顕著な暖気の侵入が見られるであろう。即ち台風域内の下層で閉塞現象が逐次起つているが、上層では暖気の占める区域が拡がりつゝあることがわかる。

Palmén は嘗て熱帯低気圧の眼の立体構造と上層低気圧の漏斗型圏界面の立体構造とが著しく似ていることをしめした(文献 3)。その議論は必らずしも全面的に承服しがたい点があるけれども、上層低気圧域内で疑似閉塞現象がおこることと、晩秋中緯度に侵入して来る台風の域内で疑似閉塞現象がおこることとが著しく似ていることは事実であるというべきであろう。

文 献

- (1) ルース台風資料 (Data of the Typhoon RUTH), 中央気象台彙報, 才 37 冊才 1/2 号 (昭和 27 年), 93—104 頁特に 97—97 頁。
- (2) E. Palmén: The Aerology of Extratropical Disturbances, Compendium of Meteorology (1951), 599—620 又は地球物理学文献抄才 4 集, 才 5 号 (昭和 27 年)。
- (3) E. Palmén: On the Formation and Structure of Tropical Hurricanes, Geophysica, No. 3 (1948) 又は地球物理学文献抄才 3 集才 6 号 (昭和 26 年)。

地表風中の煙の垂直拡散に関する注意

井 上 栄 一*

Some Remarks on the Vertical Diffusion of Smoke near the Ground

E. Inoue

(Division of Meteorology, National Institute of Agricultural Sciences,
Nishigahara, Tokyo)

The author deals with the vertical diffusion width of smoke in the wind near the ground. At first the diffusion phenomena are clearly separated in two states, *i.e.*, the transient and the ultimate state, and also in two zones, *i.e.*, the I-class and the II-class zone. These separations are shown to be possible by means of the mutual comparisons of the Lagrangian averaging-time and the life-time of the absolute largest turbulon in the flow, and also of the Lagrangian process-time and the life-time of the effective largest turbulon.

As to the ultimate state of the vertical turbulent diffusion of smoke near the ground, the theoretical results are compared with recent F. A. Record's (1951) experimental ones in general agreements.

On the other hand, concerning O. G. Sutton's (1951) recent question about the inter-

* 農業技術研究所, 物理統計部, 気象科

relation between the smoke width and the averaging-time the author presents a certain reasonable explanation making use of the concept of the transient state of vertical diffusion.

§ 1. ま え が き

大気の乱流拡散に関して著者 (Inoue 1950; 1951 a, d) は最近 A. N. Kolmogoroff (1941) によつてはじめられた乱れの相似假説に従うある取扱いの方法を提示した。また他において著者 (Inoue 1951 b) はまた同じ考え方の線に沿つて地面近くの風の垂直構造を取扱つた。そこで煙の垂直拡散の多くの特性が純粹に理論的な見地から予言されるようになった (Inoue 1951 a, d)。更にもつと最近に著者は幸に F. A. Record (1951) によつて行われた地面近くの煙の垂直拡散に関する興味ある実験結果を知る機会を持つことが出来た*。

この論文で著者はその理論的な結果を Record によつて実験的に得られた結果と比較し、更に著者の理論の見地と大気拡散の問題で可成り行きわたつてゐる O. G. Sutton (1932, 1934, 1947, 1949) の見地との間の相違を明白にすることにつとめてゐる。

§ 2. 大気の垂直拡散に関する理論的結果

一般に乱流の著しい拡散能力は流れの中に存在している乱子の特別な運動によるものと考えられる。従つてもし力学的及び幾何学的な乱子の両性質を明らかにすることが出来たならば、また我々は乱流拡散現象を合理的に取扱うことが出来るであろう。実際著者 (Inoue 1950; 1951 a, d) はこれらの問題を考え、いわゆる Lagrange 相関係数 $R(\xi)$ (G. I. Taylor 1921) に関して二、三の結果が得られている。この係数は Lagrange 流の意味における乱子スペクトルと、丁度 Euler 相関係数と Euler 流の意味における乱子スペクトルの間の関係におけると同様な方法で関係づけられる。

Lagrange 流の意味における乱子スペクトル、即ち Lagrange 振動数 n で表現される乱子スペクトルは乱れの相似假説を使つて次の形で得られる：

$$F(n) \sim \varepsilon n^{-2}, \quad (2.1)$$

こゝに ε は乱子エネルギーの逸散率を意味する。かくて $R(\xi)$ は

$$R(\xi) = 1 - \text{const.}(\xi/\tau_0, \text{effect.}), 0 < \xi \leq \tau_0, \text{effect.} \quad (2.2)$$

として得られる。こゝで $\tau_0, \text{effect.}$ は有効最大乱子の壽命時間を意味し、他の時間的な量、例えば Lagrange 的及び Euler 的平均化時間、壽命時間、通過時間及び Euler 的操作時間との間の不注意な混同をとりのぞくために著者は ξ を Lagrange 的操作時間と呼びたい。

* 著者は 1951 年 6 月に行われた Symposium on Atmospheric Turbulence in the Boundary Layer, M. I. T., に出席する機会を持つた。この機会を持ち得たことについて、M. I. T. の Dr. E. Wendell Hewson に厚く感謝する。

実際これまでの取扱いの二、三のものの中にはこれらの特徴的な時間量があやまつて相互に混同されている。

大気や海洋のような巨大な乱流の中では、有効最大乱子の概念は特に重要であり、それは平均化時間によつて相対的に決定される。著者は Lagrange 的平均化時間を T_{**} で示し、それを Euler 的平均化時間 T_* から明白に区別する。拡散現象の平均化時間が長ければ長いほど有効最大乱子の寿命時間が大きくなるということが自然に見えるので、 T_{**} が絶対最大乱子の寿命時間 τ_0 よりは大きくないものとして、

$$\tau_0, \text{effect.} \propto T_{**} \quad (2.3)$$

と仮定する。勿論もし T_{**} が τ_0 よりも長くのばされるならば上の関係は適用されず、 τ_0 は T_{**} の大きさに無関係に絶対的に決められる。すなわち Lagrange 的平均化時間と絶対最大乱子の寿命時間との比によつて印づけられる次のような二つの事態がある：

- (i) 一つは過渡状態で、そこでは $T_{**} < \tau_0$ 、また $\tau_0, \text{effect.}$ は T_{**} に比例する
- (ii) 他は終局状態で、そこでは $T_{**} > \tau_0$ 、また $\tau_0, \text{effect.}$ は τ_0 に一致する。この状態では $\tau_0, \text{effect.}$ はもはや平均化時間には関係しない。

特に前者の状態は大気の水平拡散に重要であり、後者はまた垂直拡散に重要である。(Inoue 1951 a, d). 云いかえれば数分程度の普通の平均化時間は垂直の絶対最大乱子の寿命時間よりも十分大きくあり得るが、水平のものよりは小さいものとみなされる。

更に乱流拡散現象のどの状態もまた操作時間 ξ と寿命時間 $\tau_0, \text{effect.}$ あるいは τ_0 との比によつて二つの領域、すなわち才 I 種領域と才 II 種領域とに次のように分けられる (Inoue 1951 a, d):

- (I) 一つは才 I 種領域で、そこでは $\xi < \tau_0, \text{effect.}$ 又は τ_0 .
- (II) 他は才 II 種領域で、そこでは $\xi > \tau_0$. 明らかに過渡状態で $\xi > \tau_0, \text{effect.}$ というような条件を考えることは無意味である。何故ならば操作時間はほぼ $\tau_0, \text{effect.}$ に相当している平均化時間よりも大きくはあり得ない。

最近の論文で著者 (Inoue 1951 b, c) は地表面近くの風の垂直構造をとりあつかい、垂直方向の風の息 $\langle w^2 \rangle^{1/2} / U \sim V_* / U$ と垂直方向の乱流 Reynolds 数 $UZ / KZ \sim (U / V_*) \cdot (Z / \Lambda_e)$ が共にある定まつた高さ a における平均風速 $U(a)$ に無関係であるから、垂直方向の乱流拡散現象の幾何学的特性もまた粗度 Z_0 が一定ならば $U(a)$ に無関係であることが予期されるであろうということを明らかにした。他方において、粗度 Z_0 は垂直方向の乱流速度 $\langle w^2 \rangle^{1/2}$ と次のように結びつけられる (Inoue 1952):

$$\langle w^2 \rangle^{1/2} \sim V_* \sim U(a) \cdot \left(\log \frac{a}{Z_0} \right) \quad (2.4)$$

地面近くの連続湧源から放射される煙の垂直拡散高 $\langle z^2 \rangle^{1/2}$ は $\langle w^2 \rangle$ と ξ との函数であるも

のと考えられる。そして $\langle z^2 \rangle^{1/2}$ は形式的に

$$\langle z^2 \rangle^{1/2} \sim \langle w^2 \rangle^{1/2} \cdot \xi \sim \langle w^2 \rangle^{1/2} \cdot x / U(a) \quad (2.5)$$

と表現され得る。ここに x は湧源から風下に測られた距離を意味する。 x が固定されているとすれば上の関係は $\langle z^2 \rangle^{1/2}$ が $U(a)$ に無関係であり、また $\langle w^2 \rangle^{1/2}$ が大きいほど $\langle z^2 \rangle^{1/2}$ も大きくなることを明らかに示している。これらの結果は次節に F. A. Record (1951) の観測と比較される。

§ 3. 今の理論的結果と実験的結果との比較

Massachusetts 工科大学で行われた境界層内の大気乱流に関する最近の Symposium で、F. A. Record (1951) は大気境界層内における煙の垂直拡散について興味ある実験結果を提供した。彼の研究の目的は地表近くで垂直方向への乱流交換の日変化と、それと標準的な気象要素との関係とを測ることであつた。彼は地表面における煙の連続的な点源を使用し、煙の垂直拡散の二、三の特性が得られた。そこで得られた煙の平均の高さから考えると、Record の 5 分間という平均化時間 T_{**} は事柄を上述べた終局状態に属させるに十分であるものとみなされよう。

そこでもし地表面の粗度 Z_0 が一定であるならば、一定の距離 x で得られる煙の高さは一定の高度 a における平均風速 $U(a)$ と無関係に一定であると考えられよう。Record は一定の高度として 144 呎をえらんだ。著者には Record の結果が実際に煙の高さ $\langle z^2 \rangle^{1/2}$ が平均風速 $U(a)$ に無関係であることを示し、更にもし Z_0 あるいは風速が変えられなければ $\langle z^2 \rangle^{1/2}$ が一定であることを暗示しているように思われる。

$\langle z^2 \rangle^{1/2}$ の減少は明らかに、平均風向の変化に伴なわれる Z_0 の減少に関係している。すなわち Z_0 の増大は $\langle w^2 \rangle^{1/2} / U$ を大きくし、従つて $\langle z^2 \rangle^{1/2}$ の増加を起すのである。

また一方、 $\langle w^2 \rangle^{1/2} / U$ と風向計のふれから得られる $\langle v^2 \rangle^{1/2} / U$ との間には次のような関係が存在する (Inoue 1952):

$$\langle v^2 \rangle^{1/2} \sim \langle w^2 \rangle^{1/2} \cdot T_*^{2/3} \cdot U^{-5/3}(a) \cdot Z \cdot \left(\log \frac{Z}{Z_0} \right)^{-1} \cdot \left(\log \frac{a}{Z_0} \right)^{5/3} \quad (3.1)$$

実際 Record は水平の風向変動の標準偏差を観測し、それが煙の高さの比較的よい指示量であることを指摘した。Record の論文には変動の観測に対する Euler 的平均化時間 T_* が何も言及されていないが、著者は T_* が一定に保たれていたものと想像しても許されるであろう。

§ 4. O. G. Sutton の理論的結果と実験結果との比較

20 年ほど前から O. G. Sutton (1932, 1934, 1947, 1949) は大気の乱流拡散に関する彼の独創的な理論を提出し展開して来た。彼の理論の出発点は $R(\xi)$ の数学的な形に関してある特別な仮説を設けることである。彼の数学的な仮説がたとえ本当に非常に有用であるものと考えられようと、それらが物理的な見地から十分合理的であるとは見なされ得ない。Sutton 理論の最も致命的

な欠陥の一つは、それらが操作時間、壽命時間及び平均化時間の間の区別をあまりはつきりと考えていないという事実にあるように著者には見える。

上に述べられた論文で F. A. Record も彼の実験的結果を、明らかに Sutton の考え方の線に沿う E. L. Deacon (1949) の理論から数学的に得られる結果と比較しており、そのような数学的な取扱いが彼の実験結果に対して良い説明を与え得ないことを明らかにしている。

一方 Sutton (1951) もこの論文の最初に述べられたと同じ Symposium で “Some Unsolved Problems in the Physics of the Earth's Boundary Layer” という題の興味ある論文を発表している。彼によつて引用された未解の問題の一つは、煙のふさの垂直拡散に関する現象論的なものである。この問題はしかし、著者には未解と考えられるほどそんなに難しいものとは見えない。この困難は主として Sutton 理論の中で平均化時間の考察が完全にぬけているという事実によるように見える。彼は次のように云う。「地表面とある高さで発生された煙のふさの写真は、煙の瞬間的な巾（あるいは高さ）が高度と共に減少することを示す 一方比較的大きな高度（>25m）で見出される Eddy は揚げられた煙の高められたゆるいふれを起すというある証拠があるから、長い時間の平均は平均巾が高さと共に増すということを明らかにするという可能性がある。もし実証されたならばその効果は、煙突の煤煙の計算に深刻な影響をもつであろう。何故ならば今の理論（例えば Sutton 1947）は煙のひろがり、拡散のスケールが源の地面からの高さと共に減少するという大気の中で起ることを仮定しているからである……」

上の現象論的な相違はしかし、乱流拡散の過渡状態と終局状態との概念を使つて次のように非常に簡単に説明されることが出来る：

- (i) 煙の垂直拡散が同時に観察される二つの高度を z_1 と z_2 としよう。これに $z_1 < z_2$ 。
- (ii) 風の垂直構造は、そこでの垂直最大乱子の壽命時間が高度自身に比例するものと考えられる風速の対数分布で表わされるものとしよう。従つて

$$\tau_{0, z_1} < \tau_{0, z_2}$$

となる。

- (iii) 二つの Lagrange 的平均化時間 $T_{** \text{ short}}$ と $T_{** \text{ long}}$ を考える。これは Sutton の短時間平均と長時間平均とにそれぞれ対応するであろう。
- (iv) $T_{** \text{ short}} < \tau_{0, z_1} < \tau_{0, z_2}$ の場合には、煙の垂直拡散は明らかに過渡状態として取扱われ、湧源近くの煙の拡散巾は、才 I 種拡散の結果を使つて

$$\langle z^2 \rangle_1^{1/2} = \frac{\langle w^2 \rangle_1^{1/2}}{U} x, \quad (4.1)$$

$$\langle z^2 \rangle_2^{1/2} = \frac{\langle w^2 \rangle_2^{1/2}}{U} x, \quad (4.2)$$

と表わされる。(Inoue 1950). $\langle w^2 \rangle$ の過渡的な値は、よく知られる中間乱子スペクトルの $-5/3$ 乗則を使つてほど

$$\langle w^2 \rangle_1 / V_*^2 \sim T_{**} / \tau_{0, z_1}, \quad (4.3)$$

$$\langle w^2 \rangle_2 / V_*^2 \sim T_{**} / \tau_{0, z_2}. \quad (4.4)$$

で与えられる。ここに V_* は摩擦速度を意味し、高度について一定と考えられる。従つて

$$\langle w^2 \rangle_1 / \langle w^2 \rangle_2 = \tau_{0, z_2} / \tau_{0, z_1} = Z_2 / Z_1 \quad (4.5)$$

という関係が得られ、これは同一の Lagrange 的平均化時間の条件の下で得られる $\langle w^2 \rangle$ の過渡的な値が高度に逆比例するということを明らかに意味している。従つて拡散巾に關係する過渡的な垂直方向の風の息 $\langle w^2 \rangle^{1/2} / U$ は高度と共に急激に減少するということが容易に示され、結局

$$\frac{\langle z^2 \rangle_1^{1/2}}{\langle z^2 \rangle_2^{1/2}} = \frac{U_2}{U_1} \cdot \frac{\langle w^2 \rangle_1}{\langle w^2 \rangle_2} = \frac{\log \frac{Z_2}{Z_0}}{\log \frac{Z_1}{Z_0}} \cdot \frac{Z_2}{Z_1} \quad (4.6)$$

という関係が得られ、これは明らかに高度が大きいほど同じ操作距離 x における垂直方向の煙の拡散の過渡的な巾は小さいことを示している。

- (v) $T_{**} \log \tau_{0, z_2} > \tau_{0, z_1}$ の場合には、煙の垂直拡散は明らかに終局状態としてとりあつかわれ、湧源から十分離れた特徴的な拡散巾は才 II 種拡散を使つてそれぞれ

$$\langle z^2 \rangle_1^{1/2} \sim \langle w^2 \rangle_1^{1/2} \cdot \tau_{0, z_1}, \quad (4.7)$$

$$\langle z^2 \rangle_2^{1/2} \sim \langle w^2 \rangle_2^{1/2} \cdot \tau_{0, z_2} \quad (4.8)$$

で表わされる (Inoue 1950). $\langle w^2 \rangle$ の終局値は高度について一定と考えられるから、結局

$$\frac{\langle z^2 \rangle_1^{1/2}}{\langle z^2 \rangle_2^{1/2}} \approx \frac{\tau_{0, z_1}}{\tau_{0, z_2}} \quad (4.9)$$

を得る。上の関係は明らかに高度が大きいほど、垂直方向の煙の拡散の才 II 種領域における終局的な巾が大きくなることを示している。

これらの結果は Sutton の未解の問題に対する可成り満足な解答と見なされるであろう。

§ 5. 結 び

大気の乱流拡散理論における困難の最も大きな原因の一つは、大気の乱流構造がまだ十分に明らかにされていないという事実にあるように見える。著者は地表近くの風のある合理的な構造模型をつくりあげることによつてそのような困難をとり除こうとつとめている。この目的のために著者は乱子、乱子スペクトルおよびその寿命時間という重要な概念をつくつて、いわゆる Lagrange 相関係数 $R(\xi)$ の函数を得ることに成功した。この $R(\xi)$ は Lagrange 的操作時間 ξ の函数であるばかりでなく、最大乱子の寿命時間 τ_0 と比較出来る Lagrange 的平均化時間 T_{**} の函数である。

上の三つの時間量を相互に比較して、乱流拡散の過渡状態と終局状態の概念ばかりでなく、乱流拡散巾の才Ⅰ種及び才Ⅱ種領域の概念が得られる。

拡散の終局状態の概念と、地面近くの風の垂直構造に関する知識とを使い、煙の垂直拡散の一般的性質が次のように得られる：

- (1) 対数風速分布の条件では、操作距離と地表面の粗度とが共に一定に保たれるならば、煙の高さは平均風速に無関係である。
- (2) 同じ条件の下で、粗度が大きくなるほど固定された操作距離における煙の高さは大となる。粗度と垂直及び横方向の風の息との間には関係があるから、煙の高さの変化は横方向の風の息と関係づけられることが出来る。この量は風向の変動の大きさによつて指示される。

これらの結果は F. A. Record の実験結果と一般的に一致するものと考えられる。

他方において、平均化時間を変えた時に観測される垂直方向の煙の拡散巾における相違に関する O. G. Sutton の疑問に関して、拡散の過渡状態の概念と地面近くの風の垂直構造に関する知識とを使つて二、三の合理的な説明が得られている。

文 献

- Deacon, E. L., 1949: Vertical Diffusion in the Lowest Layers of the Atmosphere. Q. J. Roy. Meteor. Soc., **75**, 89.
- Inoue, E., 1950 : On the Turbulent Diffusion in the Atmosphere, I. 気象集誌, **28**, 441.
- 1951 a: On the Turbulent Diffusion in the Atmosphere, II. 気象集誌, **29**, 246.
- b: 地表風の構造, 才Ⅳ報. 気象集誌, **29**, 14.
- c: 自然の風と風洞実験, 才Ⅱ報. 応用力学, **4**, 27.
- d: On the Lagrangian Correlation Coefficient for the Turbulent Diffusion and Its Application to the Atmospheric Phenomena. (To be published.)
- 1952 : Interrelation between the Structure of Wind and Its Observation. (To be published.)
- Kolmogoroff, A. N., 1941: The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for very Large Reynolds' Number. C. R. (Doklady) Acad. Sci. URSS, **31**, 301.
- Record, F. A., 1951: An Investigation of the Diurnal Variation in the Behavior of Smoke from a Continuous Point Source at Ground Level. (To be published.)
- Sutton, O. G., 1932: A Theory of Eddy Diffusion in the Atmosphere. Proc. Roy. Soc. A, **135**, 143.
- 1934: Wind Structure and Evaporation in a Turbulent Atmosphere. Proc. Roy. Soc. A, **146**, 701.
- 1947: The Theoretical Distribution of Air-Borne Pollution from Factory Chimneys. Q. J. Roy. Meteor. Soc., **73**, 426.
- 1949: The Application to Micrometeorology of the Theory of Turbulent Flow over Rough Surface. Q. J. Roy. Meteor. Soc., **75**, 335.
- 1951: Some Unsolved Problems in the Physics of the Earth's Boundary Layer. (To be published.)
- Taylor, G. I., 1921: Diffusion by Continuous Movements. Proc. London Math. Soc., **20**, 196.