Everett 関数による鉄心材料のヒステリシス特性のシミュレーション

Simulation of Hysteresis Characteristics of Core Materials Using the Everett Function

山口俊尚・上田文人・山本栄作

福岡工業大学, 福岡市東区和白東 3-30-1 (〒811-02)

T. Yamaguchi, F. Ueda and E. Yamamoto

Fukuoka Inst. of Technology, 30-1, Wajirohigashi 3-chome, Higashi-ku, Fukuoka 811-02

The recent development of the numerical analysis of magnetic flux in electrical machines has given rise to a need for an accurate expression of the magnetic hysteresis process in core materials. In this investigation the idea of the Everett function, which is an integral form of the Preisach density function, was applied to simulate the hysteresis curves of practical core materials. The Everett function of various core materials was measured using a microcomputer-controlled hysteresis tracer and a mathematical formulation of the function was obtained. The formula can predict the hysteresis curves of the materials with good accuracy.

1. はじめに

数値計算による電気機器の磁界解析技術は最近長足の進歩を遂げてきた。解析精度を向上させるため、鉄心材料特性についても初磁化特性のみでなくヒステリシス特性をも考慮に入れた解析が行われつつあり^{1), 2)}, これに伴って精度の高いヒステリシス特性の数式的シミュレーションが要求されている。

ヒステリシス特性の数式的表現法としてこれまでいくつかの提案がなされているが^{3), 4)}, これらの中で、固定パラメータによって全磁化過程を表現できるという点において Preisach モデル⁵⁾は原理的に極めて優れた方法であり、磁気記録材料を中心として応用がなされている^{6), 7)}。上に述べた事情から電気機器鉄心材料への適用についても近年いくつかの研究が見られるが^{8), 9)}, 測定の困難さなどのために定量的な議論は少ない。

本研究では先に試作した自動ヒステリシス特性測定装置¹⁰⁾を用いて, Preisach 密度関数, 及びその積分形である Everett 関数⁹⁾の測定を各種の鉄心材料について行い, 後者がより実用的なヒステリシス特性シミュレーション法であることを明らかにした。また, 鉄心材料の Everett 関数の近似に適した数式を提案し, これを用いてかなり広範囲で良い精度のシミュレーションが行える

が, 一部に Preisach モデルの不完全性などに基づく適用限界もあることを明らかにした。

2. 理論及び測定方法

2.1 Preisach 分布関数と Everett 関数

Preisach モデルでは磁性体が Fig. 1 に示すような上昇保磁力 h_i と下降保磁力 h_k を持つ微小磁化要素から構成されていると考える。Preisach 分布関数は h_i - h_k 空間における磁化 M の密度関数,

$$P(h_i, h_k) = \frac{\partial^2 M}{\partial h_i \partial h_k} \quad (1)$$

として定義され, Fig. 1 に示されるような三角領域 (H_s は飽和磁界) の内部に存在する⁶⁾。

一方, Everett 関数⁹⁾も Preisach モデルに基づき, その積分形式,

$$E_v(H_1, H_2) = \int_{h_k}^{H_2} dh_i \int_{h_i}^{H_1} P(h_i, h_k) dh_k \quad (2)$$

で定義される。すなわち, $E_v(H_1, H_2)$ は磁界を H_1 から H_2 まで増加させ, Fig. 1 において斜線で示された領域に存在する磁化要素をすべて - から + へ反転させたときに生ずる磁化変化に対応する。

2.2 測定方法

Preisach 分布関数は (1) 式の定義に基づいて, 上昇または下降マイナーループ群から決定できる⁶⁾。これに対

Fig. 1 Preisach model and its definition area.

Fig. 2 Preisach distribution functions for various core materials. (a) Non-oriented Si-Fe, S10 (b) Grain-oriented Si-Fe, G7-H (c) Amorphous ribbon, 2605S2.

し、Everett 関数は最大磁界を変えた対称ヒステリシスループ群から決定することができる⁹⁾。Preisach 分布関数の測定操作がかなり複雑で、かつ測定誤差の影響を受けやすいのに比べて、Everett 関数の測定は容易である。

本論文では直流ヒステリシス特性を検討の対象とした。上記両関数とも、任意励磁関数発生機能を持つマイコン制御直流ヒステリシス特性測定装置¹⁰⁾を用いて、全自動化された測定を行った。

3. 測定結果

3.1 Preisach 分布関数

Fig. 2(a), (b), (c) にそれぞれ無方向性珪素鋼板 S10、方向性珪素鋼板 G7-H、アモルファスリボン 2605S2（磁界中焼鈍）の上昇マイナーループ群から測定された Preisach 分布関数を示す。ここで磁界軸は相对比较を容易にするため、各材料のメジャーループの保磁力 H_c で規格化し、縦軸 PD は (1) 式の P を飽和磁化で割った値で示している。どの試料についても $h_k/H_c = -1$, $h_i/H_c = 1$ 、すなわち巨視的保磁力の近傍で分布のピークが生じ、分布の急峻度が材料の特質をよく表している。この主ピークのはかに、その近傍に負の値を持つ谷とそれに隣接する尾根が見られ、直線 $h_i - h_k = 0$ 上にも一つのピークが見られる。これらの副ピークは直線 $h_i + h_k = 0$ に対し非対称に出現している。Preisach モデルの理念では分布関数は正で、 $h_i + h_k = 0$ に対し対称でなければならない。上記の副ピークに見られるようなモデルの理念との矛盾に対しては物理的原因を説明することができるが^{8), 11)}、総体的には、本来 Preisach 分布関数は磁化過程によらず不変であると仮定されているが、実験にはその一部が

変化すると考えられるところに原因を求められよう。このような Preisach モデルの不完全性の存在は、Everett 関数を含めて、このモデルに立脚した磁化過程のシミュレーションに一定の適用限界もあり得ることを示唆している。これについては 4. 節で詳しく述べる。

Fig. 2 に示される分布は複雑であり、これを精度良く数式表現することは困難である。

3.2 Everett 関数

Fig. 3 に Fig. 2 と同じ試料について対称ヒステリシスループ群から決定した Everett 関数を示す。測定原理⁹⁾から分かるように、Fig. 3 で H_1 または H_2 の一方を固定したときの E_v - H 曲線は対称ヒステリシス曲線そのものであり、関数は直線 $H_1 + H_2 = 0$ に関して対称となっている。関数形状は比較的単純であり、Preisach 分布関数に比べて数式化が容易である。したがって、次に Everett 関数に基づいたヒステリシス特性のシミュレーションについて述べる。

4. Everett 関数によるヒステリシス特性の近似

Everett 関数の近似式は一般のヒステリシス曲線のそれと同じく、曲線の立上り部、 H_c 近傍の直線部分及び飽和部の特徴を表現できることが必要であり、また Everett 関数独自の境界条件⁹⁾、

$$\begin{aligned} E_v(H_1, H_2) &= -E_v(H_2, H_1), \\ E_v(H_1, H_2) &= E_v(-H_2, -H_1) \end{aligned} \quad (3)$$

を満たされなければならない。これらの条件に適合する表現形式として、次式が考えられる。

$$\begin{aligned} E_v(H_1, H_2) &= f(-H_1 - H_c) \cdot f(H_2 - H_c) \\ &\quad - f(-H_2 - H_c) \cdot f(H_1 - H_c) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、

Fig. 3 Everett functions for various core materials. (a) Non-oriented Si-Fe, S10 (b) Grain-oriented Si-Fe, G7-H (c) Amorphous ribbon 2605S2.

$$f(H) = M \cdot r \left\{ \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(qH) + 1 \right\} + \frac{2M(1-r)}{1 + (1/2)(e^{-p_1 H} + e^{-p_2 H})} \quad (5)$$

である。ここで、 H_c はメジャーループ保磁力、 p_1, p_2 は、それぞれメジャーループの飽和部及び肩部の鋭さ、 r は H_c 近傍の直線的部分の割合、 q はその傾斜、また M は磁化の飽和値に関する量を表す。(5)式において第1項の逆正接関数はヒステリシス曲線の近似にしばしば用いられ、上記の直線的部分への適応性が良い。第2項はロジスティック関数の指数部を2項に分けたもので、上記の飽和部及び肩部それぞれへの適応性を良くするために付加した。

(5)式のパラメータを一意的に決定することは困難である。(4)式から次に述べる方法で描かせたメジャーループと実測メジャーループとを比較して最適と考えられるパラメータ値を推定する方法をここでは採ったが、上に述べたような各パラメータの意味を考慮しつつ行えば、この推定はさほど困難ではない。Table 1 に代表的な3種類の鉄心材料についてパラメータ値の例を示す。

(4)式を用いて、初磁化曲線上の磁界 H に対する磁化値 $M(H)$ は、

$$M(H) = \frac{1}{2} E_v(-H, H) \quad (6)$$

で求められ、これから磁界を H' まで減少させたときのヒステリシス曲線上の磁化値 $M(H')$ は次式で与えられ

る。

$$M(H') = M(H) + E_v(H, H') \quad (7)$$

このようにして、ある磁化状態 (例えば消磁状態) を出発点として、すべての磁化過程上の磁化値を (4) 式から計算できる。

Fig. 4 に方向性珪素鋼板 G7-H について、Table 1 のパラメータ値を用いて計算された対称ヒステリシスループ群 (実線) と実測ループ群 (○印) との比較を示す。磁束密度の平均二乗誤差は各ループとも 10% 以内である。

次に、同じパラメータを用いて計算された非対称マイナーループ群と実測値との比較を Fig. 5 に示す。非対称

Fig. 4 Comparison of simulated normal loops with measured results for grain oriented Si-Fe, G7-H. The circles show the measured points.

Table 1 Values of the parameters estimated for some typical materials.

Material	M	r	q	p_1	p_2	H_c
G7-H	0.95	0.55	2.4×10^{-1}	1.2×10^{-1}	8.0×10^{-1}	7.4
S10	0.87	0.25	5.4×10^{-3}	3.3×10^{-3}	6.4×10^{-2}	27.9
2605S2	0.84	0.85	6.3	1.8	1.8	4.1

(Values are indicated in SI units)

Fig. 5 Comparison of simulated minor loops with measured results for grain-oriented Si-Fe, G7-H. The circles show the measured points.

性の強い磁化条件下では、同図に見られるように計算曲線が帰路途中でオーバーシュート気味になることが分かる。なお、反転直後の磁化変化に対する近似精度は同図に見られるようにかなり良好であり、小振幅マイナーループ（いわゆるリコイルループ）に対する近似にはあまり問題がないことが確かめられた。

無方向性珪素鋼板についても、上記と同程度の精度でシミュレーションが可能であるが、高磁界と低磁界（例えば最大磁束密度 1.5 T 以上と以下）ではパラメータを変えた方が良い結果が得られる。アモルファスリボン 2605S2 については、方向性珪素鋼板と同程度の近似精度が得られた。

シミュレーションの誤差には二つの原因が考えられる。第 1 は Fig. 3 の Everett 関数に対する (4) 式の近似精度の不足に基づくものである。Fig. 3 は対称ヒステリシスループ群の実測から作られたものであり、これから、対称ループを正確に再現することができる。したがって、Fig. 4 に見られるシミュレーションの誤差は上の原因によるものである。一方、実測 Everett 関数から Fig. 5 のようなマイナーループを構成させると、同図の

シミュレーションと同様のオーバーシュートが生ずることが分かった。すなわち、この誤差には近似式に起因するもの以外に、Everett 関数そのものに内包される原因が関係しているものと考えられる。これらについて、Fig. 2 の Preisach 分布関数と比較しつつ詳細な検討を行ってみると、3.1 節で述べた Preisach モデルの不完全性が関与していることが理解される。

5. む す び

各種鉄心材料について、Preisach 分布関数及び Everett 関数の測定を行い比較検討した結果、後者の方が数式化が容易でヒステリシス特性のシミュレーションにより適していることを確認した。

また、Everett 関数の近似式を提案し、ヒステリシス特性の実測値と計算値の比較を行った。10% 程度の平均誤差を許容すれば、提案近似式によりかなり広範囲のシミュレーションが可能であることが分かった。

なお、シミュレーションの誤差には近似式に起因するもの以外に、Preisach モデルの不完全性に基づく原因もあることを示唆した。

文 献

- 1) 中田, 河瀬, 坪井: 第 7 回応用磁気学会講演会, 9aD-3 (1983).
- 2) 原田, 石原, 戸高: 電学論誌, **A107**, 1 (1987).
- 3) R. I. Potter and R. J. Schmulian: *IEEE Trans. Magn.*, **MAG-7**, 873 (1971).
- 4) J. Rivas, J. M. Zamarro and C. Pereira: *IEEE Trans. Magn.*, **MAG-17**, 1498 (1981).
- 5) F. Preisach: *Z. Phys.*, **94**, 277 (1935).
- 6) 田中, 大坪: 電気学会雑誌, **81**, 413 (1961).
- 7) S. Sawamura and S. Iwasaki: *IEEE Trans. Magn.*, **MAG-6**, 646 (1970).
- 8) M. A. Coulson and R. R. S. Simpson: *Proc. IEE*, **124**, 895 (1977).
- 9) R. M. Del Vecchio: *IEEE Trans. Magn.*, **MAG-16**, 809 (1980).
- 10) 山口, 上田: 日本応用磁気学会誌, **9**, 259 (1985).
- 11) 島野, 津屋: 東北大電通談話会記録, **35**, 142 (1966).

1987 年 12 月 7 日受理, 1988 年 2 月 12 日採録