飽和を考慮した回転機のパーミアンス分布とその解析方法

Analysis of Permeance Distribution of Rotating Machines Considering Magnetic Saturation

井出一正・伊藤元哉・高橋身佳・辻 英治*・八坂保弘*・高橋典義**

(株)日立製作所日立研究所, 日立市久慈町 4026 (☎319-12)

* (株)日立製作所日立工場, 日立市幸町 3-1-1 (☎317)

**茨城大学教育学部, 水戸市文京 2-1-1 (☎310)

K. Ide, M. Ito, M. Takahashi, E. Tsuji*, Y. Yasaka* and N. Takahashi**

Hitachi Res. Lab., Hitachi Ltd., 4026, Kuji-cho, Hitachi, Ibaraki 319-12

*Hitachi Works, Hitachi Ltd., 3-1-1, Saiwai-cho, Hitachi, Ibaraki 317

**Ibaraki Univ., 2-1-1, Bunkyo, Mito, Ibaraki 310

In this paper, the authors propose a method of analyzing permeance distribution of rotating machines. The proposed method enables us to consider non-linear characteristics of iron cores in regard to magnetic saturation. Representing the non-linear characteristics, the relation between flux density and magnetomotive force is approximated by power series. Permeance variations caused by magnetic saturation are calculated by the harmonic balance method. The analytical results show the ability of the method in analyzing saturatable higher harmonic characteristics of the rotating machines qualitatively.

Key Words: permeance, magnetic saturation, rotating machine, harmonic balance method, higher harmonic

1. ま え が き

近年、回転機の設計においては、小形・軽量化、低コスト化が要求され、出力密度の増加を目指した限界設計が推進されている。そのため一方では、各種高調波の発生に起因する電圧・電流波形歪みなど、高調波発生に起因する諸現象の顕在化が起こりつつある。したがって、回転機の電気設計においては、基本波主体の従来設計に加え、高調波特性解析・評価の必要性が生じている。

以上の課題を解決するため、筆者らは回転機の機械構造および鉄心の飽和、双方を考慮できる高調波解析手法の構築を目的とし、まずその基礎となるパーミアンス分布の記述に関する考察を行った。すなわち、従来報告されているスロット・パーミアンス脈動の考えに加え¹⁾、鉄心の飽和特性を考慮したパーミアンス分布の記述方法を提案した。本方法では、飽和特性の考慮にあたり、飽和特性のベキ級数展開近似を空間領域に適用するととも

に非線形磁気応用機器の解析などに用いられる調波平衡法による解析²⁾を行い、無負荷時における発電機のパーミアンス分布について解析例を示した。

その結果、提案方法に基づけば、飽和の進行に伴いパーミアンス平均値が低下し、飽和によるパーミアンス脈動が発生することおよび飽和によってスロット脈動が変調されることなど、定常時の飽和を考慮したパーミアンス分布のモデル化が可能であることが明らかとなった。

本論文は、以上の成果について報告するものである。

2. 飽和を考慮したパーミアンス脈動

2.1 パーミアンス脈動の定義

Fig. 1 に開放スロット構造を有する回転機の断面を示す。図において、回転子および固定子には、それぞれスロットが設けられ、巻線が納められている。本報告では、

Fig. 1 Cross section of the open slot type rotating machine.

図示の機械を交流励磁形同期機³⁾とし、回転子側巻線および固定子側巻線を、それぞれ界磁巻線および電機子巻線と考える。さらに交流励磁形同期機は、界磁側の起磁力が2磁極ピッチで正弦波状となるような直流で励磁すれば、同期機としての運転を行うことが可能であり、以下、このような直流励磁かつ無負荷の場合について、定常時の飽和を考慮したパーミアンス脈動の計算を例示する。

開放スロット構造の回転機においては、スロットにより、空間的なパーミアンス分布の脈動が発生すること、鉄心の磁気特性が非線形性を示すことによって空間的なパーミアンス脈動が発生することなどが高調波の発生要因となる。以下では、これら双方の影響を考慮した。

定常状態における回転機ギャップ近傍のパーミアンス分布を、飽和を考慮して次式のように考えてみた。

$$p(x, t, f) = P_0(f) \cdot k_s(x, t, f) \cdot k_r(x, t) \quad (1)$$

ここに、 x : 固定子に固定された周方向座標、 2π が2磁極ピッチに相当、 t : 時刻、 f : 界磁巻線による起磁力、 $P_0(f)$: 平滑パーミアンス成分、 $k_s(x, t, f)$: 飽和によって発生するパーミアンス脈動分布係数、 $k_r(x, t)$: スロットによるパーミアンス脈動を示す分布係数

$P_0(f)$ 、 $k_s(x, t, f)$ 、 $k_r(x, t)$ の各項は、機械の運転状態、機械構造、構成部材の磁気特性などによって規定されることになる。一方(1)式のように、これら各項は周方向位置、時刻および起磁力の関数となる。

2.2 調波平衡法による解析方法

本節では、前節に示した平滑パーミアンス成分 $P_0(f)$ および飽和によるパーミアンス脈動分布係数 $k_s(x, t, f)$ の考え方および解析方法について述べる。

飽和によるパーミアンスの変化は、起磁力の大きさおよび空間的分布に依存する。したがって、飽和によるパーミアンス分布の考察に先立ち、界磁起磁力分布を導出してみる。前述のように、界磁巻線が直流で励磁されている場合、界磁電流分布 $j(x, t)$ は、空間高調波および時間高調波のいずれも含まれ、次式のようになる⁴⁾。

$$j(x, t) = \sum_k a_k \cdot \cos\{k(x - \omega t)\} \quad (2)$$

(2)式において a_k は次のようになる。

$$a_k = \begin{cases} \frac{3}{\pi k} (-1)^m & k = 6m + 1 \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \\ \frac{3}{\pi k} (-1)^{m-1} & k = 6m - 1 \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \\ 0 & \text{上記以外の } k \end{cases} \quad (3)$$

界磁電流によって形成される界磁起磁力は、次式のよう

な界磁電流分布の空間積分形式によって与えられる。

$$f(x, t) = \sum_k \frac{a_k}{k} \cdot \sin\{k(x - \omega t)\} \quad (4)$$

式より、界磁起磁力には多くの高調波成分が含まれるものの、各高調波の振幅は基本波の数%程度と小さいことがわかる。したがって、以下では、界磁起磁力の基本波分布のみ考慮して飽和特性の記述を行ってみた。

いま、磁束密度と起磁力の飽和特性の記述に際し、ヒステリシスを無視した非線形性のみ考慮するものとする。

Fig. 2 はスロットの影響を無視し、磁束密度分布 b と起磁力分布 f の非線形性を示したものである。図において、 u は起磁力に同期した座標系の座標である。いま、起磁力 f が正弦波状に分布し、飽和特性は磁束密度 b と起磁力 f の関係を規定する bf 曲線によって表現されるものとする。このとき磁束密度 b の分布には、非線形性により、高調波成分が含有されることになる。

ここで、起磁力 f は磁束密度 b の関数で表現し、 $f = f(b)$ とおく。更に bf 曲線における第1象限と第3象限の対称性から、 $f = f(b) = -f(-b)$ となり、起磁力 f をベキ級数展開で表現すれば、

$$f = f(b) = r_1 b + r_3 b^3 + r_5 b^5 + \dots \quad (5)$$

のような b の奇数次のみの関数で近似することができる。

一方、起磁力分布 f を $f = F \sin u$ のように、 u の変化に対して正弦波状に分布するものとする。このとき、パーミアンス分布を空間の座標 u および起磁力振幅 F の関数 $p_s(u, F)$ とすれば、次式のような平滑成分と2磁極ピッチに対して2の倍数次となる脈動成分の和として推定できる⁵⁾。

Fig. 2 Non-linearity between flux density and magnetomotive force.

$$p_s(u, F) = \sum_{n=0,1,\dots} P_{s(2n)}(F) \cos(2nu) \quad (6)$$

以上の関係式に対し、パーミアンス分布 p_s の直流成分 P_{s0} 、第2調波成分 P_{s2} および第4調波成分 P_{s4} を考慮した調波平衡法を適用すれば、 P_{s0} 、 P_{s2} および P_{s4} を未知数とする代数方程式を得ることができる。

一方、界磁起磁力は、時間とともに固定子座標 x の正方向へ角速度 ω で移動するものとすれば、上記の座標 u は、以下のように置き換えることができる。

$$u = x - \omega t \quad (7)$$

以上の関係式 (6), (7) 式を整理すれば、(1) 式における $P_0(F) \cdot k_s(x, t, f)$ は、次式のようになる。

$$P_0(F) \cdot k_s(x, t, F) = \sum_{n=0,1,\dots} P_{s(2n)}(F) \cos\{2n(x - \omega t)\} \quad (8)$$

上式において、起磁力 f 依存性は、起磁力振幅 F 依存性に表記を改めている。一方、(8) 式において $P_{s(2n)}(F)$ は、平滑パーミアンスと当該成分脈動係数の積として、

$$P_{s(2n)}(F) = P_0(F) \cdot Q_{s(2n)}(F) \quad (9)$$

のように置き換えておく。

2.3 スロット脈動を考慮したパーミアンス分布

本節では、前節の考察に加え、スロットの存在に起因するパーミアンス脈動を考慮する。

いま、回転子、固定子のスロット脈動を考慮したパーミアンス脈動の分布係数 $k_r(x, t)$ は、双方のスロットの影響として、次式のように考えることができる。

$$k_r(x, t) = k_{rr}(x, t) + k_{rs}(x) \quad (10)$$

ここに、 $k_{rr}(x, t)$: 回転子スロットによる脈動の分布係数、 $k_{rs}(x)$: 固定子スロットによる脈動の分布係数

まず、回転子スロットの影響の1次近似として、スロット数に対応した正弦波状脈動のみ考慮すれば、(10) 式における $k_{rr}(x, t)$ は次のように表記できる。

$$k_{rr}(x, t) = 1 + Q_1 \cdot \cos\{k_1(x - \omega t)\} \quad (11)$$

ここに、 Q_1 : 回転子スロットによるパーミアンス脈動振幅係数、 k_1 : 極当たりの回転子スロット数

同様に、固定子スロットの影響の1次近似として、 $k_{rs}(x)$ は次のように表記できる。

$$k_{rs}(x) = 1 + Q_2 \cdot \cos(k_2 x) \quad (12)$$

ここに、 Q_2 : 固定子スロットによるパーミアンス脈動振幅係数、 k_2 : 2 極当たりの固定子スロット数

さらに Q_1 と Q_2 の積が1より十分小さいとすれば、スロットによるパーミアンス脈動の分布係数 $k_r(x, t)$ は、次式のように表記できる。

$$k_r(x, t) = 1 + Q_1 \cdot \cos\{k_1(x - \omega t)\} + Q_2 \cdot \cos(k_2 x) \quad (13)$$

以上導出した (1), (8), (9), (13) 式を整理し、パーミアンス

分布 $p(x, t, F)$ を計算すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} p(x, t, F) = & P_0(F) [1 + Q_1 \cos\{k_1(x - \omega t)\} \\ & + Q_2 \cos\{k_2 x\} + Q_{s2}(F) \cos\{2(x - \omega t)\} \\ & + Q_{s4}(F) \cos\{4(x - \omega t)\} + \dots \\ & + \frac{Q_1 \cdot Q_{s2}(F)}{2} [\cos\{(k_1 + 2)(x - \omega t)\} \\ & + \cos\{(k_1 - 2)(x - \omega t)\}] + \dots \\ & + \frac{Q_2 \cdot Q_{s2}(F)}{2} [\cos\{(k_2 + 2)x - 2\omega t\} \\ & + \cos\{(k_2 - 2)x + 2\omega t\}] + \dots] \end{aligned} \quad (14)$$

上式より、飽和時においては、未飽和時に認められない第4項以降の脈動成分が発生することがわかる。

3. パーミアンス分布の計算例

本章では、前章で導出した関係式によるパーミアンス分布の計算例を示す。まず、飽和によって発生するパーミアンス脈動を計算するため、前章の (5) 式に示したベキ級数近似によって飽和を記述する。以下では、起磁力分布 f を磁束密度分布 b の5次式で近似した。

Fig. 3 は、上記の5次式近似で飽和特性を表現した場合の磁化曲線を示す。ここでは、前出 (5) 式における係数 r_1, r_5 をそれぞれ1とおき、 r_3 を0とした。ただし、これらの値は、実測の近似でなく、定性的に飽和特性を表現したものであり、以下の解析結果は傾向のみ論ずることに留めるものとする。

Fig. 4 は、Fig. 3 の磁化曲線を設定したときの平滑成分パーミアンス $P_0(F)$ 、飽和による2次の脈動パーミアンス振幅 $P_0(F) \cdot Q_{s2}(F)$ および4次の脈動パーミアンス振幅 $P_0(F) \cdot Q_{s4}(F)$ と起磁力振幅 F の計算結果を示す。図を見ると、平滑パーミアンスは起磁力の増加とともに減少し、2次および4次の脈動パーミアンス振幅は起磁力の増加に伴い増加してくることがわかる。

Fig. 5 は、Fig. 4 に示したパーミアンス振幅を用い、時刻 t が零の場合について、前出 (8) 式を計算した結果を示す。ここで、(8) 式はスロットの影響を無視し、飽和によるパーミアンスの空間分布のみ考慮したものであ

Fig. 3 Approximated b-f curve.

Fig. 4 Calculated permeance amplitude variations.

Fig. 5 Calculated permeance distributions without the influence of the slots.

Table 1 Constants for calculations of permeance distribution

Coefficient of rotor slot ripple	Q_1	0.10
Coefficient of stator slot ripple	Q_2	0.75
Number of rotor slots per 2 poles	k_1	30
Number of stator slots per 2 poles	k_2	24
Coefficients of approximated b-f curve	r_1	1.00
	r_3	0.00
	r_5	1.00

る。これをみると、起磁力の増加に伴い、飽和によるパーミアンス脈動が現れてくることがわかる。

以上の計算に加え、以下ではスロットによるパーミアンス脈動を考慮した計算結果を示す。

Table 1 は、以下の計算に用いた各定数を示す。これらの値は、固定子側からみたスロット脈動を想定して設定したものである。

Fig. 6 は、Table 1 の定数などを用いて計算したパーミアンスの空間分布であり、時刻 t が零のときについて示した。これをみると、起磁力振幅の増加、すなわち飽和の進行に伴い、パーミアンス脈動が変調されてくることがわかる。

(a) Permeance Distribution in case of $F=0$

(b) Permeance Distribution in case of $F=0.8$

(c) Permeance Distribution in case of $F=1.4$

Fig. 6 Calculated permeance distributions.

4. あとがき

回転機の機械構造と飽和による脈動成分を考慮したパーミアンス分布の解析方法を提案し、本方法に基づいたパーミアンス分布の計算例を示した。本論文は、機械内部のパーミアンス分布の記述について、定性的な立場から考察したものであるが、本解析手法は、従来困難であったパーミアンス脈動と非線形磁気特性との関係が相互に考慮できる点に特徴を有していると考えられる。

文 献

- 1) 石崎ほか：電学論 B, 106, 6 (1986).
- 2) 田所ほか：日本応用磁気学会誌, 14, 2 (1990).
- 3) 田村ほか：電学論 B, 103, 2 (1983).
- 4) 井出ほか：投稿中
- 5) 石橋ほか：電学論 D, 110, 8 (1990).

1990年11月28日受理, 1991年2月28日採録