論文 Memoirs

天空紫外線分布と大気の光學的厚さとの関係について

關 原 彊*

On a Relation between the Distribution of Ultraviolet Sky Radiation and the Optical Thickness of the Atmosphere

Kyo Sekihara

Meteorological Research Institute

(Manuscript received 17 February 1953)

— Abstract —

With the numerical calculation of the theoretical formula of primary and secondary Rayleigh scattering in a plane-stratified atmosphere of uniform composition, an influence of variation of total scattering coefficient of the atmosphere on the angular distribution of the intensity of ultraviolet sky radiation in the sun's vertical plane was discussed, when the sun's elevation angle was 30° and 60° respectively.

Taking the intensity at the zenith as a unit, the relative intensities from varying zenith angle were computed and were compared with the observed values of C. Dorno and F. Lindholm or O. Eckel which were obtained at the position of varying elevation from } sea level. The theory shows that the relative intensities at a comparatively large zenith angle especially at 60° always increase with decreasing optical thickness of the atmosphere and these were confirmed by the observed results at both of the sun's elevation angles.

1. 前 置 き

空の光の強度を計算する方法としては現在の所 S. Chandrasekhar^(1) 2) 3) により完成された輻射平衡の理論が最も強力な手段を与えるものと思われるがその数学的表現が複雑難解であるそしりは免れない。一方地球大気の如く比較的厚さがうすく到る所直射光が支配的である場合には高次散乱のうち特に二次散乱だけを以て代表させ、一次散乱、二次散乱と別々に直接積分で求める方法がかなり有効である。この方法ははじめ A. Hammad 及び S. Chapman⁽⁴⁾ によつて端緒が与えられ最近 A. Hammad⁽⁵⁾ により又別に筆者⁷⁾ により改良されたものである。

空の紫外線の角度分布の実測は今次大戦前に主としてヨーロッパにおいて C. Dorno 及び F. Lindholm⁽⁸⁾, O. Eckel⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ 等により行なわれて居り、興味ある実験的事実も得られている。

天空紫外線分布の理論解析は最近オゾン観測と関連してその必要を認められているものであ

* 気象研究所 地球化学研究室

る*が, まだこれを行なつた報告をきかない, この論文は理論としては二次散乱までの不充分なものであるが実測に対する見透しを与えようとする点でこの方面の研究の第一歩となるであろう。

2. 散乱光の理論並びに理論値の算出

この理論については筆者が既に若干の数値計算と共に報告しているが¹⁷ 以下にその結果の要点をのべる。

Fig. 1. Diagram of the scattering in a plane-stratified atmosphere.

先ず光学的厚さ S で規定される均質な平面大気を考える。光学的厚さ S とは光が垂直に透過する時の消散係数が S 或は透過率が e^{-S} ということである。この大気に対し垂直方向から Z なる傾きの方向から太陽光線が入射して来た場合、天頂角 θ , 方位角 φ (太陽方向から時計のむきにとる) からくる一次散乱光強度 (Rd_1) 及び二次散乱光強度 (Rd_2) はそれぞれ次式で表わされる**。(Fig. 1 参照)

$$Rd_1(z, \theta, \varphi, s) = \frac{3s}{16\pi} I_\infty \sec \theta (1 + \cos^2 \Psi) e^{-s \cos \theta} \frac{e^{s(\sec \theta - \sec z)} - 1}{s(\sec \theta - \sec z)} \quad (1a)$$

$$\text{但し} \quad \cos \Psi = \cos \theta \cos z + \sin \theta \sin z \cos \varphi \quad (1b)$$

$$Rd_2(z, \theta, \varphi, s) = \frac{9s^2}{128\pi} I_\infty \sec \theta [A_0(z, \theta, \varphi) Ld_1(s, z, \theta) + A_1(z, \theta, \varphi) Ld_2(s, z, \theta) + A_2(z, \theta, \varphi) Ld_3(s, z, \theta)] \quad (2a)$$

$$\text{但し} \quad A_s(z, \theta, \varphi) = \sum_{r=0,1,2} A_{sr}(z, \theta) \cos r\varphi \quad (2b)$$

$A_{sr}(z, \theta)$:

$r \backslash s$	0	1	2
0	$2 - \sin^2 \theta - \sin^2 z + \frac{5}{2} \sin^2 \theta \sin^2 z$	$\frac{1}{2} \sin 2\theta \sin 2z$	$\frac{1}{4} \sin^2 \theta \sin^2 z$
1	$2 \sin^2 \theta + 2 \sin^2 z - 6 \sin^2 \theta \sin^2 z$	$\frac{1}{2} \sin 2\theta \sin 2z$	$\frac{1}{2} \sin^2 \theta \sin^2 z$
2	$2 - 3 \sin^2 \theta - 3 \sin^2 z + \frac{9}{2} \sin^2 \theta \sin^2 z$	$-\sin 2\theta \sin 2z$	$\frac{1}{4} \sin^2 \theta \sin^2 z$

$$Ld_n(s, z, \theta) = e^{-s \sec \theta} \int_0^1 e^{s \bar{m} \sec \theta} L_n(s, z, \bar{m}) d\bar{m} \quad (2c)$$

* 例えば S. Chapman は後のオゾン層と反転効果の理論を取扱つた論文⁽¹⁾ において分布観測の必要性を示唆し又最近の筆者への書簡でもこれを強調している。

** この理論式は実は, A. Hammad⁽⁶⁾ が 1948 年 Astrophysical Journal で展開した公式において分子の光学的異方性を無視した場合に一致する事を最近 G. F. Walton 及び S. Chapman は筆者に指摘して来た。

$$Ln(s, z, m) = \frac{1}{s} e^{-s \bar{m} \sec z} \left(\int_0^{sm} e^{-t \sec z} E_{ln}(t) dt + \int_0^{s \bar{m}} e^{t \sec z} E_{ln}(t) dt \right) \quad (2d)$$

(但し $n=1, 3, 5$)

こゝに I_∞ は大気外における太陽直射光強度で、 m は光学的厚さに関する積分変数で $\bar{m}=1-m$ である。我々はこれ等の式において一定の s, z の値のもとに θ, φ を種々に変えて Rd_1, Rd_2 を計算し、更にこれを加え合わせて Rd_{1+2} を求めれば、或る光学的厚さの大気につき、或る太陽高度のもとにおいて、種々の方向からくる空の光の強さを計算し得るわけである。

筆者はその中で太陽高度 60° 及び 30° における、太陽鉛画面内の相対分布（天頂の値を単位にとる）が大気的光学的厚さによりどの様に変るかを見るために $z=30^\circ, 60^\circ, \varphi=\pi, s=0.2, 0.4,$

Fig. 2. Theoretical distributions of primary and secondary scattering at $z=30^\circ, \varphi=\pi$

Fig. 3. Theoretical distributions of primary and secondary scattering at $z=60^\circ, \varphi=\pi$

0.6, 0.8, 1.0, $\theta=0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ に対する値を計算して見た, 相対値を問題にするので $I_\infty=1$ として計算を行なった.

計算方法は Rd_1 については容易であり説明するまでもない, Rd_2 のうち (2b) で表わされる項も又簡単である. 問題は (2c), (2d) で表わされる積分式である. これは指数積分 E_{fn} を被積分函数として有する複雑な式であるが, 幸な事にこれについては A. Hammad⁽⁵⁾ の精密な数値計算があり筆者はこの計算に関してはすべて彼の数値表を利用して貰った. 但しその中で $s=0.6$ の所及び $z=30^\circ$ の値は彼の表に欠けているのであるがこれは圖式内挿法で求めた.

計算結果は Tab. Ia, Ib, IIa, IIb の通りである. そのグラフを Fig. 2, Fig. 3 に示す. これ等から Rd_{1+2} を求めその天項における値を単位にとつた相対強度を出せば Tab. IIIa, IIIb の通

Tab. Ia Calculated intensities of primary scattering at $z=30^\circ$

θ s	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
0.2	0.0169	0.0155	0.0144	0.0137	0.0136	0.0146	0.0174
0.4	0.0272	0.0249	0.0230	0.0217	0.0213	0.0223	0.0255
0.6	0.0328	0.0301	0.0277	0.0259	0.0250	0.0255	0.0281
0.8	0.0353	0.0323	0.0296	0.0274	0.0260	0.0260	0.0276
1.0	0.0356	0.0325	0.0296	0.0272	0.0254	0.0248	0.0254

Tab. Ib Calculated intensities of secondary scattering at $z=30^\circ$

θ s	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
0.2	0.0037	0.0034	0.0032	0.0032	0.0033	0.0036	0.0043
0.4	0.0091	0.0085	0.0080	0.0078	0.0079	0.0086	0.0102
0.6	0.0140	0.0130	0.0123	0.0117	0.0116	0.0126	0.0145
0.8	0.0177	0.0164	0.0154	0.0148	0.0146	0.0152	0.0168
1.0	0.0202	0.0187	0.0177	0.0169	0.0167	0.0168	0.0177

Tab. IIa Calculated intensities of primary scattering at $z=60^\circ$

θ s	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
0.2	0.0111	0.0100	0.0097	0.0101	0.0115	0.0145	0.0200
0.4	0.0165	0.0149	0.0143	0.0147	0.0166	0.0204	0.0268
0.6	0.0185	0.0167	0.0159	0.0162	0.0180	0.0215	0.0270
0.8	0.0185	0.0166	0.0157	0.0159	0.0173	0.0200	0.0241
1.0	0.0174	0.0156	0.0149	0.0147	0.0157	0.0177	0.0202

Tab. IIb Calculated intensities of secondary scattering at $z=60^\circ$

θ s	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
0.2	0.0026	0.0024	0.0024	0.0026	0.0030	0.0038	0.0053
0.4	0.0060	0.0056	0.0055	0.0059	0.0067	0.0083	0.0109
0.6	0.0087	0.0081	0.0079	0.0084	0.0094	0.0113	0.0142
0.8	0.0102	0.0095	0.0092	0.0096	0.0106	0.0127	0.0150
1.0	0.0109	0.0101	0.0097	0.0098	0.0105	0.0121	0.0144

Tab. IIIa Relative intensities of primary and secondary scattering at $z=30^\circ$

θ s	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
0.2	1.00	0.92	0.86	0.82	0.82	0.88	1.07
0.4	1.00	0.92	0.86	0.81	0.81	0.85	0.98
0.6	1.00	0.92	0.85	0.80	0.78	0.81	0.91
0.8	1.00	0.92	0.85	0.79	0.77	0.78	0.84
1.0	1.00	0.92	0.85	0.79	0.76	0.75	0.77

 Tab. IIIb Relative intensities of primary and secondary scattering at $z=60^\circ$

θ s	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
0.2	1.00	0.91	0.88	0.93	1.07	1.35	1.85
0.4	1.00	0.91	0.88	0.91	1.04	1.27	1.68
0.6	1.00	0.91	0.88	0.90	1.01	1.20	1.52
0.8	1.00	0.91	0.87	0.89	0.97	1.14	1.86
1.0	1.00	0.91	0.87	0.86	0.92	1.05	1.22

 Tab. IVa Observed relative intensities of ultraviolet sky radiation in the vertical plane through the sun and in its opposite side at $z=30^\circ$

Place of Observation (Elevation)	Zenith angle							Author
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	
Gmunden (430m)	1.00	0.86	0.76	0.70	0.66	0.64	0.64	O. Eckel (10)
" (Föhn-weather)	1.00	0.90	0.83	0.78	0.75	0.74	0.80	O. Eckel (10)
Kanzelhöhe in Kärnten (1500m)	1.00	0.88	0.80	0.76	0.74	0.75	0.80	O. Eckel (9)
Davos (1600m)	1.00	0.87	0.83	0.75	0.75	0.76	0.81	C. Dorno (8)

 Tab. IVb Observed relative intensities of ultraviolet sky radiation in the vertical plane through the sun and in its Opposite Side at $z=60^\circ$

Place of Observation (Elevation)	Zenith angle							Author
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	
Friedrichshafen (400m)	1.00	0.96	0.93	0.94	0.95	1.08	(1.20)	C. Dorno (8)
Gmunden (430m)	1.00	0.94	0.92	0.94	0.99	1.10	1.22	O. Eckel (10)
Kanzelhöhe in Kärnten (1500m)	1.00	0.94	0.93	0.95	1.01	1.14	1.28	O. Eckel (9)
Davos (1600m)	1.00	0.97	0.92	0.89	1.00	1.11	1.23	C. Dorno (8)
Muottasuraig (2450m)	1.00	1.00	0.98	1.14	1.36	1.57	1.98	C. Dorno (8)
Sonnblick (3100m)	1.00	0.95	0.93	0.96	1.04	1.17	1.35	O. Eckel (10)

りとなる, その θ による変化或は s による変化の模様を圖示すれば Fig. 4a, 4b, 5a, 5b となる.

3. 計算結果の考察並びに実測値との対比

Fig. 2 及び Fig. 3 は太陽天頂角 30° 及び 60° における一次並びに二次散乱の強度分布殊にその s による変化の模様を示したるのである. 即ちこれによれば一次散乱ははじめ s と共に急激に

Fig. 4. Theoretical relative distributions of scattered light at $z=30^\circ$, $\varphi=\pi$
(a) Variation with θ

(b) Variation with s

Fig. 5. Theoretical relative distributions of scattered light at $z=60^\circ$, $\varphi=\pi$
(a) Variation with θ

 Fig. 5 (b) Variation with s

増大し、 $s=1$ の附近で極大に達し終には減少の傾向をとり、二次散乱はこれに反し最後まであまり大きな変動なしに増大している。これにより s の大きな所では二次散乱の役割が重要となつてくる事が分る。いずれにしても天頂角の大きな方向における値は天頂の値に比し s の増大と共に小さくなる傾向にあり、その事は天頂角の大きい程著しい。これは最後の Rd_{1+2} の相対値に最も明らかに表わされて居り Tab. IIIa, IIIb 或は

Fig. 4a, 4b, 5a, 5b 等を見れば容易に観察し得る。更に Fig. 4b, 4b によればその変化が非常に直線的に近い事は興味深い事であろう。

ともかくもこゝで大気の光学的厚さが減少すると天頂角の大きな方向からくる光の強さの天頂の値に対する測対値が大きくなるという結論が得られたが実はこれは O. Eckel により実測的にたしかめられた事実である。彼は標高の異なつた場所における紫外線分布の観測からこの事実を明らかに指摘している¹⁰ これを見るために、C. Dorno, F. Lindhohn, O. Eckel 等の観測結果を観地点の標高を附して再び Tab. IVa, IVb にかいげる。云うまでもなく標高が上ればこれに従い大気の光学的厚さがうすくなるのであるが、天頂角 60° の値において見ればその値は明らかに Gmunden (430m)→Kanzelgöhe in Kärnten (1500m), ($z=30^\circ$) 或は Gmunden (430m)→Kanzelhöhe in Kärnten (1500m)→Sonnblick (3100m) ($z=60^\circ$) 或は Friedlichshafen (400m)→Davos (1600m)→Muottas Muraigle (2450m) ($z=60^\circ$) に従い上昇して居りこの事実を裏書きしている。

但しこの場合の定量論を考えるのにこの波長の紫外線に對しては (いずれも測定はカドミウム光電管で波長は $3200\text{\AA}$ 附近と考えられる) 大気の光学的厚さは海面上で $s=0.86$, 400m で 0.81, 1600m で 0.70, 2450m で 0.62 の程度と考えられるが、Tab. IIIa, IIIb 或は Fig. 4a, 4b, 5a, 5b と Tab. IVa, IVb とを比較すれば分る様に概して実測より理論値の方が天頂角の大きい所で大きく出ている。この原因は更に高次の散乱光の影響か或は地上附近の吸収物質の影響かと考えられるが、これについては今後理論を精密化する事により結論を得る事が出来よう。(Muottas Muraigl の値は例外的に大きいがこれについては後に述べる)。

なお O. Eckel は Föhn の吹く日には、紫外線分布として標高が上つたのと同じ影響がある事を

指摘している⁽¹⁰⁾ (Tab. IVa の Gmunden の normal 及び Föhn の項参照). この原因は大気の物理的状態の変化にあると考えられるが, 考え得る要因としては大気上層のオゾン層の変動と地上附近の吸収物質の変動とがあるがこれも結論を得るためには今後の研究を要する. この種の変動と見做されるものは実は Tab. IVb にも見られる. 即ち C. Dorno, F. Lindholm の Muottas Muraigl (2450m) の天頂角 60° の値は, O. Eckel の Sonnblick (3100m) の値より著しく大きい. これも同種の大気の物理的状態の変化を表わしていると見てよいであろう.

とにかく大気の光学的厚さが減すると天頂角の大きい方向からくる光の相対強度が大きくなるという事実に対する理論づけがなされた事がこの論文の収獲である. 定量論が可能になるためには散乱の理論を更に精密化するか又は吸収層を考える事に今後の問題があるであろう. 実測された分布の異常が上層大気中のオゾンによるか下層大気中の塵埃等の問題であるかはその解決を今後の実測にまつ所が大きいであろう.

最後にこの研究に関して絶大な御援助と御教示を賜つた地球化学研究室長三宅泰雄博士. 気象研究所長畠山久尙博士. 中央気象台高層課長北岡龍海氏に対して厚く御禮申上げる次第である.

参 考 文 献

- (1) S. Chandrasekhar, 1944-1949.: On the Radiative Equilibrium of a Stellar Atmosphere (I-XXIV). *Astrophysical Journal*. 100~109
- (2) S. Chandrasekhar, 1950.: Radiative Transfer, Oxford.
- (3) S. Chandrasekhar, 1951.: Polarization of the Sunlit Sky *Nature* 167, No. 4237 p. 51~55.
- (4) A. Hammad, and S. Chapman, 1939.: The Primary and Secondary Scattering of Sunlight in a Plane-stratified Atmosphere of Uniform Composition, *Philosophical Magazine* Ser. 7. 28 p. 99.
- (5) A. Hammad, 1947.: " *Philosophical Magazine* Ser. 7. 38, p. 527.
- (6) A. Hammad, 1948.: " *Astrophysical Journal* 108, p. 338.
- (7) K. Sekihara, 1951.: Studies of the Distribution of Ultraviolet Sky Radiation (II)—On the Role of Secondary Scattering *Papers in Meteorology and Geophysics* II. No. 2. p. 158~167; 関原, 「天空紫外線分布観測に於ける二次散乱の問題」高層気象台彙報, 才 5 卷, 才 1 号, 65 頁~75 頁. (昭和 26 年 3 月).
- (8) C. Dorno, and F. Lindholm, 1929.: Helligkeit Verteilung über der Himmel im Ultraviolet, *Meteorologische Zeitschrift* Bd. 46, S. 281~292.
- (9) O. Eckel, 1934.: Die Verteilung der Ultravioletstrahlung über das Himmelsgewölbe, *Meteorologische Zeitschrift* Bd. 51. S. 180~188.
- (10) O. Eckel, 1936.: Über einige Eigenschaften der ultravioletten Himmelstrahlung im verschiedenen Meershöhen und bei Föhnlage, *Meteorologische Zeitschrift*, Bd. 71. S. 90~94.
- (11) S. Chapman, 1935.: The Götz Inversion of Intensity-Ratio in Zenith-Scattered Sunlight, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*. 234, p. 205.