Wiener の理論による長期予報 (I)

小林 禎 作*・堀 淳 一*

Application of Wiener's Theory of Prediction to the Problem of Long Period Weather Forecasting (I)

T. Kobayashi and J. Hori

Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University

(Manuscript received 14 May, 1953)

We have previously applied Imahori's approximate method of prediction to the problem of long period weather forecasting in Hokkaido and obtained fairly good results. Its precision is not sufficient, however, for many important practical—e.g. agricultural—purposes. In order to increase the precision, we attempted in this paper to apply Wiener's exact method of prediction to the same problem by numerical computations. Wiener's method is briefly sketched and a somewhat modified formulation is given, which is convenient for practical computations. By using these formulae and the method of smoothing the spectrum due to Bartlett, we calculated a number of predicted values of the monthly mean temperature at Sapporo, using on the one hand the series which has been obtained by subtracting from the actually observed one the trends whose periods are comparable with or longer than the length of analyzed intervals (larger than 24 months), and on the other hand the series representing the trend with smallest period (24 months). The results are shown in Figs. 2 and 3 in the text. Each predicted value has been calculated by the use of data up to the preceding month. In the former case it is seen that the series of predicted values run approximately parallel to the smoothed curve of the original series and in the latter that the predicted values agree fairly well with the observed ones. The error of prediction is comparatively large in both cases (0.56°C and 0.25°C , respectively). Moreover, it was shown that in the case of prediction of more than one month ahead, it becomes so large as to make such prediction useless.

These results seem to indicate that, although Wiener's theory is proved to be entirely correct and can be used effectively for the weather forecasting of the trend in distant future, it does not give good results in the case of the forecasting of comparatively near future (order of a few months), owing to the large amount of completely random factors compared with the causal one in the rapid variation of the temperature. Thus we are compelled to conclude that, in order to obtain useful results, it is necessary to perform the multiple prediction using also the series of other meteorological elements.

---

* 北海道大学低温科学研究所.

It may not be impossible, however, to obtain somewhat better results than the above by examining more critically the stationarity of the original series and the problem of smoothing the spectrum.

§1. は し が き

今堀はさきに Brown 運動論の考えによつて長期予報の一つの一般理論をたて、またこれにもとずいた、調和解析を用いる實際的に便利な近似的方法を案出して、札幌における各月の平均気温の長期予報に応用し、かなり良好な結果を得た。¹⁾²⁾³⁾⁴⁾ 長期予報の理論は、今堀の理論以前にも既にいちじるしい発展をとげており、なかんずくわが国では小河原が H. Wold の定常時系列の解析理論を發展させて数学的に厳密な一般理論をたてていたのであるが、それを實際に応用するには非常に煩雑な計算を必要とするので、實際への応用は二三の簡単な場合に止まつている。⁵⁾ 今堀の近似方法は、このような煩雑さをある程度避けて、比較的簡単な計算によつて一般の複雑な場合の予報を行うことを可能にした点で、画期的なものであると思われる。しかも、相当に大まかな近似を用いているのにも拘らず、小河原等の得た結果と少くとも同程度の適中率を示していることは、むしろ不思議に思われる位であつて、この方法の基礎となつてゐる物理的概念の正しさを裏がきするものといえよう。

しかしながら、この方法によつて得られる結果も、實際上の目的——たとえば漁業上或は農業上の目的に役立つためには、まだまだ不十分な精度しかもつていない。これらの目的のためには、近似方法にたよらないで、最初の理論の示す通りの精密な計算を行うことが、どうしても必要になつてくるのであつて、複雑な計算を短時間で遂行することのできる電子計算機の完成が待たれる次第である。しかし電子計算機の完成までには、まだかなりの時日を要すると思われるので、その間多少の労力を要しても、筆算による厳密な計算を一応試みてみるのが望ましい。

Wiener はさきに、Wold・小河原及び今堀とは独立に、別の考え方によつて今一つの一般的な予報理論を完成した。²⁾⁶⁾ これらの3つの理論はそれぞれ異つた考え方によつてたてられたものであり、その数学的形式も一見異なるものであるが、実はいずれも本質的には同一のものであることが示される。⁷⁾ しかしその数学的形式の相違によつて、同じ精密計算を行うにしても、実際のとり扱いにはかなり難易の差がある。これらの中では Wiener の方式が最も簡単であると思われるので、筆者等はこれを用いて、今堀の近似方式によらない、精密な予報を筆算で行うことを試みた。^{*}この論文ではその具体的な方法の概要と、今までに得られた二三の結果とを報告する。

^{*} この試みはもともと今堀教授自身が始められたのであるが、教授の急逝によつて中絶したため著者等がひきついたのである。

§2. Wiener の方法

Wiener の理論は文献 (6) にくわしくのべられており、また (1) にも簡単に紹介されているから、こゝではこまかいことは省略し、必要最小限度の部分だけをとり出して、且つそれを実際に計算しやすい形にかきなおすのに止める。まず離散的な時系列に対して Wiener の与えている方式をそのまま計算の順序に従つてのべると、次のようになる：

(i) 観測値の系列

$$\cdots, x_{-N}, \cdots, x_{-1}, x_0, x_1, \cdots, x_N, \cdots \quad (1)$$

が与えられたとき、その自己相関係数

$$X_k = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x_{n+k} x_n, \quad (2)$$

を計算する。

(ii) X_k の Fourier 変換即ち時系列 (1) のエネルギースペクトル

$$\Phi(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{-ik\omega} \quad (3)$$

を求める。

(iii) このスペクトルの対数 $\log \Phi(\omega)$ を Fourier 級数に展開する：

$$\log \Phi(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{-ik\omega} \quad (4)$$

(iv) (4) の係数 A_k を用いて

$$L(\omega) = -\sum_{k=-\infty}^{-1} A_k e^{-ik\omega} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-ik\omega} \quad (5)$$

という函数を作る。

$$(v) \quad \Psi(\omega) = \sqrt{\Phi(\omega)} \exp\left[\frac{1}{2}L(\omega)\right] = \sum_{k=0}^{\infty} B_k e^{-ik\omega} \quad (6)$$

を計算する。

$$(vi) \quad k(\omega) = \frac{1}{2\pi\Psi(\omega)} \sum_{m=0}^{\infty} e^{-im\omega} \int_{-\pi}^{\pi} \Psi(u) e^{i(m+\mu)u} du \quad (7)$$

を計算する。

$$(vii) \quad K_m = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} k(\omega) e^{im\omega} d\omega \quad (8)$$

を計算し、

$$\overline{x_{n+\mu}} = \sum_{m=0}^{\infty} K_m x_{n-m} \quad (9)$$

を求めると、これが μ 単位時間だけ将来の x の値 $x_{n+\mu}$ の最もたしからしい値を与える。最後に

$$(viii) \quad E_{\mu} = \sum_{m=0}^{\mu-1} |B_m|^2 \quad (10)$$

を計算すると、これがその際の予報の平均自乗誤差を与える。

上でみられるように、Wiener の理論でも Fourier 級数ないし Fourier 変換が非常に重要な役割を演ずるのであつて、これも一種の調和解析による予報とみられる。ところで、実際の場合においては、与えられた時系列は有限の長さしかもたないから、上のような理想的な計算は不可能であつて、これらの Fourier 変換を近似的な有限区間の調和解析で代用しなければならない。ところが、Bartlett⁹⁾ 等が論じているように、離散的な場合には、有限個のデータの調和解析から得られるスペクトルはいちじらしい変動を示し、しかもその変動は分析区間の長さをいくら長くしても減少しないという特性をもっている。従つてこうして得られたスペクトルをそのまま真のスペクトルに対する近似として用いることはできないのであつて、何等かの操作を行つて変動を小さくしてから用いなければならない。Bartlett はその 1 つの方法として、全区間のデータを使つて計算した自己相関係数の尻尾を適当に切つたものの Fourier 変換を、真のスペクトルに対する近似として用いることを提案した。これは、全区間を互に等しい長さのいくつかの部分区間に分け、その各々から調和解析によつて得られるスペクトルを、すべての部分区間にわたつて平均することゝほぼ同等であつて、不必要な変動を除く効果をもっている。そこでわれわれも、Bartlett の方法によつて得られるスペクトルを、上の $\Phi(\omega)$ の代りに用いることにした。即ち分析区間の長さ(解析に用いる観測値の個数)を $p \times n$ とすると、相関係数は観測値 $x_1, \dots, x_{np}$ から

$$\rho_s = \frac{1}{pn-s} \sum_{u=1}^{pn-s} x_u x_{u+s}, \quad s \geq 0 \quad (11)$$

によつて計算されるが、これの $s=0$ から $s=n-1$ までの値を用いて

$$\Phi_m = \sum_{s=0}^{n-1} \left(1 - \frac{|s|}{n}\right) \rho_s \cos ms \varepsilon, \quad \varepsilon = \pi/n \quad (12)$$

を計算し、これを $\Phi(\omega)$ の近似値とするのである。これは全区間をそれぞれ n 個の観測値を含む p 個の部分区間に分け、その各々から計算したスペクトルを平均することに相当する。 p を大きくすると、変動は小さくなるが分解能もまた小さくなり、 n を大きくすると分解能がよくなる代りに変動が大きくなつてしまうから、両者を勘案して最も目的にかなうように p と n とを定めるのである。

$\log \Phi_m$ は m の偶函数であるから、cosine 級数

$$\log \Phi_m = \sum_{k=0}^{\infty} Y_k \cos mk \varepsilon \quad (13)$$

に展開される。 $L(\omega)$ もこの場合離散的になることはいふまでもないが、これは (13) の係数 Y_k を用いて

$$L_m = -i \sum_{k=1}^{n-1} Y_k \sin mk \varepsilon \quad (14)$$

と表されることが容易に示される. 計算の便宜上われわれは L_m の代りに係数 $-i$ を除いた

$$L_m' = \sum_{k=1}^{n-1} Y_k \sin mk \varepsilon \quad (15),$$

を用いることにしよう. そうすると前の $\Psi(\omega)$ に相当する Ψ_m は

$$\Psi_m = \sqrt{\Phi_m^-} \exp\left[-\frac{i}{2} L_m'\right] = \sqrt{\Phi_m^-} \left(\cos \frac{1}{2} L_m' - i \sin \frac{1}{2} L_m' \right) \quad (16)$$

という表式で与えられる. L_m' は m に関して奇函数であるから, Ψ_m の実数部分と虚数部分

$$\left. \begin{aligned} \alpha_m &= \sqrt{\Phi_m^-} \cos \frac{1}{2} L_m', \\ \beta_m &= -\sqrt{\Phi_m^-} \sin \frac{1}{2} L_m' \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

はそれぞれ偶函数及び奇函数である. 従つて (7) の積分及び総和を実行して得られる函数の実数部分と虚数部分には,

$$\left. \begin{aligned} nP_\tau &= \alpha_0 + \sum_{m=1}^n \alpha_m \cos m\tau\varepsilon, \\ nQ_\tau &= \sum_{m=1}^{n-1} \beta_m \sin m\tau\varepsilon, \\ B_\tau' &= P_\tau - Q_\tau \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

として, それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\mu, m} &= \frac{1}{2} \sum_{\tau=\mu}^{2n-1} B_\tau' + \sum_{\tau=\mu}^{2n-1} B_\tau' \cos m(\tau-\mu)\varepsilon, \\ \beta_{\mu, m} &= \sum_{\tau=\mu}^{2n-1} B_\tau' \sin m(\tau-\mu)\varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

が対応する. 従つて $k(\omega)$ に相当する函数 $k_{\mu, m}$ の実数部分と虚数部分はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} k'_{\mu, m} &= \frac{\alpha_{\mu, m} \alpha_m + \beta_{\mu, m} \beta_m}{\alpha_m^2 + \beta_m^2}, \\ k''_{\mu, m} &= \frac{\alpha_m \beta_{\mu, m} - \alpha_{\mu, m} \beta_m}{\alpha_m^2 + \beta_m^2} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

と与えられる. 最後に (9) を計算するのであるが, それには Parseval の定理を利用して, 観測値 x_i を現在からに向つて過逆に去並べたものの Fourier 係数 a_m' , b_m を使つて

$$\overline{x_{n+\mu}} = \sum_{m=0}^n (a_m' k'_{\mu, m} - b_m k''_{\mu, m}) \quad (21)$$

としてもよいし, 或は

$$\frac{n}{2} K_{\mu, \tau} = k'_{\mu, 0} + \sum_{m=0}^n k'_{\mu, m} \cos m\tau\varepsilon - \sum_{m=0}^{n-1} k''_{\mu, m} \sin m\tau\varepsilon \quad (22)$$

を計算して,

$$\overline{x_{n+\mu}} = \sum_{\tau=0}^{\mu} K_{\tau} x_{n-\tau} \quad (23)$$

を作つてもよい. 更に, 予報の平均自乗誤差が

$$E_{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{\tau=0}^{\mu-1} B_{\tau}^2 \quad (24)$$

で与えられることも容易にわかる.

§ 3. 計算結果とその吟味

上述の方式に従い, 36 等分の調和解析を用いて, 札幌の月平均気温 (偏差) の予報を試み, 観測値との比較を行つてみた.

Wiener の理論も, 他の理論と同様時系列の定常性を仮定しているから, これを実際に応用するためには, まず観測された時系列がこの条件をみたしているかどうかをしらべなくてはならない. これを厳密に行うことはもちろん望ましいのであるが, われわれはさし当つて視察的な簡便法によることにした. 36 項の解析を使つて, 1 ないし 3 つ先の値を予報しようというのであるから, まずこの解析区間の長さと同じ程度或はそれ以上の周期をもつ変動を長期傾向とみなしてとり除かなければならない. 北海道の気温については, 1914 年以前の寒候期と, そ

れ以後今日までの暖候期とが大体区別され, 更に後者には定性的に次のような 4 期間の認められることが知られている:

T_1 :	1914~1925	高温,
T_2 :	1926~1933	変動,
T_3 :	1934~1940	安定,
T_4 :	1940~	高温, 変動

また, 著者の一人 (K) がこれまでに行つてきた周期分析の結果からみて, 2~3 年, 6 年, 8~9 年, 11 年等の周期の存在が考えられるが, 札幌の気温の変動にはとくに 2 年周期がいちじるしく認められる. そこで, 予報のための資料として 1914 年以後のものを用い, まず “中田の方法”¹⁰⁾ によつて 24 ケ月周期の変動 (M_{24}) 及びそれ以上の長期変動 (L) とを求め, この 2 つを除いた月平均気温偏差 (S) について, T_1 , T_2 , T_3 , T_4 の各区間のコレログラム, 及びそれらの平均を計算してみた. 第 1 図に示されているように, これらは何れもほぼ同じような形をもっているから, 長期変動を除いた S

Fig. 1

Table 1. (a) Prediction of the monthly mean temperature at Sapporo, which has been obtained by subtracting from the actually observed one the trend (L , M_{21}).

	ρ_s	Φ_m (smoother)	$\log_e \Phi_m$	Y_k	$\frac{1}{2} L_m'$	$\cos \frac{1}{2} L'$	$\sin \frac{1}{2} L'$	$\sqrt{\Phi_m}$	α_m	β_m
0	1.263	0.00258	-2.9598	0.1680				0.0510	0.0510	
1	0.123	0.01878	-0.9748	-0.0262	-1.0659	0.4838	-0.8752	0.1376	0.0666	0.1204
2	-0.058	0.06713	0.2989	-0.3165	-0.7226	0.7501	-0.6613	0.2508	0.1881	0.1659
3	-0.206	0.12274	0.9024	-0.3693	-0.5381	0.8587	-0.5125	0.352	0.3023	0.1804
4	-0.293	0.13487	0.9936	-0.6001	-0.1580	0.9376	-0.1573	0.369	0.3644	0.0580
5	-0.251	0.13184	0.9715	-0.3740	-0.0272	0.9996	-0.0273	0.364	0.3639	0.0699
6	-0.111	0.10224	0.7182	-0.3063	0.2549	0.9377	0.2521	0.322	0.3116	-0.0812
7	0.044	0.05821	0.1564	-0.0856	0.2210	0.9757	0.2193	0.2428	0.2369	-0.0532
8	0.009	0.05119	0.0376	-0.2070	0.0719	0.9974	0.0718	0.2280	0.2274	-0.0164
9	-0.044	0.05572	0.1127	-0.1530	0.0193	0.9998	0.0195	0.2370	0.2370	-0.0046
10	0.045	0.05637	0.1242	-0.1302	-0.0389	0.9992	-0.0390	0.2388	0.2386	0.0093
11	-0.062	0.07329	0.3867	-0.1144	0.0152	0.9999	0.0151	0.2720	0.2720	-0.0041
12	0.065	0.06200	0.2195	-0.1005	0.1200	0.9928	0.1198	0.2500	0.2482	-0.0300
13	0.179	0.05220	0.0475	0.0246	-0.0069	0.9999	-0.0070	0.2300	0.2300	0.0016
14	-0.067	0.07457	0.4953	-0.1549	-0.0240	0.9997	-0.0241	0.2742	0.2741	0.0066
15	0.011	0.06404	0.2520	-0.0303	0.1878	0.9824	0.1868	0.2544	0.2499	-0.0475
16	-0.004	0.05361	0.0740	-0.1039	0.0569	0.9984	0.0570	0.2324	0.2320	-0.0132
17	-0.125	0.05468	0.0928	-0.0318	0.2475	0.9995	0.2450	0.2350	0.2278	-0.0576
18	0.013	0.02624	-0.6403	-0.0486				0.1628	0.1628	

	$\alpha_m^2 + \beta_m^2$	$18 \cdot B_r$	$\alpha_{1,m}$	$\beta_{1,m}$	$k''_{1,m}$	$k_{1,m}$	$K_{1,\tau}$
0	0.002601	4.4846	-0.0735		-1.4412		-0.1545
1	0.01893	-0.1116	-0.2007	-0.0869	-1.2588	0.9708	-0.1735 -0.2051
2	0.06290	-0.5930 -0.0752	-0.1142	-0.1350	-0.6976	-0.1025	-0.1911 -0.2175
3	0.1239	-0.8595 0.0988	-0.0442	-0.1830	-0.3743	-0.5821	-0.1411 -0.2412
4	0.1361	-1.1316 -0.0643	0.0509	-0.1186	0.0857	-0.3691	-0.1647 -0.1515
5	0.1325	-0.7244 0.0926	0.0663	-0.0943	0.1750	-0.2609	-0.1178 -0.0428
6	0.1037	-0.2720 -0.0662	0.1014	-0.0136	0.3153	0.0385	-0.1565 0.0373
7	0.05895	0.1416 0.1134	0.0458	0.0298	0.1572	0.1611	-0.1037 0.0379
8	0.05198	0.0885 -0.0744	0.0125	0.0242	0.0470	0.1098	-0.1416 -0.0052
9	0.05619	-0.0433 0.1071	0.0045	0.0122	0.0184	0.0518	-0.0802 0.0408
10	0.05702	0.1295 -0.0581	-0.0073	0.0120	-0.0286	0.0514	-0.1210 -0.0246
11	0.07400	-0.0848 0.1113	-0.0040	-0.0228	-0.0134	-0.0840	-0.0723 0.0177
12	0.06250	0.0858 -0.0636	0.0264	-0.0140	0.1116	-0.0409	-0.1168 0.0233
13	0.05290	0.1744 0.1180	0.0111	0.0157	0.0487	0.0679	-0.0636 -0.0138
14	0.07517	-0.0554 -0.0474	-0.0233	-0.0110	-0.0809	-0.0381	-0.1009 -0.0233
15	0.06471	-0.0205 0.1495	0.0230	-0.0416	0.1194	-0.1408	-0.0380 -0.0098
16	0.05400	-0.0164 -0.0025	0.0206	-0.0066	0.0901	-0.0233	-0.0747 -0.0439
17	0.05521	-0.0520 0.2280	0.0311	-0.0529	0.1835	-0.1858	0.0017 -0.0007
18	0.02650	0.1118 0.0224	-0.0383		-0.2353		-0.0498 ↑

Table 1. (b)

		calculated from the data up to the preced- ing month	observed			calculated from the data up to the preced- ing month	observed
1948	Jul.	-0.12	0.48	1950	Jan.	0.38	0.05
	Aug.	-1.03	0.45		Feb.	0.66	0.82
	Sep.	-0.73	-1.69		Mar.	0.18	-0.21
	Oct.	-0.52	-1.35		Apr.	-0.11	0.38
	Nov.	0.36	-1.07		May	0.12	0.74
	Dec.	1.07	1.59		Jun.	0.32	0.07
1949	Jan.	1.00	2.81	1951	Jul.	0.37	2.10
	Feb.	0.39	2.48		Aug.	0.67	1.74
	Mar.	-0.25	-2.33		Sep.	0.25	-0.25
	Apr.	-1.11	-2.47		Oct.	-0.24	-2.47
	May	-0.55	1.05		Nov.	-0.13	-0.21
	Jun.	-1.16	-1.07		Dec.	-0.24	-0.58
	Jul.	-0.54	-0.10		Jan.	-0.58	-0.94
	Aug.	-0.51	1.48		Feb.	-0.13	-0.31
	Sep.	-0.25	0.16		Mar.	-0.17	-0.15
	Oct.	-0.26	-0.25		Apr.	0.24	0.16
	Nov.	-0.01	-1.25		May	-0.29	1.09
	Dec.	0.43	-1.59		Jun.	0.25	0.18
					Jul.	0.54	-0.59
					Aug.	0.70	1.98

Fig. 2

Table 2. (a) Prediction of the trend with smallest period (M_{24}) of the monthly mean temperature at Sapporo.

	ρ_s	Φ_m (smoothed)	$\log_e \Phi_m$	Y_k	$\frac{1}{2}L_m'$	$\cos \frac{1}{2}L'$	$\sin \frac{1}{2}L'$	$\sqrt{\Phi_m}$	α_m	β_m
0	0.0706	0.00036	-3.930	0.365				0.0189	0.0189	
1	0.0098	0.00108	-2.832	1.043	-1.330	0.2385	-0.9711	0.0328	0.0078	0.0319
2	-0.0544	0.01188	-0.430	-3.382	-1.530	0.0407	-0.9991	0.1090	0.0044	0.1029
3	-0.0175	0.02448	0.291	-0.031	-1.373	0.1935	-0.9805	0.1561	0.0307	0.1531
4	0.0251	0.08424	1.525	-0.840	-1.300	0.2625	-0.9335	0.290	0.0761	0.2794
5	0.0113	0.14364	2.061	-0.071	-0.964	0.5702	-0.8215	0.378	0.2155	0.3105
6	-0.0078	0.27000	2.690	-0.457	-0.705	0.7615	-0.6481	0.520	0.3960	0.3370
7	-0.0057	0.38808	3.051	-0.054	-0.348	0.9401	-0.3409	0.623	0.5857	0.2124
8	0.0025	0.48060	3.268	-0.301	0.105	0.9945	0.1048	0.694	0.6902	-0.0727
9	0.0058	0.48672	3.282	0.022	0.489	0.8829	0.4697	0.697	0.6154	-0.3274
10	-0.0026	0.28188	2.734	-0.205	1.065	0.4846	0.8748	0.530	0.5268	-0.4636
11	-0.0061	0.20448	2.411	-0.036	1.067	0.4828	0.8757	0.451	0.2177	-0.3949
12	0.0069	0.12024	1.879	-0.127	1.890	-0.3137	0.9495	0.347	-0.1089	-0.3295
13	0.0041	0.02772	0.413	0.043	1.611	-0.0401	0.9992	0.1663	-0.0067	-0.1662
14	-0.0150	0.02088	0.132	-0.100	2.190	-0.5805	0.8143	0.1443	-0.0838	-0.1175
15	-0.0035	0.00216	-2.139	-0.049	1.709	-0.1377	0.9905	0.0465	-0.0064	-0.0461
16	0.0193	0.00252	-1.984	0.258	1.857	-0.2823	0.9093	0.0501	-0.0141	-0.0481
17	0.0024			-0.229	1.347	0.2218	0.9751			
18	-0.0188			0.217						

	$\alpha_m^2 + \beta_m^2$	$18 \cdot B_\tau$		$\alpha_{1,m}$	$\beta_{1,m}$	$k'_{1,m}$	$k''_{1,m}$	$K_{1,\tau}$	
0	0.000357	2.996		-0.0888		-4.7011		-0.9001	
1	0.001078	1.521	0.067	-0.2101	-0.0316	-2.4553	5.9886	-0.6936	0.0639
2	0.01188	-4.516	-0.024	-0.2316	-0.0939	-0.9466	2.0884	-0.4545	-0.9001
3	0.02438	-3.550	-0.008	-0.2207	-0.1240	-1.0565	1.2297	-1.0651	0.4450
4	0.08386	2.166	0.152	-0.2570	-0.2172	-0.9569	0.6592	-0.2822	0.3845
5	0.1428	1.408	0.010	-0.1907	-0.2935	-0.9256	-0.0283	-0.9723	-0.0422
6	0.2704	-0.559	-0.017	-0.1373	-0.4155	-0.7190	-0.4374	-0.4111	0.0333
7	0.3882	-0.375	0.041	-0.0012	-0.5045	-0.2779	-0.7606	-0.6562	-0.0472
8	0.4817	0.102	0.000	0.2222	-0.5254	0.3977	-0.7193	-0.5500	0.2167
9	0.4859	0.163	0.015	0.3832	-0.4542	0.7914	-0.3170	-0.4461	-0.0939
10	0.2809	0.068	0.002	0.4850	-0.1554	0.6999	0.6584	-0.5945	0.1545
11	0.2033	-0.143	0.007	0.3834	-0.1489	0.6997	0.5852	-0.2639	-0.0861
12	0.1204	-0.037	-0.019	0.4411	0.1219	-0.7324	1.0966	-0.6334	0.0956
13	0.02767	0.198	0.184	0.2415	0.0783	-0.5288	1.4318	-0.2222	-0.0367
14	0.02083	0.084	0.026	0.2560	0.1198	-1.7058	0.9622	-0.3111	-0.0267
15	0.002166	-0.226	-0.312	0.1449	0.0832	-2.1989	2.8381	-0.3584	-0.0528
16	0.002512	0.384	0.064	0.1414	0.0395	-1.5500	2.4858	-0.1833	-0.1045
17		0.109	0.247					-0.1183	-0.0572
18		-0.428	↑					-0.2356	↓

Table 2. (b)

	calculated from the data up to the preced- ing month	observed
1946 Jan.	-0.02	0.06
Jul.	0.43	0.63
1947 Jan.	0.40	0.19
Jul.	-0.62	-0.64
1948 Jan.	-0.45	-0.13
Jul.	1.09	0.63
1949 Jan.	0.34	0.14
Jul.	-0.69	-0.33
1950 Jan.	-0.50	0.09
Jul.	0.46	0.20
1951 Jan.	-0.21	-0.14
Jul.	-0.47	0.12

系列は、大体全区間にわたって定常条件をみたしていると考えてよいであろう。

そこでまず (11)~(21) 式を使つて、 S 系列の 4 ケ月先までの予報及び M_{24} 系列の 4 半年先までの予報を数例行つて、観測値と比較してみたが、あまり良好な結果は得られなかつた。(但しこの場合 M_{24} 系列においては、1 月と 7 月の値を表値として採用し、半年間隔の系列とした。)次にその都度前月値までを既知として 1 月づつ先の気温の予報値を (21) 式の代りに (23) 式を用いて求め、これを並べて実測値と比較すると、第 2 図及び第 3 図のようになり、 M_{24} 系列についてはかなり良好な結果が、 S 系列についてはほぼ実際の

Fig. 3

変動を平滑化したような結果が得られた。第 1 表及び第 2 表はこれらの計算を各段階毎に示したものである。また予報の自乗平均誤差は S 系列の場合は 0.56°C 、 M_{24} 系列の場合は 0.25°C であつて何れもかなり大きい。また最初の場合において、2 つ以上先の予報の誤差は、更に著しく大きくなることがわかつた。

これらの結果を総合すると、 M_{24} 系列において 1 つづつ先の予報値がかなり実測と合致していること、及び S 系列の予報値の列が、実際の変動を平滑化したものとほぼ平行になることは、Wiener の理論の正しさを証明するものであり、予報の誤差が相当に大きく、且つ 2 つ以上先になると急激に増加すること、及び S 系列において予報値の変動に比べて実測値の変動

がいちどしく大きいことは、少くとも上に用いた系列に関する限り、気温の比較的短期間の変動においては因果的な因子に比べて全く不規則な因子が支配的な役割を演じていることを示しているといえよう。従つて少くとも札幌の月平均気温の比較的近い将来の値を予報する場合には、1 つの系列のみを用いて予報を行う限り、原理的にこれ以上の精度を得ることは不可能であつて、そのためには多くの気象要素の観測系列を用いていわゆる“多重予報”を行うことがぜひとも必要になることが結論されるのである。もつとも、この計算においては、かなり長い区間にわたつての定常性を、視察によつて推定し仮定しており、また 24 ヶ月周期という比較的短い周期をもつ安定性の小さい変動までを長期傾向とみなしてとり除いているので、これらの点をよりこまかく吟味し、更にスペクトルの求め方、とくに p と n とのかね合いなどのことをもつと考えれば、多少精度をよりよくすることは不可能ではないと思われる。

最後にこの論文に興味をよせられ御討論をいただいた荻原教授及び気象学会で代読していただいた小河原氏に対して深甚なる感謝の意を表する。

文 献

- 1) K. Imahori and T. Kobayashi: 気象集誌 29, 365 (1951); 低温科学 9, (1953)
- 2) 今堀克巳: 予報研究ノート, 2, 1, (1951)
- 3) 今堀克巳: 予報研究ノート, 3, 1, (1952)
- 4) 小林禎作: 低温科学 9, (1953)
- 5) 小河原正巳: 応用統計学, 第 7 章
- 6) N. Wiener: “Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series” (1950)
- 7) 堀 淳一: 低温科学 9, (1953)
- 8) M. S. Bartlett: Biometrika XXXVII, (1950)
- 9) 開拓地気象調査報告, 第 5 部; 北部気象研究会誌, 第 2 号, (1951)
- 10) 中田良雄: 気象集誌, 21, (1943)