SPICE のための磁化特性の表現方法に関する一検討

A Consideration of Representing Magnetic Characteristics in SPICE

阿部真二・一ノ倉 理・渡邊忠昭・秦泉寺敏正

東北大学工学部, 仙台市青葉区荒巻字青葉 (〒980)

S. Abe, O. Ichinokura, T. Watanabe and T. Jinzenji

Faculty of Engng., Tohoku Univ., Aramaki, Aoba, Aoba-ku, Sendai 980

This paper describes a magnetic circuit model for use in SPICE, which is a general-purpose circuit simulation program. The proposed model is a combination of the Jiles-Atherton model for dc hysteresis and a nonlinear current source for an eddy current. It can thus express the B - H loop over a wide range from the dc to the ac frequency region. On the basis of this model, we demonstrate the circuit simulation of a magnetic amplifier in this paper.

Key words: SPICE, Jiles-Atherton model, magnetic device model, magnetic amplifier

1. ま え が き

磁気デバイスと半導体デバイスで構成される電気電子機器の設計においては、過渡状態も含めた回路特性を正確に予測しておく必要がある。汎用の回路シミュレーションプログラムである SPICE は解析の種類が多く、半導体デバイスの組み込みモデルも豊富なため、電子回路設計の分野に広く使用されている。しかしながら、SPICE シミュレーションにおいては、半導体デバイスと比較し、磁気デバイスのモデルについては十分な検討がなされていないようである。

SPICE に適用されている磁気デバイスモデルとして、磁壁動作を考慮した Jiles-Atherton モデル¹⁾が提唱されているが、モデルパラメータの決定が必ずしも容易でなく、動特性の表現が困難などの問題を有している。

一方、Pei らは、非線形従属電流源を組み合わせることにより、非線形磁心の飽和とヒステリシスを表現する方法を提案している²⁾。この手法はモデルパラメータの決定が容易であるが、静特性まで含めた周波数特性の表現には問題を残している。

本論文においては、上記の諸問題を改善することを目的とし、Jiles-Atherton モデルのパラメータの簡便な決定法を提案した。ついで、Pei らの手法の物理的な意味について若干の検討を行った。さらに、これらの二つのモデルを併用することにより、各々のモデルの欠点を補

完し、磁気特性近似精度の向上を図った。換算したモデルに基づいて、磁気増幅器の回路シミュレーションを行ったところ、比較的良好な結果が得られた。

2. Jiles-Atherton モデル

モデルの概要 Jiles-Atherton モデルでは、磁化 M と磁界 H の関係は以下の連立方程式より求められる¹⁾。

$$H_e = H + \alpha M \quad (1)$$

$$M_{an} = M_s \left\{ \coth \left(\frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right\} \quad (2)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\delta k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad (3)$$

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (4)$$

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (5)$$

ここで、 H_e は実効磁界、 M_s は飽和磁化、 M_{an} は非ヒステリシス磁化であり、 M_{irr} および M_{rev} は各々磁化の非可逆および可逆成分である。また、 α および a は各々磁場および形状のパラメータ、 k は単位体積当たりの磁壁の受ける束縛エネルギーである。 c は、初磁化率を χ_{in} 、非ヒステリシス磁化曲線における原点の磁化率を χ_{an} とし、

$$c = \chi_{in} / \chi_{an} \quad (6)$$

で与えられる係数である。 δ は磁界増加時には $+1$ 、減少時には -1 の値をとる係数である。

パラメータ α , a , c および k を適切に選ぶことにより種々の形状のヒステリシスループが表現される。

モデルパラメータの決定 Jiles-Atherton モデルのパラメータ決定法についてはすでに文献 3 に示されている。Fig. 1 は、この方法をフローチャートにまとめたものである。同図のように、この方法においては、磁界、磁化、磁化率などの入力データ数が 9 個と多く、またパラメータを決定するまで繰り返し計算を必要とすることから実用的には問題を有する。

ここでは、パラメータの簡便な決定法について検討を行った。供試磁性体の M - H ループが Fig. 2 で与えられ

Fig. 1 Process of the model parameter decision suggested by Jiles.

るものとする。同図において、実線が初期磁化曲線も含めたヒステリシス曲線、破線が非ヒステリシス磁化曲線を示す。ヒステリシス曲線を実測することにより、飽和磁化 M_s 、初磁化率 χ_{in} 、保磁力 H_c が得られる。いま、(2) 式において $H_c = a$ とすれば次式が得られる。

$$M_{an} = M_s \{ \coth(1) - 1 \} \quad (7)$$

Fig. 2 の破線で示される非ヒステリシス曲線上、(7) 式で与えられる磁化に対応する動作点を P_a とし、 P_a に対応する磁界を H_a とすれば、(1) 式より

$$H_a = a - a \cdot M_s \{ \coth(1) - 1 \} \quad (8)$$

を得る。一方、非ヒステリシス磁化曲線の原点における磁化率 χ_{an} は、次式で与えられる³⁾。

$$\chi_{an} = \frac{M_s}{3a - aM_s} \quad (9)$$

(8), (9) 式より a および a を求めると次式が得られる。

$$a = \frac{3\chi_{an}H_a - M_s}{\{4 - 3\coth(1)\}\chi_{an}M_s} \quad (10)$$

$$a = \frac{\chi_{an}H_a - \{ \coth(1) - 1 \} M_s}{\{4 - 3\coth(1)\}\chi_{an}} \quad (11)$$

M_s は既知なため、 H_a および χ_{an} が与えられれば、(10) 式および (11) 式より a および a が決定される。しかしながら非ヒステリシス曲線を実測することは困難であるため、ここでは、ヒステリシスループがある程度飽和領域まで達しているときには、非ヒステリシス磁化曲線がほぼループ中央を通ることに着目して χ_{an} を決定し、 H_a は Fig. 2 に示すように、(7) 式に対応するヒステリシス

Fig. 2 H_1 and H_2 explaining H_a .

Fig. 3 Process of the model parameter decision used in this paper.

曲線上の磁界を H_1, H_2 として

$$H_a = (H_1 + H_2) / 2 \quad (12)$$

により求める。これにより a および a が決定される。 χ_{in} 、 χ_{an} が与えられているので、 c は (6) 式から求められる。 k は、種々の値を代入し得られたヒステリシスループの保磁力が実測と一致するように、内挿法により決定する。

Fig. 3 に以上のパラメータ決定の手順を示す。Fig. 1 のプロセスと比較して、入力データ数が 5 個に減少し、計算も簡略化していることが了解される。

計算結果 Fig. 3 の方法により、パラメータ決定を行った。Table 1 は、実測による直流ヒステリシスループのポイント値と、それより決定したパラメータを示したものである。Fig. 4 は実測によるループと計算したモデルとを比較したものである。同図 (a) はフェライト 3100B, (b) は方向性ケイ素鋼板 GT-1 である。計算値と実測値は比較的良好な一致を示していることがわかる。

しかしながら、(1)~(5) 式には時間依存要素が含まれていないことからわかるように、Jiles-Atherton モデルでは周波数特性の表現は困難と考えられる。

Table 1 Characteristics of the measured hysteresis loop and selected model parameters

(a) 3100B ferrite, (b) GT-1 oriented silicon steel.

	(a)	(b)
Points obtained by the hysteresis curve		
B_s [T]	0.50	1.96
μ_{in}	1184	620
μ_{an}	1659	48731
H_a [A/m]	79.1	19.8
H_c [A/m]	16.3	31.0
H_m [A/m]	500	1000
Hysteresis parameters obtained by the points		
M_s [A/m]	3.97×10^5	1.56×10^5
α	4.40×10^{-5}	2.89×10^{-4}
a [A/m]	83.0	161
k [A/m]	43.0	32.0
c	0.624	0.191

3. Pei の方法²⁾

磁心の動特性を表現する手法として良く知られている Chua 型モデルでは、 B - H 特性は次式で表される⁴⁾。

$$H = (1/\mu)B + (1/s)dB/dt \quad (13)$$

ここで、 B は磁束密度、 μ は透磁率、 s はヒステリシス係数である。

(13) 式に基づき、飽和およびヒステリシスを表現するためには、第 1 項は B 、第 2 は dB/dt の非線形関数として表す必要がある。非線形関数としてべき級数近似を採用し、ヒステリシス曲線の対称性を考慮すれば、

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)B = \alpha_1 B + \alpha_m B^m \quad (14)$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)\frac{dB}{dt} = \beta_1 \left(\frac{dB}{dt}\right) + \beta_3 \left(\frac{dB}{dt}\right)^3 + \dots + \beta_n \left(\frac{dB}{dt}\right)^n \quad (15)$$

と置くことができる。ここで m, n は奇数である。(13) 式に (14), (15) 式を代入し、 $H = Ni/l$, $B = \phi/S$ (i は励磁電流、 ϕ は 1 ターン当たりの磁束、 N は巻数、 l は平均磁路長、 S は有効断面積) と置き換え、

$$Ni = \alpha_1 \phi + \alpha_m \phi^m + b_1 \left(\frac{d\phi}{dt}\right) + b_3 \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^3 + \dots + b_n \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^n \quad (16)$$

とする。さらに、 $\phi = (N/a_1) \cdot i_0$, $d\phi/dt = v/N$ と置き換え、

$$i = i_0 + A_m i_0^m + B_1 v + B_3 v^3 + \dots + B_n v^n \quad (17)$$

とする。 $L = N^2/a_1$ とすれば、

$$A_m = \alpha_m \cdot (l/N) \cdot (L/NS)^m \quad (18)$$

(a) 3100B ferrite.

(b) GT-1 oriented silicon steel.

Fig. 4 Comparison of the hysteresis curves measured and the Jiles-Atherton model.

Fig. 5 Magnetic device model for SPICE suggested by Pei and Lauritzen.

$$B_{2k-1} = \beta_{2k-1} \cdot (l/N) \cdot (1/NS)^{2k-1} \quad (19)$$

である。ここで k は整数である。(17) 式は、Fig. 5 の Pei らによる 2 個の従属電流源を用いた磁気デバイスの SPICE モデルに一致する²⁾。同図における従属電流源 F および G は、飽和およびヒステリシスを表現している。

Pei らのモデルでは、直流では (17) 式右辺第 4 項が零となるため、直流ヒステリシスの表現は困難と考えられる。

4. Jiles-Atherton モデルと従属電流源の併用

静特性と動特性を表現するため、静的磁界成分を Jiles-Atherton モデル、動的成分を Pei らのモデルのヒステリシス成分で与えられるものとした。すなわち、(17) 式の右辺第 1, 第 2 項を、Jiles-Atherton モデルで与えられる電流 i_j に置き換えれば、次式が得られる。

$$i = i_j + B_1 v + B_3 v^3 + \dots + B_n v^n \quad (20)$$

係数の決定には、より広い周波数領域で利用できるよう、直流から 5 kHz の範囲で、 H_c 対 dB/dt 特性を測定

Fig. 6 Relation between H_c and dB/dt during sine-voltage excitation.

Fig. 7 SPICE simulation circuit.

し、得られた特性曲線から最小2乗法を適用することにより決定した。Fig. 6は、正弦波電圧励磁条件で、周波数を変化させた場合の $(dB/dt)_{\max}$ 対 H_c の実測をし、これを5次べき級数で近似したものである。材料は50%パーマロイで、 $\beta_1 = 2.03 \times 10^{-2} \text{ s} \cdot \text{A} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}$ 、 $\beta_3 = -1.79 \times 10^{-9} \text{ s}^3 \cdot \text{A} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{T}^{-3}$ 、 $\beta_5 = 6.28 \times 10^{-17} \text{ s}^5 \cdot \text{A} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{T}^{-5}$ である。近似が良好であることが了解される。係数 B_{2k-1} は(19)式より換算される。

5. SPICE シミュレーション

換算したモデルの妥当性の検討のため、半波型自己帰還磁気増幅器の動作解析を行った。本回路は、リセット半サイクル時に磁化特性が動特性と静特性の間の値をとるので、制御特性を計算するためには静特性と動特性の双方を良好に表現し得るモデルが必要とされていた。

Fig. 7にシミュレーション回路を示す。鉄心材料には50%パーマロイを想定した。図中の鉄心の磁化特性は、Jiles-Athertonモデルで静的成分を表現した。 v_L の多項式で表される従属電流源 G_L は、過電流に相当する。モデルパラメータは、 $M_s = 8.75 \times 10^5 \text{ A/m}$ 、 $a = 2.70 \times 10^{-8}$ 、 $a = 0.421 \text{ A/m}$ 、 $k = 18.5 \text{ A/m}$ 、 $c = 1.73 \times 10^{-3}$ を採用した。また、べき級数係数はFig. 6のものをを用いた。

Fig. 8に、シミュレーションによる制御時のマイナーループを示す。磁束のリセットが静特性と動特性の間で行われていることが了解される。Fig. 9に、制御特

Fig. 8 Comparison of minor loop, static, and dynamic characteristics.

Fig. 9 Control characteristic.

性の実測値と計算値との比較を示す。高い角形比の磁化特性の近似にはJiles-Athertonモデルで誤差が生じるため、Fig. 9でも実測値と計算値に差異が認められるが、定性的には一致していることが了解される。

6. あとがき

以上、SPICEの磁気デバイスモデルであるJiles-Athertonモデルのパラメータの簡便な決定法を提唱した。さらに、動特性と静特性が表現可能なSPICEモデルとして、Jiles-Athertonモデルと従属電流源を併用する方法について検討を行った。磁気増幅器のSPICEシミュレーションを行った結果、制御特性が定性的に計算可能になった。このモデルは、比較的簡便な手法で静特性と動特性の双方のヒステリシス特性を表現可能なため、種々の応用機器の回路シミュレーションに有用と考えられる。

文 献

- 1) D. C. Jiles and D. L. Atherton: *J. Magn. Magn. Mat.*, **61**, 48 (1986).
- 2) D. Pei and P. O. Lauritzen: *IEEE Trans. Power Electronics*, *PE-1*, 101 (1986).
- 3) D. C. Jiles: *IEEE Trans. Magn.*, **28**, 27 (1992).
- 4) L. O. Chua and K. A. Stromsmoe: *IEEE Trans. on Circuit Theory*, *CT-17*, 564 (1970).

1993年10月14日受理, 1994年1月28日採録