磁壁運動の非平衡動力学とカオス

Nonequilibrium Dynamics and Chaos of Domain-Wall Motion

奥野 光・本間琢也

筑波大学構造工学系, つくば市天王台 1-1-1 (〒305)

H. Okuno and T. Homma

Inst. of Engng. Mechanics, Univ. of Tsukuba, 1-1-1 Tennoudai, Tsukuba, Ibaraki 305

The study of magnetic domain-wall motion is important in the fields of both power-magnetic microcores and magnetic recording applications. The non-linear differential equation of the Bloch wall motion is obtained by modification of the Landau-Lifshitz-Gilbert equation. The terms of the non-linear force of restitution and eddy current damping are added, and the equation is solved by using the fourth Runge-Kutta method. The tendency for the amplitude of magnetic domain-wall motion to decrease with an increase in the frequency of the CoZrMo/SiO₂ multilayered core is reproduced well by computer simulation. The irregular oscillation of the domain wall is found to be chaotic because a fractal structure is observed in the Poincaré map. This result leads to a method for investigating energy loss and irregular phenomena (error or noise in magnetic recording systems) arising from magnetic domain-wall oscillation.

Key words: chaos, fractal, domains, domain walls, imaging of domain, theory of domain-wall motion, CoZrMo/SiO₂

1. ま え が き

ソフト磁性薄膜は、高周波化、小型化に適した特性を持つことから、マイクロ磁心や磁気ヘッドへの応用として各方面で盛んに研究開発が行われている。両デバイスを励磁界の大きさの点で比較した場合には、おおむねマイクロ磁心は大振幅励磁、磁気ヘッドは小振幅励磁と異なる。また、マイクロ磁心はエネルギー損失の低減、磁気ヘッドは wiggle 現象などによるノイズ防止が検討課題として挙げられている。このように一見、目的も問題点も異なるようではあるが、いれも磁壁運動と深い関連があるという観点にたてば両者を統一的立場から研究することができると考えられる。本研究では、新たに非線形復元力項を加えた磁壁運動方程式を提示する。4 次のルンゲ・クッタ法により磁壁運動をシミュレーションした結果を、振幅の時間波形、位置・速度状態空間図形、

ポアンカレ断面図を用いて示す。CoZrMo/SiO₂ 多層膜における磁壁振幅の周波数特性の実験結果を再現できること、またパラメータ値によりバルクハウゼンジャンプやカオスの振動が生ずることを報告する。振幅の周波数特性とエネルギー損失の関連性、カオスの振動とノイズの問題の関連性について議論する。

2. 計算モデルおよび実験方法

スピンの動力学を扱うためには Landau-Lifshitz の運動方程式¹⁾、あるいは Gilbert により制動の高次項も含んだ形に修正された Landau-Lifshitz-Gilbert の運動方程式²⁾が有用であることは良く知られている。本研究ではエネルギー損失も含めて扱うため、以下に示す Landau-Lifshitz-Gilbert の運動方程式を基礎とする。

$$\frac{d\mathbf{I}}{dt} = -\gamma(\mathbf{I} \times \mathbf{H}) + \frac{\alpha}{I_s} \left(\mathbf{I} \times \frac{d\mathbf{I}}{dt} \right) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{I}$: 磁化、 I_s : 飽和磁化、 $\mathbf{H}$: 外部磁界、 t : 時間、 γ : ジャイロ磁気定数、 α : ギルバートの制動係数。

(1) 式の右辺第 1 項が慣性項、第 2 項が制動項を表す。この式から 1 枚のプロット磁壁に対する運動方程式を導くと以下の式³⁾となる。

$$\frac{2\mu_0(1+\alpha^2)}{\gamma^2 \Delta} \frac{d^2 x}{dt^2} + \left(\frac{8\pi\mu_0 I_s \alpha}{|\gamma| \Delta} \right) \frac{dx}{dt} = 2 I_s H \quad (2)$$

ここで、 x : 磁壁の運動座標、 μ_0 : 真空の透磁率、 Δ : 磁壁幅パラメータ。

(2) 式を導出するためのモデルは以下のようなものである。磁性体内部に 1 軸異性があり、その方向を z 軸とする。 zy 平面に平行に広がった無限平面プロット磁壁が 1 枚存在し、外部磁界は z 方向に印加される。磁壁は zy 平面に垂直な x 方向に運動する。また、外部磁界によって磁壁内の磁化が xy 平面内で y 軸に対してなす歳差角 ϕ は、十分小さいことが仮定されている。この条件を満たす外部磁界の大きさは、Table 1 の物性値の試料の場合、およそ数百 A/m 以下と考えられる。シミュレー

ションにおける外部磁界は、0.35～11A/m であるから、上記条件を満たす範囲である。

次に (2) 式を以下のように修正する。左辺第 2 項は緩和制動 (relaxation damping) のみであるから、渦電流制動 (eddy current damping)⁴⁾ も考慮する。また、磁壁には磁性体内部の種々の原因に基づくポテンシャルによって、元の位置に戻ろうとする力が働く。この復元力ポテンシャルとして内部応力によるものを考える。波長 l の $\cos$ 関数で変化する内部応力を考えると、応力異方性で生ずる磁壁エネルギー U_w は以下の式⁵⁾で表される。

$$U_w = k\delta \frac{3}{2} \lambda \sigma = k\delta \frac{3}{2} \lambda \left(p - \sigma_0 \cos \frac{2\pi x}{l} \right) \quad (3)$$

ここで、 k, p, σ_0 : 定数、 δ : 磁壁幅 $=\pi\Delta$ 、 λ : 磁歪定数、 σ : 応力、 l : 応力の波長。

したがって復元力は次式で表される。

$$\frac{\partial U_w}{\partial x} = k\delta \frac{3}{2} \lambda \sigma_0 \frac{2\pi}{l} \sin \frac{2\pi x}{l} \quad (4)$$

また応力による保磁力 H_c は次式⁶⁾で表される。

$$H_c = \frac{3\pi k \lambda \sigma_0}{2I_s} \quad (5)$$

(4), (5) 式を考慮し、また外部磁界を角速度 ω で変化する交流磁界とすると次式が得られる。

$$\frac{2\mu_0(1+\alpha^2)}{\gamma^2\Delta} \frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{8\pi\mu_0 I_s \alpha}{|\gamma|\Delta} + \frac{16dI_s^2}{\pi^2\rho} \right) \frac{dx}{dt} + \frac{2\delta H_c I_s}{l} \sin \frac{2\pi x}{l} = 2I_s H \cos \omega t \quad (6)$$

ここで、 d : 磁性体の厚さ、 ρ : 磁性体の電気抵抗率。

また (6) 式の左から順に慣性項、制動項、復元力項、外部強制力項と呼び、それぞれの係数を M, K, R, B とする。

(6) 式は非線形微分方程式のため解析的には解けない。そこで 4 次のルンゲ・クッタ法を用いて、計算機による数値実験を行う。計算結果を、CoZrMo/SiO₂ 多層膜⁷⁾ における磁壁振幅の周波数特性の実験結果と比較するために、この試料の物性値を計算パラメータに選んだ。用いた値を Table 1 に示す。計算結果の可視化とカオスの判定のため、振幅の時間波形、位置・速度状態空間図形、ポアンカレ断面図を用いる。ルンゲ・クッタ法における時間刻み幅は、安定性を考慮して外部強制力の 1 周期当たり 100～20,000 ステップで計算し、1 ns を上限とした。

磁壁の振幅を実験的に求めるため、磁区画像処理法⁸⁾を用いる。最初に、試料を消磁し静止磁区画像を取り込む。次に交流の外部磁界により磁壁振動をおこさせた励磁画像を取り込む。静止画像と励磁画像の差分をとることにより、磁壁が振動した領域のみを抽出する。この面

Fig. 1 Relation between the amplitude of magnetic domain-wall motion and the frequency of the external magnetic field.

Table 1 Values of parameters for calculation

Thickness of magnetic film	d	1 μm
Electrical resistivity	ρ	140 $\mu\Omega\text{cm}$
Magnetic domain-wall width	δ	0.1 μm
Coercive force	H_c	4.8 A/m
Saturation magnetization	I_s	0.46 Wb/m ²
g factor		2
Wave-length of internal stress	l	1 μm
Relaxation frequency $\lambda = \alpha \cdot \gamma \cdot I_s / 4\pi \cdot \mu_0 = 1 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$		

Table 2 Values of coefficients, magnetic field, and initial values for Fig. 1

Mass of domain wall	$M = 1.66 \times 10^{-9} \text{ kg/m}^2$
Damping coefficient	$K = 7.8 \times 10^{-2} \text{ kg/sm}^2$
Restitution coefficient	$R = 0.44 \text{ kg/ms}^2$
Magnetic field	$H = 11 \text{ A/m}, 50 \text{ k} \sim 1 \text{ MHz}$
Initial values	$x = dx/dt = 0$

積から磁壁の振動振幅の平均値を計算する。

3. 実験結果および考察

Fig. 1 は磁壁振動の振幅の周波数特性における計算結果と実験結果を示す。Table 1 から計算した各係数の値を Table 2 に示す。外部磁界は、保磁力の 2.3 倍の 11A/m に設定し、大振幅励磁を行っている。振幅の計算値 (実線) は 50 kHz から 1 MHz までの周波数変化に對して、0.4 mm から 0.02 mm まで減少する。実験値 (点線) の示す周波数増加に伴う減少の傾向が再現されている。

磁壁振幅は、磁化の程度を表すので透磁率と関連させることができると考えられる。また振幅の減少は制動項

Table 3 Values of coefficients, magnetic field, and initial values for Figs. 2, 3, and 4

Mass of domain wall	$M=1.66 \times 10^{-9} \text{ kg/m}^2$
Damping coefficient	$K=7.8 \times 10^{-6} \text{ kg/sm}^2$
Restitution coefficient	$R=0.44 \text{ kg/ms}^2$
Magnetic field	$H=0.5 \text{ A/m, 10 MHz}$
Initial values	$x=dx/dt=0$

Fig. 2 Time-waveform of the chaotic oscillation of a domain wall in one potential well.

Fig. 3 State-space on the position and velocity corresponding to Fig. 2.

によるエネルギー散逸として理解できる。したがって振幅の周波数特性は、エネルギー損失の周波数特性を直接扱うことのできる指標として使えると考えられる。

次に磁壁がカオス振動を起こす場合について述べる。Fig. 2 は、制動係数を $K=7.8 \times 10^{-6}$ とした時の 1 個のポテンシャルウェル中での時間波形を示す。計算に用いた各係数の値を Table 3 に示す。外部磁界は、保磁力の 1/10 倍の 0.5A/m に設定し、小振幅励磁を行っている。外部磁界が正弦波であるにもかかわらず、磁壁は不規則な振動をする場合のあることがわかる。Fig. 3 は、位置・速度状態空間図形を示す。描かれる軌道が一定せず有限の範囲をうろついていることから、Fig. 2 の振動には周期性がないことが推定される。Fig. 4 は、ポアンカレ断面図を示したものである。この図は状態空間図形を一定の断面で切断した断面図に相当し、今の場合には外部磁界の 1 周期ごとにおいて、磁壁の位置と速度をプロットしたものである。したがってプロット点が分散していることは、振動が周期性を持たないことを示している。また点が存在しない領域（窓）が繰り返し現れる自己相

Fig. 4 Poincaré map corresponding to Fig. 2 at the section of nT ($n=0, 1, 2 \dots n, T$: one period).

Table 4 Values of coefficients, magnetic field, and initial values for Figs. 5, 6, and 7

Mass of domain wall	$M=1.66 \times 10^{-9} \text{ kg/m}^2$
Damping coefficient	$K=1.73 \times 10^{-2} \text{ kg/sm}^2$
Restitution coefficient	$R=0.2668 \text{ kg/ms}^2$
Magnetic field	$H=0.35 \text{ A/m, 2 MHz}$
Initial values	$x=dx/dt=0$

Fig. 5 Time-waveform of chaotic oscillation with a Barkhausen jump of the domain wall.

似性を持っている。窓の部分には折りたたみ構造があることから、状態空間でのアトラクターが層状になっていることがわかる。以上のように、ポアンカレ断面図はフラクタル構造を持ち、状態空間でのアトラクターはストレンジアトラクタであることから、Fig. 2 の磁壁振動はカオスであることがわかる。

磁壁がバルクハウゼンジャンプを伴いながら、カオス振動を起こす場合について述べる。Table 4 に計算に用いた各係数の値を示す。Fig. 5 は磁壁振動の時間波形である。1 個のポテンシャル内部で振動する場合と隣のポテンシャルへジャンプする場合の両方の現象が計算されている。Fig. 6 の状態空間図形には、ポテンシャルの周期に対応して、軌道のまとまりも同じ $1 \mu\text{m}$ の周期で繰り返されていることが示されている。Fig. 7 のポアンカレ断面図には、軌道の折りたたみと重ね合わせが観察され、Fig. 5 のバルクハウゼンジャンプを伴う磁壁振動もカオスであることがわかる。

Fig. 6 State-space on the position and velocity corresponding to Fig. 5.

Fig. 7 Poincaré map corresponding to Fig. 5 at the section of nT ($n=0, 1, 2 \dots n, T$: one period).

磁壁がカオスのような不規則振動を起こすことは、磁気ヘッドに不必要なノイズを発生させたり、記録再生誤りの原因となると考えられる。使用する磁性材料の物性値、外部磁界の大きさや周波数範囲に対して、磁壁振動がどのような挙動を示すのかを明らかにすることは、設計ルールの確立のために有用であると考えられる。

4. まとめ

非線形復元力項を加えた磁壁運動方程式を導出した。4次のルンゲ・クッタ法により磁壁運動をシミュレーションした結果を、振幅の時間波形、位置・速度状態空間図形、ポアンカレ断面図を用いて解析した。その結果、CoZrMo/SiO₂多層膜における磁壁振幅の周波数特性の実験結果を再現できた。またパラメータ値によりバルクハウゼンジャンプやカオスの振動が生ずることを見いだした。磁壁振幅の減少は制動項によるエネルギー散逸として理解できる。したがって振幅の周波数特性は、エネルギー損失の周波数特性を直接扱うことのできる指標として使えると考えられる。磁壁のカオス振動は、磁気ヘッドのノイズ発生、記録再生誤りの原因となると考えられる。磁性材料の物性値、外部磁界の大きさや周波数範囲と、磁壁振動の相関を明らかにすることは、設計ルール確立に有用であると考えられる。

文 献

- 1) L. Landau and E. Lifshitz: *Phys. A Sov. Union*, 8, 153 (1935).
- 2) T. L. Gilbert: *Phys. Rev.*, 100, 1243 (1955).
- 3) J. C. Slonczewski: *Int. J. Magn.*, 2, 85 (1972).
- 4) H. J. Williams, W. Shockley and C. Kittel: *Phys. Rev.*, 80, 1090 (1950).
- 5) 例えば太田恵造: 磁気工学の基礎 II, p. 300, 共立出版, 東京 (1978).
- 6) 同上, p. 301.
- 7) H. Okuno, T. Kirita and Y. Sakaki: *J. Appl. Phys.*, 69(8), 5939 (1991).
- 8) 奥野 光, 飯沼卓也, 榊 陽: 第15回日本応用磁気学会学術講演概要集, p. 363 (1991); 奥野 光, 飯沼卓也, 榊 陽: 平成四年電気学会全国大会講演論文集 [14], 14-65 (1992).

1992年11月18日受理, 1993年2月2日採録