雨 滴 の 形 と 落 下 速 度

熊 井 基* 板 垣 和 彦*

Shape and Fall Velocity of Raindrops

By

Motoi Kumai & Kazuhiko Itagaki

Fac. of Sci., Hokkaidô University, Sapporo

(Manuscript received September 30, 1953)

Abstract

The shape and fall velocity of raindrops were observed by means of the photographs taken with a dark-field by electric sparks at 100 times/sec. 62 successful photographs of raindrops were obtained. Various waterdrops of known mass were taken in photograph after 11m fall in the state of still air, and the relation among the mass, fall velocity and deformation were observed. Raindrops and waterdrops were compared with each other in shape and fall velocity. In the state of still air, the shapes and fall velocities of raindrops and waterdrops were similar. The maximum fall velocity was 980 cm/sec, and the largest diameter was 0.51cm. The drag coefficient of raindrop is discussed on the basis of these data.

§ 1. 結 論

雨滴の落下速度は多くの研究者によつて測定されている。しかし雨滴が落下しているときの形状については不詳の点が多かつた。水滴の形状については孫野氏¹⁾及び Edgerton²⁾の写真による測定があるけれども、天然の雨については Kassner³⁾⁴⁾が電光によつて偶然写真にとつたものがある以外にないようである。雨滴の落下速度は変形などの原因によつて剛体とはかなり異つている。Spilhaus⁵⁾は落下中の雨滴の変形を理論的に求めて、その落下速度を算出したが、実測値からはかなりずれていた。今までの雨滴の落下速度の測定では、Lenard⁶⁾, Schmidt⁷⁾あるいは Laws⁸⁾のように落下速度とその直径を測定したものはあるが、落下速度と落下中の雨滴の形との関係を求めたものはなかつた。そこで筆者等は 50 サイクルの交流電源の電気火花を用いて、暗視野照明で天然の雨滴の写真を撮影して、雨滴の変形と同時に落下速度を求めた。特に驟雨性の降雨によつて測定をした。

§ 2. 方 法

天然の雨滴の撮影装置を第 1 図に示す。光源は 50 サイクルの商用交流を電圧 45,000V にあげ、亜鉛棒を電極として電気火花をとばした。この場合電極の尖端を丸くして、その間隔及び

* 北海道大学理学部物理学教室

Fig. 1. Arrangement of the apparatus.

A: Field of photograph.

B: Electrodes of zinc.

蓄電器の容量を適当に調節すると、交流の尖頭電圧の近くで放電させることができる。一度放電すると再び放電電圧に充電されないうちに電極の符号は反対になる。それで交流1サイクルで正と負の尖頭電圧によつて放電するので、周波数の2倍の火花放電を生じ、その時間的間隔は平均0.01秒である。しかし、各火花放電の時間的間隔には偏差があるが、1サイクルの放電の時間的間隔の偏差を測定してみると平均1.7%であつた。

カメラのレンズはF3.5, 焦点距離12.5 inchを用い、焦点深度は約1cmであつた。視野の大きさは縦30cm, 横10cmである。火花間隔が $\frac{1}{100}$ 秒*であるので、写真原板の像の大きさを $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{3}$ に調節して、大きな落下速度の雨滴についても原板に3個以上の像ができるように

した。写真の原板はフジ X 線間接撮影フィルムを長さ12cmに切つて用いた。

天然の雨滴の撮影の手順は、降雨の際に電気火花をとばして、雨滴が視野にはいるまで露出を続けた。従つて降雨頻度の大きな驟雨性の雨の撮影が便利であつた。測定装置は北海道大学理学部の三階建物の北側一階の窓から外側にとりつけ、建物等による影響をなるべく受けないように注意した。そして自然の状態の降雨現象をとらえた。別にはほとんど静止している空気中を11m落下した水滴の形状と終末速度を測定して、天然の降雨の場合との比較を行つた。

§ 3. 雨滴の形状と落下速度

雨滴の測定は昭和26年(1951)9月から10月にわたつて行つた。雨滴の大きさと落下速度及びその気象条件を第1表に示す。風速が大なるときは、雨滴が撮影視野にうまくはいらないので、風の息をみはからつて、撮影を行つた。代表的な雨滴の形は第2図及び第3図にみる如くである。風が弱いときは第2図aにみる如く、雨滴の底がやや扁平な半球状をなしている。この最大直径は0.51cmで、その体積は直径0.485cmの球に等しい。この落下速度は980cm/secで測定中最大のものであつた。この時は測定地の附近では雹まじりの激しい驟雨であつたので、下降気流もあつて落下速度を増したのであると考えられる。これはGunn & Kinzer⁹⁾の静止空気中の水滴の落下速度より80cm大であつた。第3図cは風が少し強いとき、うまく視野にはいつた所をとらえた写真である。雨滴の底は丸味を帯び、頭の方は尖つている、そ

* コンデンサーの容量または電極の間隙を調節すると1サイクルに正負2回の放電が起るようにできる。

Table 1. Fall velocity of raindrops.

Date Time	Diameter cm	Fall velocity cm/sec	Diameter cm	Fall velocity cm/sec	Air temp. (°C) Relative humidity (%)	Clud		Wind m/sec
6, Sep. 1951 11h 23-11h 55	0.105	333	0.16	393	15.6°C	Amount Form 7Fn	Altitude (m) 500	SSE, 4
	0.18	660	0.21	705	91%	3Cu	1.200	
	0.21	720	0.22	684				
10, Sep. 14h 15-14h 20	0.07	177			17.2°C	4Fs	400	ESE
					90%	1Cu	1.000	1.1
11, Sep. 1951 12h 10-12h 58	0.18	486	0.18	600	16.1°C	10Cb	1.300	SE
	0.20	672	0.24	765	85%			4.2
	0.26	696	0.39	750				
	0.39	825	0.42	774				
	0.42	831	0.45	846				
	0.51	980						
13, Sep. 1951 13h 30-13h 47	0.23	570	0.23	620	19.6°C	10Cb	1,100	SSW
	0.26	660			75%			5
20, Sep. 1951 14h 37-14h 40					15.8°C	5Cb	1,200	NW
	0.11	243	0.13	554	79%	2Cb	1,000	0.3
22, Sep. 1951 15h 30-15h 55	0.03	280	0.03	370	15.8°C	8Cu	1,100	NNW
	0.10	400	0.11	450	85%			1.3
	0.12	400	0.12	478				
	0.12	480	0.12	490				
	0.12	490	0.12	500				
	0.12	530	0.13	456				
	0.13	500	0.13	500				
	0.13	513	0.13	522				
	0.13	540	0.13	560				
	0.14	456	0.14	535				
	0.15	560	0.15	560				
	0.15	568	0.16	610				
	0.17	603	0.18	620				
	0.20	638	0.20	645				
	0.22	655	0.22	685				
	0.22	710	0.23	700				
	0.25	740	0.26	750				
	0.30	760	0.31	820				
1, Oct. 1951 13h 55-14h 20	0.14	485	0.14	485	15.0°C	8Cu	1,000	NW
	0.15	550			92%	2Fc	500	1.7

Fig. 2 Natural raindrops
at $\frac{1}{100}$ second
interval. $\times 1.1$

Fig. 3 Natural raindrops at $\frac{1}{100}$
second interval.
 $\times 1.3$

して $1/100\text{sec}$ 前の形状は写真のように、頭の方も丸味を帯びている。尖端の尖った雨滴は筆者等の測定中唯一つだけであつた。風があるとき、実際にはこのような形状を呈して、振動をしながら降っている場合が多いと考えられる。このような形状は静止している空気中を落下する水滴にはみられなかつた。

第 1 表の雨滴の大きさと落下速度に、Gunn & Kinzer⁹⁾ の水滴の測定結果を挿入してみると第 4 図になる。雨滴の落下速度は Laws⁸⁾ の測定値と大体同じ傾向であるが、測定値の範囲は、少し広い。筆者の測定結果は Gunn & Kinzer⁹⁾ の水滴の落下速度に比較すると、小数の例外を除いて $\pm 50\text{cm}$ の範囲内にあつた。このばらつきは測定を地上から約 2.5m の高さで行つたので建物等による空気の乱れ等に原因することも考えられる。

雨滴の最大直径 a とその高さ b との比と、この雨滴を球とした時の直径 d との間には、代表的な測定値をとつてみると、第 5 図の○印となる。そしてこの測定値のばらついていていることは落下中の雨滴が振動していることを示している。そこでこの雨滴の平均直径を求めるために水滴で実験を試みた。そして質量既知の水滴の終末速度の形状をしらべるこ

とにした。ガラス管の先端の太さを 4 種類選んで、それぞれの管について 100 滴の水滴をビーカーにつけて、質量を測定して、その水滴の直径が夫々 0.19 , 0.29 , 0.41 及び 0.49cm であることを知つた。これらの水滴を高さ 11m 直径 20cm の円筒の上から連続的に落して、第 1 図に示した装置の写真視野に落ちるように調節して、暗視野照明で水滴の写真を撮り、その形状と終末速度を求めた。その結果、落下速度は Gunn & Kinzer⁹⁾ の結果にはほぼ一致し、形状は第 2 図の雨滴に類似していた。4 種類の水滴について、終末速度の水滴の直径の平均 a

Fig. 4 Raindrop fall velocity by the authors, and the curve of Gunn and Kinzer obtained with waterdrops.

Fig. 5. Shape of raindrops, together with curves showing the results obtained with waterdrops by the authors (A) and theoretical results obtained by Spilhaus (B).

a: the largest diameter of raindrop or waterdrop.

b: the height of raindrop or waterdrop.

○ raindrop ● waterdrop

及び高さの平均 b を夫々測定してみると第2表のようになる。従つて直径が $0.1\text{cm} < d < 0.5\text{cm}$ の範囲で、 a 及び b についての実験式が成立つ。

$$a = \{1.08(d - 0.1) + 0.1\} \pm 0.004 \quad (1)$$

$$b = \{0.71(d - 0.1) + 0.1\} \pm 0.004 \quad (2)$$

第2表及びこの実験式から求めた $\frac{b}{a}$

は第5図の●印及び曲線Aにみる如くである。○印の雨滴は曲線Aをはさんで上下にばらついているので、曲線Aはまた落下中の雨滴の平均の形状を与えるものであると考えることができる。Spilhaus⁹⁾が理論的に求めた結果はB線に示す如くであつて、実測値A曲線の方が形状は扁平であることがわかる。また孫野氏¹⁾の水滴の形状の測定結果よりも一般に扁平であつた。

Table 2. Shape of waterdrop with terminal velocity

Equivalent waterdrop diameter (d)	Shape of waterdrop	
	mean diameter (a)	mean height (b)
0.19 cm	0.200 cm	0.160 cm
0.29	0.303	0.237
0.41	0.435	0.316
0.49	0.520	0.381

雨滴の抗力係数を求める際に、雨滴を球と仮定して、その直径 d を用いるよりむしろ上述の平均直径 a を使用した方が有意義であると考えられる。

§4. 雨滴の抗力係数

Gunn & Kinzer⁹⁾は静止している空気中を落下する水滴の抗力係数と Reynolds' number の関係を求めている。しかしここで彼等は落下中の水滴の形を球形としてとりあつたつてゐる。

そこで筆者は前章で求めた落下中の水滴の形を考慮して、抗力係数と Reynolds' number の関係を求めた。

水滴の平均直径を $\bar{a}$, 落下速度を v , 空気の密度を ρ , 抗力係数を c , 落下中のこの水滴に働く力を F とすれば,

$$F = \frac{1}{2} \rho v^2 \pi \left(\frac{\bar{a}}{2} \right)^2 c \quad (3)$$

水滴に働く重力を G , 質量を M とすれば,

$$G = Mg \quad (4)$$

しかるに、水滴が終末速度で自由落下しているとき、浮力を無視すれば G は落下水滴に働く力 F に等しい。かくして,

$$c = \frac{8Mg}{\pi \rho \bar{a}^2 v^2} \quad (5)$$

Table 3. Drag coefficient and Reynolds' number of raindrops

Equivalent drop diameter (d) cm	Largest diameter (a) cm	Reynold's number	Drag coefficient (c)
0.10	0.10	268.29	0.668
0.12	0.122	375.62	0.589
0.14	0.143	492.87	0.543
0.16	0.165	619.88	0.511
0.18	0.187	756.13	0.490
0.20	0.208	897.83	0.478
0.22	0.230	1054.7	0.461
0.24	0.251	1215.8	0.450
0.26	0.273	1374.8	0.447
0.28	0.294	1532.7	0.449
0.30	0.316	1695.6	0.452
0.32	0.338	1856.5	0.457
0.34	0.359	2018.3	0.464
0.36	0.381	2180.2	0.471
0.38	0.402	2336.0	0.483
0.40	0.424	2492.5	0.495
0.42	0.446	2646.2	0.509
0.44	0.467	2793.1	0.525
0.46	0.489	2938.5	0.542
0.48	0.510	3081.9	0.560
0.50	0.532	3219.4	0.580
0.52	0.553	3361.2	0.598
0.54	0.575	3500.0	0.618
0.56	0.592	3639.4	0.638
0.58	0.612	3775.2	0.657

ここで、天然の雨の地上付近に於ける落下速度は Gunn & Kinzer の水滴の測定に対して、 $\pm 50\text{cm}$ の範囲でばらついているのは風、下降気流、建物等による空気の乱流によるものであると考えられる。静止した空気中の、理想的な雨を考えれば Gunn & Kinzer の値に一致するとしてもさしつかえないと考えられる。そこで雨の落下速度として Gunn & Kinzer の測定値 v , (1) 式の平均直径 a を用い、(5) 式から c を求めれば、その結果は第 3 表の如くである。抗力係数 c について Gunn & Kinzer と比較してみると、一般に筆者の結果は小であつた。その程度は雨滴を球とみなしたときの直径 d 夫々 $0.22, 0.32, 0.42, 0.52\text{cm}$ のとき、 c は $9.1, 11.8, 12.8, 13.8\%$ 小であつた。従つて、Reynolds' number については夫々 $4.0, 5.5, 5.7, 6.2\%$ 大であつた。

御指導を賜つた北海道大学中谷宇吉郎教授及び本文を代読せられた気象研究所伊東疆自氏並びに研究の端緒を与えられ種々助言を賜つた横浜国立大学孫野長治教授に対し厚く謝意を表する次第である。

文 献

- 1) 孫野長治, 1952: 科学の実験, **3**, 4, pp. 10-13.
- 2) Edgerton, E. K. & G. R. Killian, 1939: Flash (Hale Publishing Co.)
- 3) Kassner, C. 1902: Met. Zeit., p. 82.
- 4) 岡田武松, 1951: 雨 (岩波書店)
- 5) Spilhaus, A. F. 1948: J. Meteor., **5**, pp. 108-110.
- 6) Lenard, P. 1904: Met. Zeit., **21**, pp. 248-262.
- 7) Schmidt, W. 1909: Sitz. Akad. Wiss. Wien., Mathem-naturw. Klasse, **118** (2A), pp. 71-84.
- 8) Laws, J. O. 1941: Trans. Amer. Geophys. Union, **22**, pp. 709-721.
- 9) Gunn, Ross & G. D. Kinzer, 1949: J. Meteor., **6**, pp. 243-248.