直ちに比較することは出来ない。何故ならば平行板堆の場合は、その前後の空間には何等平行板が存在しないのに反し、散乱媒質の場合には連続して前後に媒質が存在するからである。

依つて n 枚の反射面の前に更に一枚の面を附加へ、 $n+1$ 枚の平行面に I_0 なる強さの光を投射せる場合に通過ける光の強さ

$$I_0 \frac{1-\rho}{1+n\rho} \quad \text{-----} \quad (3)$$

と比較する。但し A_0 としては既に1枚の平行板を通過せる後の光 $I_0(1-\rho)$ をとり、之が更に前方に n 枚の平行面を通過するものとする。すると(2)と(3)とは

$$A_0 = I_0(1-\rho) \quad sh = n\rho \quad \text{-----} \quad (4)$$

とすることにより全く同一なることが分る。

同様にして投射方向に逆行する光の強さに就いても(4)なる対照が可能であるが、之は省略する。要するに、散乱係数 $2S$ なる媒質内の散乱は、單位の長さ中に反射能 S で吸収を行はなない平面を

一枚宛平行に並べた場合の輻射の強さと同一である。但し散乱媒質に就いての微分方程式を解くことは、平行板堆に就いて計算を行ふことに比して著しく簡単である。従つてその間に誤りの入る處が少い。

§3 粒子集合体の反射能に関する Pokrowski の議論

光束 Φ_0 が粒子集合体の表面に投射するとき、表面自体の反射能を R とすると 光束 $\Phi_0(1-R)$ だけが物体の内部に入り込む。此の光束は物体中を指数函数的に減衰するとする。然るときは深さ L に於ける強さは $\Phi_0(1-R)e^{-aL}$ となる。次に L の處に厚さ dL なる層を考へ、この層により投射してくるエネルギーの一部 $\Phi_0(1-R)e^{-aL}sdL$ だけが反射されるとする。この反射部分は再び表面に達する迄に、又もや指数函数的に減衰する。しかも表面に達し之を通り抜ける際その一部 R_1 丈を物体内部に送り返す。従つて再び物体外部へ出て元の空間へ戻つて行く光束は

$$d\Theta_1 = \Phi_0(1-R)(1-R_1)e^{-2aL}sdL$$

である。従つて全物体内部からの反射は、

$$\Theta_1 = \int_0^S \Phi_0(1-R)(1-R_1)e^{-2aL}dL = \frac{S}{2a} \Phi_0(1-R)(1-R_1)$$

ところが以上は一次の反射光丈を考へたが、実際は内部から表面に戻つてきて其處で内部に送り返された部分がある。この部分は又今と同じ法則によつて内部の各層から反射されてくる。その反射光束中外部へ出て行く量は前同様

$$\Theta_2 = \Phi_0(1-R)(1-R_1)\left(\frac{S}{2a}\right)^2 R_1$$

なることは容易に分る

この計算を更に続けて行くと内部から出て行く全光量が求められ、天は

$$\Phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n = \Phi_0(1-R)(1-R_1) \frac{S}{2a} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{SR_1}{2a}\right)^n$$

$\frac{SR_1}{2a} < 1$ なる故

$$\Phi_1 = \Phi_0(1-R)(1-R_1) \frac{1}{\frac{2a}{S} - R_1} \quad \text{----- (5)}$$

となる。従つて全反射光 Φ としては之に猶初め表面で反射された $\Phi_0 R$ なる部分を加へねばならないから

$$\Phi = \Phi_0 R + \Phi_1 \quad \text{----- (6)}$$

であり、結局反射能としては

$$K = \frac{(1-R)(1-R_1)}{\frac{2a}{S} - R_1} + R \quad \text{----- (7)}$$

が得られる。

§4 Pokrowski の議論の批判

前節の Pokrowski の議論中の a の物理的意味を考へてみる。物体内で吸収だけが行はれるならば輻射の減衰は指数函数的であるとしてよい。しかるに散乱も行はれる媒質内の減衰は指数法則に従はない。それは被散乱光が減衰の度合を弱めるからである。即ち散乱媒質内の輻射に関する方程式

$$\frac{dA}{dx} = -kA - S(A-B) \quad \text{----- (8)}$$

中の被散乱光Bの影響を無視出来ないからである。

故に Pokrowski の如く最初被散乱光Bの影響を考へず 被散乱光はそれとして又計算して行くといふやり方ならば

$$\frac{dA}{dx} = -(K+S)A$$

で、輻射の減衰は指数法則に従ひ、彼の指数法則的減衰の係数 α は我々の記号を用ひると、

$$\alpha = k + s \quad \text{----- (9)}$$

である かくすることにより αL なる層からの反射が $S\alpha L$ なることも平行板堆の理論から考へて当然である。

要するに彼の計算は媒質の各層を平行板堆の如く取扱つてゐるのである。

諸、彼の計算では各層からの反射に関する積分を0から ∞ 迄行ひ、一次の散乱光を全層に就いて求めた。我々は事柄を明瞭にするため、先づ彼の計算に従ふがただ積分については有限な厚さ L について求め、然る後 $L \rightarrow \infty$ としてみよう。すると

$$\Theta_1 = \int_0^L S\Phi_0(1-R)(1-R_1)e^{-2\alpha L} dL = S\Phi_0(1-R)(1-R_1) \frac{1-e^{-2\alpha L}}{2\alpha} \quad \text{--- (10)}$$

これは第1図のIなる記号で示した輻射を総和したものである 二次の

散乱光IIの総和は容易に分る様に(10)式の $\Phi_0(1-R)$ の代りに

$\Phi_0(1-R)SR_1 \frac{1-e^{-2\alpha L}}{2\alpha}$ を代入すれば得られ、

$$\Theta_2 = S\Phi_0(1-R)(1-R_1) \frac{1-e^{-2\alpha L}}{2\alpha} \cdot \frac{SR_1}{2\alpha} (1-e^{-2\alpha L})$$

である。かくして順次 Θ_3, Θ_4 を求めると これらは初項 $S\Phi_0(1-R)(1-R_1) \frac{1-e^{-2\alpha L}}{2\alpha}$ で公比 $\frac{SR_1}{2\alpha} (1-e^{-2\alpha L})$ なる等比級数をなし $\frac{SR_1}{2\alpha} (1-e^{-2\alpha L}) < 1$ なる故

$$\Phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_n = \frac{\Phi_0(1-R)(1-R_1) \frac{S}{2\alpha} (1-e^{-2\alpha L})}{1 - \frac{SR_1}{2\alpha} (1-e^{-2\alpha L})} \quad \text{----- (11)}$$

となる この式で $L \rightarrow \infty$ とすれば当然乍ら前節(5)の Pokrowski の式と全く同一になる

處で、(11)式を求めた手続きを回顧してみると、第1図のI IIの如く反射後そのまま表面に達した輻射は計算してゐるが、図のしゝの如く表面に到達する途中で物体内部に逆戻りし、更に何れかの層で反射されて表面へ向ふ輻射を全然勘定に入れて居ないことが分る

即ち物体中に考へた αL なる層は上からくる輻射は反射するが下から上に向ふ輻射を全く反射しないとしてゐるのである

これは明らかに誤りであつて、(11)式は眞の反射光よりも可成り小さく見積つてゐる訳で、そのことは次の様に証明出来る。

(11)式で $k=0$ 従つて $\alpha=s$ $R_1=0$ とし、且つ $A_0=\Phi_0(1-R)$ と置けば、

$$\Phi_1 = A_0 \frac{1}{2} (1-e^{-2\alpha L}) \quad \text{----- (12)}$$

となるが、これは吸収無く散乱のみ行はれる媒質内の逆行光と全く同じことであつて、(2)式で $h=L$ とした式

$$B = A_0 \frac{SL}{1+SL} \quad \text{-----} \quad (13)$$

と等しくなければならない。或ひは又 $(n+1)$ 枚の平行板堆の逆光行光

$$A_0 \frac{n\rho}{1+n\rho} \quad (\text{但し } A_0 = I_0(1-\rho), n\rho = SL)$$

と一致しなければならない。然るに Φ_1 はこれとは全く異なる。その理由は彼が、各層は片側丈に反射するとした結果であつて、その影響は $L \rightarrow \infty$ とすれば解消することなく寧ろ増大してくる。即ち (12) 式に於て $L \rightarrow \infty$ とすれば、 $\Phi_1 \rightarrow \frac{A_0}{2}$ となる。しかるに吸収の行はれない無限の媒質内の逆行光は (13) 式で $L \rightarrow \infty$ としても分る様に A_0 其者でなければならない。

ただ、 L が非常に小さい場合は片面反射の影響は殆ど現れない。それは (12) 式から

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= A_0 \frac{1}{2} \{1 - (1 - 2SL + 2S^2L^2 + \dots)\} \\ &= A_0 (SL - S^2L^2 + \dots), \end{aligned}$$

一方 (13) 式からは

$$B = A_0 SL(1 - SL + \dots)$$

で両者は殆ど等しい。

要するに平行板堆に準ずる考へ方は非常に煩雑であつて、そのために Pokrowski の様に誤りを犯す虞れが非常に多い。しかるに既に見た如く、平行板堆による計算と微分方程式による計算は $k=0$ の場合全く対応してゐるのであるから、 k が 0 ならざる場合、即ち吸収を考慮した場合も微分方程式を用ひる可きである。

§5 散乱反射光の意義

透明に近い粒状物質に投射された光は、一部は物体の最表面から反射されてもどの空間へ戻つて行く。残余は内部へ進入するが、もし投射光が方向性を有してゐるならば最表面に極く近い表層部では、未だもとの方向性の幾分を保有し、明るさ (Brightness) はスカラー量ではない。明るさがスカラー量になるのは表面から如何なる深さからであるか？それを計算することは甚だ複雑であるが、不規則な面片によつて一回反射乃至は透過を受けた場合、光はどの程度に散乱されるかを研究することにより凡その見当はつけられる。これに関しては猶稿を改めて論ずる。

何れにしても最表層通過後数回の反射、透過を蒙る程度で、殆ど完全に方向性を失ふと考へられるのであつて、筆者の対象とする積雪粒子又は酸化マグネシウムの堆積の如く、粒子の密に積累つたものにあつては、粒子径の数倍の深さであらう。即ち積雪にあつては、数倍の程度であらう。霧粒の場合の如く、粒子が比較的疎に分散してゐる場合にあつては、勿論最表面自体も相当な深さを有する凸凹の面と考へることを要し、従つて方向性を失ふ迄には粒子径に比して、光は著しく深く進入するを要するであらう。以下この深さを表層とし、外部からくる光の反射率 R 、内部から逆行する光に対する反射率 R_1 は最表面に関するものとせず、この表層に関するものと考へよう。

表層を通過した後の光の散乱については筆者が前論文⁽⁸⁾で論じた様に、光に方向性なき故、取扱ひは比較的容易である。しかもその部分の逆行光は当然方向性なき故、再び表層を逆にもとの空間

に戻つてきても殆ど方向性を有しない。即ち Lambert の法則に従ふ可きであつて、通常の粒狀物質の Lambert の法則から多少はずれるのは実に表層の反射 R の性質のみが関與してゐると考へるべきであらう

故に、表層の粒子配列、投射光の性質、粒子を構成する物質の反射能が、表層に於て著しく正則反射を行ふ如き状態にない限り、粒狀物質の反射は近似的に Lambert の法則に従ふとすべきである

上の考へからすれば、実在する物質では、完全に Lambert の法則に従ふものは有り得ないし、又これを鏡面片の不規則的分布によつて証明せんとすることが徒勞なることが理解せられるのである

§6 散乱反射光の強さ

散乱媒質内の $x=0$ なる点で進行光は強さ I を有するとすると、媒質の厚さ h 、底面のアルベド μ なるとき $x=0$ に於ける逆行光の強さ β_0 は

$$\beta_0 = \frac{(1-\mu-q)\sigma \ln \sigma sh + \mu \sigma \sigma_0 f \sigma sh}{(1-\mu+q)\sigma \ln \sigma sh + \sigma \sigma_0 f \sigma sh} \quad \text{----- (13)}$$

$x=h$ に於ける進行光の強さ τ_h は

$$\tau_h = \frac{\sigma}{(1-\mu+q)\sigma \ln \sigma sh + \sigma \sigma_0 f \sigma sh} \quad \text{----- (14)}$$

であり、 σsh が充分大なる場合は

$$\beta_0 \approx 1+q-\sigma \quad \text{----- (15)}$$

$$\tau_h \approx \frac{2\sigma}{1-\mu+q+\sigma} e^{-\sigma sh} \quad \text{----- (16)}$$

である。(8) 但し

$$q = \frac{k}{s}, \quad \sigma = \sqrt{q(q+2)}$$

である。

物体に投射する Φ_0 なる光は表層に於て R なる割合で反射され、 $\Phi_0(1-R)$ だけが内部に進入する。これは媒質内で散乱と吸収を蒙り、再び表層に立返つてくるが、その強さは $\Phi_0(1-R)\beta_0$ である。その中表層で R_1 なる割合だけ媒質に戻され、空気中に出て行く量は $\Phi_0(1-R)\beta_0(1-R_1)$ である。次に媒質中に逆戻りした $\Phi_0(1-R)\beta_0 R_1$ なる部分は、再び散乱と吸収を受けて表層にかへるが其量は $\Phi_0(1-R)\beta_0 R_1 \beta_0$ でなければならない。かくして無限回繰返されてゐると

$$\Phi_1 = \Phi_0(1-R)(1-R_1)\beta_0 + \Phi_0(1-R)(1-R_1)\beta_0 \cdot R_1 \beta_0 + \dots,$$

$$\text{従つて} \quad \Phi_1 = \frac{\Phi_0(1-R)(1-R_1)\beta_0}{1-R_1\beta_0}$$

全反射量は

$$\Phi = \Phi_0 R + \Phi_1$$

なる故、反射能は

$$K = R + \frac{(1-R)(1-R_1)\beta_0}{1-R_1\beta_0} \quad \text{----- (17)}$$

となる。

(17)に(13)を入れたものが求める反射能である。特に σ_{sh} が大なる場合は、

$$K=R+\frac{(1-R)(1-R_1)(1+\tau-\sigma)}{1-R_1(1+\tau-\sigma)} \quad (18)$$

となり 又投射光自体が既に方向性なく完全散乱光ならば、光の可逆性の理により $R \approx R_1$ なる

故、 $K=R+\frac{(1-R)^2(1+\tau-\sigma)}{1-R(1+\tau-\sigma)}$ --- (19) が得られる

§7 摘 要

散乱媒質内の輻射の関係は、硝子の平行板堆の関係式と相對應することを述べた。散乱反射光は表面反射と内部の多重反射からなるとして Pokrowski が行つた計算は、平行板堆の考へに基くことを指摘し、次で彼の計算の誤りを指摘した。この誤りの原因は平行板堆的の計算が非常に煩雜なのが原因であつて寧ろ微分方程式を解く方が誤りの入る余地がないことを明らかにし、筆者の前論文の結果を用ひて反射光の強さを求めた 結果は(13)及び(17)式で表はされ、特に媒質層が厚いときは(18)式になる。

文 献

- (1) Barkas, W. W. Proc. Phys. Soc. London. 51, 274, 1939.
- (2) Bouguer: Traité d'Optique, Paris, 1760 (Berry: J. Opt. Soc. Amer. 7 627, 1923 に引用せられてゐる.)
- (3) Hearman, R. F. S: Barkas の論文(1)の附録(Appendix)参照
- (4) Lommel, E: Ann. Phys. Lpz. 10, 449, 1880. Wied. Ann. 63, 477, 1889.
- (5) Pokrowski: Zeitschr. f. Phys. 30, 66, 1924.
- (6) Pokrowski: Zeitschr. f. Phys. 47, 898, 1928.
- (7) Provostaye and Desain: Ann. de Chemie et Phys. 30, 156 (1850)
- (8) 齋藤雄一: 氣象集誌第2輯, 第26巻, 第8号.
- (9) Stokes: Proc. Roy. Soc. 11, 545, 1862.

熱 輻 射 の 海 面 に 於 け る 反 射 率 *

§1. 序 言 川 畑 幸 夫 ・ 工 藤 弘 ・ 石 山 耕 一 **

天空から來る大氣輻射が海面に入射した場合に、その何%が海水に吸収せられ、何%が反射されるかと言ふことは、海面や地面の輻射能や吸収能の問題と共に地球上の熱收支の問題を研究するのに極めて大切なことでなければならぬ。殊に地球全体として 太陽輻射として與へられるエネルギーと地球輻射として虚空へ逃れるエネルギーのバランス並に其の途中に於けるエネルギーの変遷の模様を考へやうとするならば、地球表面積の約3/4に達する海洋の大氣輻射に対する反射率を知らずしては何等確かなことはわからない筈である

然るに此の種の測定は今迄に殆ど見掛けない そこで筆者等は下記に示すやうな装置で、非常に

* Y. Kawabata, H. Kudô and K. Isiyama: Reflection of Heat Radiation by Sea Surface.

** 福岡管區氣象台