数値計画法を用いたアンジュレータの最適調整

Adjustment of Magnetic Field Using the Mathematical Programming Method for an Undulator

宮田浩二・大橋 健

信越化学工業(株)磁性材料研究所, 福井県武生市北府 2-1-5 (〒915)

K. Miyata and K. Ohashi

Magnetic Materials R & D Center, Shin-Etsu Chemical Co., Ltd., 2-1-5, Kitago, Takefu, Fukui 915

An undulator using permanent magnets is effective against generating synchrotron radiation light with high brilliance. Since mass-produced magnets have some distributions in their magnitudes and orientations, the magnetic field obtained from the magnet array deviates from the ideal form. In this paper, an optimum adjusting method for the undulator has been developed by using the mathematical programming method. An objective function W , was introduced, which indicates the extent of deviation between a measured and an ideal magnetic field. When the value of W is minimized, optimum magnet positions are obtained from an iterated calculation. This method was successfully applied to the Halbach type undulator both in calculation and an actual model undulator.

Key words: undulator, permanent magnet, synchrotron radiation, optimum adjusting method, mathematical programming method

1. ま え が き

近年, 電気機器設計の分野では, 有限要素法, 磁気モーメント法を初めとする電磁場解析手法と数値計画法などの最適化手法を併用して設計の効率化を図った事例が報告されている^{1), 2)}.

工業製品は製造上, 構成する部品に特性ばらつきがあり, 組立寸法のばらつきもある. 精密な機器を提供する際, こういった部品のばらつきは設計どおりの性能が得られないなどの問題を引き起こし, 最終的には何らかの調整が必要となってくる.

そこで本報告は, 調整にも設計の場合と同じように電磁場解析手法と最適化手法を併用することを提案し, 具体例として, 精密な磁場調整が必要であるアンジュレータの磁気回路を取り上げた. まず本手法による磁場調整の効果をシミュレーションにより確認し, 次に実際のモデルに適用し, その有用性を示した.

2. 磁気回路

アンジュレータの構造を Fig. 1 に示す. ギャップを挟んで上下に永久磁石を並べ, その磁化方向はギャップに正弦波の周期磁場が発生するように配置されている³⁾. ギャップ中を電子が通過する時, 電子はローレンツ力を受け, 蛇行運動をしながら放射光を放つ. アンジュレータでは蛇行電子軌道の幾つもの山で放射光が干渉し合って, 高輝度の放射光を得ることができる.

3. 磁場調整

3.1 基本条件

アンジュレータの基本条件としては二つある. 一つは, 電子は電子蓄積リングを回転し, アンジュレータはその途中に挿入されているので, 装置の入口と出口で電子の軌道に変位を生じないことである⁴⁾. もう一つは, 蛇行電子軌道の山で放射光が干渉し合って強い放射光を得るので, 電子軌道の山が揃うことである.

3.2 電子軌道

電子軌道は, 運動方程式を解くと次式のように周期磁場の 2 乗で表され, 磁場を調整すれば希望の電子軌道を得られることがわかる⁴⁾.

$$\Delta X = (0.2997/E) \iint B_y dz dz \quad (1)$$

Fig. 1 Schematic design of the Halbach type undulator.

Fig. 2 Analyzed model of the Halbach type undulator.

ここで ΔX は X 方向の電子の変位で B_y は周期磁場 (y 方向の磁場), Z は電子の進行方向である. なお, E は GeV 単位の電子エネルギーである.

3.3 磁場調整方法

Fig. 2 に示すように, ギャップの磁場を調整するために永久磁石の位置を移動できる機構を磁気回路に付加した. ギャップの磁場が条件を満足するよう数値計画法^{5),6)}を用いて永久磁石の最適位置を求めた. 以下に最適位置の決定法を述べる.

Fig. 2 に示すように電子の通るギャップの中心軸上に n 個の評価点 $P_i (i=1, n)$ をおき, 各点における理想的な電子の変位を $T_{0i} (i=1, n)$ としてこれを満足する永久磁石の移動量を求める. m 個の永久磁石の移動量を $A_j (j=1, m)$ として, 数値計画法を用いて求めるためには, 次式の目的関数 W を最小化する A_j を決定すればよい.

$$W = \sum_{i=1}^n [\{T_{0i} - T_{mi}\} - \{T_i(A_j) - T_{0i}\}]^2 \quad (2)$$

ここで $T_i(A_j)$ は永久磁石の移動量を A_j とした時の点 P_i の電子の変位である.

今回は調整を目的としているので点 P_i における測定値 T_{mi} を含んでいるのが特徴である. つまり目的関数としては調整量を比較する必要があるので, (2) 式は測定値の理想電子軌道からのずれと, それに対する調整量の差の 2 乗の形になっている. なお, 電子の軌道 T_{0i} , T_{mi} および $T_i(A_j)$ は (1) 式により磁場の値から計算される.

(2) 式を最小化するためには, 次式を解くことになる.

$$\frac{\partial W}{\partial A_j} = 0 \quad (3)$$

(3) 式は非線形方程式であるので反復計算によって解く必要がある. 本報告ではガウス・ニュートン法^{5),6)}を用いた.

(1) 式の磁場を求める方法としては有限要素法, 積分

Fig. 3 Flow chart of the optimum adjusting method.

方程式法などがあるが, ここでは積分方程式法を用いた.

積分方程式法によれば, 永久磁石の作る磁場は次式の様な簡単な形で表される⁷⁾.

$$B = -\frac{1}{4\pi} \text{grad} \iint \frac{\sigma_m}{r} ds \quad (4)$$

$$\sigma_m = M \cdot n \quad (5)$$

ここで, σ_m は表面磁荷と呼ばれる. M は永久磁石の磁化密度で一定とした. n は磁極面の法線ベクトル, r は微小磁極面 ds と磁場計算点 P_i の距離である.

さらに, アンジュレータ磁気回路のように永久磁石の磁極面が正方形, あるいは長方形なら磁場は解析的に計算できる. したがって, ガウス・ニュートン法で使う目的関数の一階・二階の微分係数が解析的に求まり計算時間が短くなる.

以上のようにすれば, 積分方程式法と数値計画法を併用して永久磁石の最適位置を求めることができる. Fig. 3 には永久磁石の位置調整の手順をフローチャートにまとめた. 実際には磁場測定および位置調整の誤差で 1 回の調整では不十分であり, 一連の流れを 2~3 回行うことで希望の値を得た.

Table 1 Parameters of the model undulator

Electron energy	$E = 2.5 \text{ GeV}$
Period length	$\lambda_u = 12 \text{ cm}$
Number of period	$N = 26$
Magnet size	$Sw=3 \text{ Sh}=3 \text{ Sd}=12 \text{ cm}$
Magnetization	$M = 1.2 \text{ T}$
Gap	$g = 8 \text{ cm}$

Fig. 4 Magnetic field (a) and electron orbit (b) for a random magnet arrangement.

4. 適 用

4.1 計算モデル

まず本手法をモデルを使ってシミュレーションした。Table 1 にアンジュレータの仕様を示す。永久磁石としてはNd-Fe-B磁石を使用し、この特性ばらつきは磁化の絶対値が $\pm 1\%$ 、角度が 1° とした。

Fig. 4(a) に調整前の中心軸上の磁場分布を示す。磁場強度は約0.2 Tで両端の1周期を除くピークのばらつきはレンジで1.9%である。この計算では組立の誤差は考慮しておらず、磁石の特性ばらつきが影響している。この時の電子軌道をFig. 4(b)に示す。磁石特性のばらつきのために電子軌道がずれてゆくようすが分かる。なお、X方向の単位は μm であり、電子のふれというのはわずかである。

そこで、本報告の数値計画法によって、永久磁石の最適位置を求めた。Fig. 4(a) で得られた磁場を測定値と考え(2)式の T_m とした。また永久磁石にばらつきを持たない理想の場合の磁場より理想的電子軌道 T_α を計算した。本手法によって得られた電子軌道をFig. 5(b)に示す。アンジュレータの条件である入口と出口で変位

Fig. 5 Magnetic field (a) and electron orbit (b) for the optimum adjusting arrangement.

がなく、かつ軌道が揃っていることが満足されている。Fig. 5(a)には調整後の磁場分布を示す。ピーク磁場のばらつきはレンジで1.8%で、調整前とほとんど変化ないように見えるが、部分的に $\pm 0.01\text{T}$ 程度の範囲で微妙に調整されている。

従来よりアンジュレータの磁場調整についての報告がなされている^{8)~10)}。この中では、永久磁石の持つ特性誤差を互いに打ち消し合うように永久磁石を配置して、ピーク磁場のばらつきをできるだけ小さくしている。しかし、特性の誤差を完全に打ち消すことは困難であり、電子軌道を装置の入口と出口の変位を無くすることはできるが、軌道の山が揃うまでには至らない。これに比べ、本手法では目的関数を電子の軌道そのものにとっている

Table 2 Parameters of the miniature model undulator

Electron energy	$E = 1 \text{ GeV}$
Period length	$\lambda u = 4 \text{ cm}$
Number of period	$N = 12$
Magnet size	$Sw=1 \text{ Sh}=1 \text{ Sd}=5 \text{ cm}$
Gap	$g = 2 \text{ cm}$

Table 3 Magnetic properties of Nd-Fe-B magnets

[SEREM N33H]	
Residual flux density	$B_r = 1.18 \text{ T}$
Coercive force	$bH_c = 892 \text{ kA/m}$
	$iH_c = 1433 \text{ kA/m}$
Maximum energy product	$(BH)_m = 262 \text{ kJ/m}^3$

Fig. 6 Distribution of the magnetic properties. (a), magnetization; (b), orientation $\Delta\theta_x$; (c), orientation $\Delta\theta_y$.

ので、ピーク磁場を無理に揃えなくとも部分的に最適な磁場調整を行うことで理想的な電子軌道が得られた。

4.2 実機

次に実際に小型アンジュレータを製作し本手法の有効性を確認した。Table 2 にアンジュレータの仕様を示す。永久磁石の特性ばらつきはFig. 6のように磁化の絶対値が $\pm 0.8\%$ 角度が 0.5° であった。

組立直後の電子軌道を計算するとFig. 7(a)のように入口と出口で変位が発生している。永久磁石の特性ばらつきのみならず、組立寸法のばらつきが起因している。本手法で調整するとFig. 7(b)のように軌道の揃った良好な電子軌道を得ることができた。なお、永久磁石の調整回数は3回であり、移動量は0.1 mm以内であった。

5. まとめ

アンジュレータの調整に数値計画法を用いることで迅速かつ精密な磁場調整が行えた。この結果より、理想的な電子軌道を得るには磁場のピーク値を揃える必要はなく、部分的に調整すればよいことが明らかになった。

本手法は他の精密磁場調整にも有効である。今後、磁

Fig. 7 Electron orbit in the miniature model undulator. (a), a random magnet arrangement; (b), the optimum adjusting arrangement.

場解析で鉄心などの非線形性を考慮し、適用範囲を広めてゆく。

文 献

- 1) N. Takahashi, T. Nakata and N. Uchiyama: *IEEE Trans. Magn.*, **MAG-25**, 4144 (1989).
- 2) K. Miyata, Y. Tawara, Y. Matsui & K. Ohashi: *COMPEL*, **9**, 115 (1990).
- 3) K. Halbach: *Nucl. Instrum. & Methods*, **187**, 109 (1981).
- 4) 山本: 日本放射光学会第2回講演会予稿集, p. 19, 日本放射光学会 (1989).
- 5) R. H. Gallagher and O. C. Zienkiewicz (川井, 戸川監訳): 最適構造設計, 培風館 (昭52).
- 6) 相吉, 志水: 数値計画法演習, 朝倉書店 (昭和60).
- 7) 竹山: 電磁気学現象論, p. 263, 丸善 (昭54).
- 8) A. P. Cox and B. P. Youngman: *SPIE Proc.*, **582**, 91 (1985).
- 9) S. Yamamoto, T. Shioya, S. Sasaki and H. Kitamura: *Rev. Sci. Instrum.*, **60**, 1834 (1989).
- 10) G. Isoyama: *Rev. Sci. Instrum.*, **60**, 1826 (1989).

1990年11月30日受理, 1991年2月28日採録