磁心損失・空隙を考慮した環状磁心のシミュレーション

Numerical Simulation of a Reactor Taking into Account

the Hysteresis, Eddy Current and Gap Effects

福島健太郎・岩原正吉・山田外史

金沢大学工学部附属電磁場制御実験施設、石川県金沢市小立野 2-40-20

K. Fukushima, M. Iwahara, and S. Yamada

Laboratory of Magnetic Field Control and Applications,

Faculty of Engineering, Kanazawa University,

2-40-20 Kodatsuno, Kanazawa 920-8667

(1999 年 10 月 27 日受理、2000 年 1 月 25 日採録)

Electrical technology has recently erupted into a wide area. Due to this knowledge explosion, it is difficult to take time to study individual items in detail. To obtain knowledge of the object item in less time, numeric simulation is a useful and effective method. We present in this paper, a simulation model and simulation scheme for a reactor using a ring core. Various simulations were performed, and the results are shown for demonstration.

Key words:

reactor, ring core, nonlinear magnetic characteristics, hysteresis, eddy current, CAI

1. はじめに

電気機器はその磁心材料の非線形性、ヒステリシス、うず電流等により複雑、難解な挙動を示す。これらについてはこれまでに多くの研究がなされ、その原理、メカニズムについての報告が数多くなされている^{1)~6)}。これらの解明は、任意の機器についてその機器に現れる挙動、現象の推測を可能とした。その手段として種々のシミュレーションが広く用いられており、その事例もまた多い^{5)~8)}。そこで本研究では、最近新しい学習法として注目されている CAI (Computer Assisted Instruction)^{9)・10)}を用いた電気機器の学習法について着目する。CAI による電気機器の学習は、従来の実験主体の学習法に比べ設備、準備時間を必要とせず、短時間で効率良く学習することができ有効であると思われる。ここでは種々の電気機器の基本となり、磁気材料の素材特性に最も近い特性を示す環状磁心についてシミュレーションを行う方法について述べる。

2. 環状磁心のシミュレーションモデル

電気機器では、単位体積当たりのエネルギー密度の大きさから磁気材料が中核に使用される。しかしながら、磁気材料には磁気的線形性、磁気ヒステリシス現象およびうず電流現象が存在するため、現れる挙動は複雑なものとなる。これらの現象を明らかにすることによって、機器の性能を正確に予測可能となる。ここでは、それらの基本となる磁気特性の再現を目指し環状磁心の性

質を明らかにするシミュレーションを取り上げる。

2.1 対象回路

Fig.1 に対象とする回路を示す。環状磁心は薄板を幾層にも積層して構成されており、また空隙を有するものとする。

Fig. 1 Excitation circuit of core.

2.2. 磁心の非線形性とヒステリシス

磁心の磁気特性は非線形であるため、磁心の非線形性とヒステリシスを表すのに式 (1) を用いる²⁾。ここで H は磁界の強さ、 B は磁束密度である。式 (1) の右辺第一項は Fig.2a) に示すような特性となり磁心の非線形性を示し、第二項は Fig.2b) に示すような特性となりヒステリシス損をそれぞれ表している。

$$H = f_{odd}(B) + g_{even}(B) \frac{dB}{d\theta} \quad ; \quad \theta = \omega t \quad (1)$$

$$f_{odd}(B) = a_1 B + a_3 B^3 + \dots$$

$$g_{even}(B) = b_0 + b_2 B^2 + \dots$$

Fig. 2 Magnetic characteristic.

2.3 うず電流の扱い

磁性体に生じるうず電流は、磁性体の形状によりその生じかたが異なる。Fig.3 に示すように、塊状のような場合であればうず電流の偏在は大きく、薄板のような場合であれば偏在は小さくなる。対象とする環状磁心は、薄板を積層しており、うず電流の偏在の

響は小さい。この偏在を数値解析することも可能であるが、ここでは薄板内を一様に流れるものとして取り扱う。

Fig. 3 Eddy current in the material.

2.4 空隙の表現

磁心にある空隙の長さによって、リアクトルの特性は非線形、線形へと大きく変化する。空隙部ではフリンジング磁束が発生し、空隙の長さによって Fig.4 に示すように異なる。実際の現象を精度良く捉えるためにはフリンジング磁束を考慮する必要があるが、ここでは精度については今後の改善時に検討するものとして、空隙内の磁束分布は一様とする。

Fig. 4 Magnetic flux distribution in gap.

2.5 電気・磁気等価回路

前述の空隙、磁心の非線形性、ヒステリシス、うず電流を考慮して磁心内の磁束分布を明らかにするため、磁心断面を3分割した場合の等価回路を示すと、Fig.5 に示すような電気・磁気等価回路²⁾となる。ただし、分割した磁心域内のうず電流は前述の仮定によりどの板内でも同じであるとした。この等価回路を用いて数値計算を行うと環状磁心回路の様々な性質を示すことができる。

3. 数値計算法

導出した等価回路により対象とする回路を定式化することができる。得られる回路方程式は解析的に解くことはできないが、離散化した方程式は数値的に解くことが可能となり、対象とする回路の様々な振る舞いを明らかにすることができる。

3.1 回路方程式の離散化

Fig. 5 の電気・磁気等価回路に対して、キルヒホッフの電圧則、電流則、回路の構成方程式等を適用することで回路方程式を得ることができる。この回路方程式は非線形で、かつ互いに従属な関係にあり、代入操作によって単一の微分方程式とすることはできない。そこで、回路方程式に代入操作を持ち込むことなく、表形式としたまま解くこととする。この方法はその取り扱いからタブ

ロー法¹⁾と呼び、非線形行列微分方程式となる。得られる方程式を解析的に解くことは困難であるので、数値解析により解くために離散化を行う。離散化にあたっては、数値計算の安定性を考慮した後退差分法を適用する。その結果は、式(2a)～(2f)に示す。ここでZはインピーダンス行列、Yはアドミタンス行列、Aは既約接続行列、Cは電気回路と磁気回路を結び付ける結合行列であり、R_mは磁気抵抗行列、S_mは磁気リアクタンス行列である。また添字e, m, dはそれぞれ外部電気回路、磁気回路、うず電流回路であることを示している。更に、これらの式をまとめて一つの行列式として表現すると式(3)となり、式(3)を式(4)のように書くときTⁿ⁺¹と表した行列をタブロー行列と呼ぶ¹⁾。

Fig. 5 Electromagnetic equivalent circuit.

$$\mathbf{Z}_e \mathbf{i}^{n+1} - \mathbf{A}_e^t \mathbf{v}_c^{n+1} + \frac{\mathbf{C}_e^t}{\Delta t} \phi^{n+1} = \mathbf{v}_s^{n+1} + \frac{\mathbf{C}_e^t}{\Delta t} \phi^n \quad (2a)$$

$$\mathbf{A}_e \mathbf{i}^{n+1} = \mathbf{0} \quad (2b)$$

$$-\mathbf{C}_e^t \mathbf{i}^{n+1} + \mathbf{R}_m \phi^{n+1} + \mathbf{S}_m \frac{\phi^{n+1}}{\Delta t} - \mathbf{A}_m^t \mathbf{u}_c^{n+1} - \mathbf{C}_d^t \mathbf{i}_d^{n+1} = \mathbf{S}_m \frac{\phi^n}{\Delta t} \quad (2c)$$

$$\mathbf{A}_m \phi^{n+1} = \mathbf{0} \quad (2d)$$

$$\frac{\mathbf{C}_d^t}{\Delta t} \phi^{n+1} + \mathbf{Z}_d \mathbf{i}_d^{n+1} - \mathbf{A}_d^t \mathbf{v}_{cd}^{n+1} = \frac{\mathbf{C}_d^t}{\Delta t} \phi^n \quad (2e)$$

$$\mathbf{A}_d \mathbf{i}_d^{n+1} = \mathbf{0} \quad (2f)$$

4. シミュレーション結果

これまでに述べた方法により、環状磁心についてのシミュレーションを行う。外部抵抗 r_x と巻線の巻数 N_l の値により、磁心内の総磁束が正弦波(磁束正弦波条件)となったり、回路を流れる電流が正弦波(電流正弦波条件)となったりする。以下、これら二つの状態が一つのモデルから説明できることを示す。

$$\begin{bmatrix} Z_e & -A_e^t & \frac{C_e^t}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 \\ A_e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_e & 0 & R_m + S_m \frac{1}{\Delta t} & -A_m^t & -C_d & 0 \\ 0 & 0 & A_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C_d^t}{\Delta t} & 0 & Z_d & -A_d^t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_d & 0 \end{bmatrix}^{n+1} \begin{bmatrix} i \\ v \\ \phi \\ u \\ i_d \\ v_{cd} \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} v_s^{n+1} + \frac{C_e^t}{\Delta t} \phi^n \\ 0 \\ S_m \frac{\phi^n}{\Delta t} \\ 0 \\ \frac{C_d^t}{\Delta t} \phi^n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3), \quad \mathbf{T}^{n+1} \cdot \mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{B}^{n,n+1} \quad (4)$$

4.1 磁束正弦波となる場合

外部抵抗 r_x の値を小さく、また巻線の巻数 N_l の値を大きくすることにより磁束正弦波の状態となることが知られている。回路パラメータを変化させるだけで、この状態を作り出すことを示し、以下に動作波形や、種々の特性について示す。

4.1.1 各部の動作波形

ここでは、各部の動作波形として、周波数 $f=60\text{Hz}$ 、最大磁束密度 $B_m=1.9\text{T}$ のコイル間電圧 v_l 、励磁電流 i_l 波形を Fig.6 に、磁心内の各部分のうず電流 i_d 波形を Fig.7 として示す。Fig.6 により精度良く実際の現象が再現できることが分かる。また Fig.7 より3分割した磁心の各部分でうず電流の分布は外側が大きく、内側が小さくなっていることが示されている。

4.1.2 実効値 VA および鉄損特性

各部の動作波形が得られるので、通常測定器で測られる量を容易に求めることができる。すなわち、Fig.8 に周波数 $f=60\text{Hz}$ における実効値 VA および鉄損特性について実測値と計算値の比較し

たものを示す。 P_{fe} は鉄損、 P_{loss} 、 P_{eddy} はそれぞれ鉄損を分離したときのヒステリシス損とうず電流損である。得られた計算結果は図に示すように実測値と精度良く一致しており、また鉄損についてはその内訳をシミュレーションにより推定することができる。

4.1.3 空隙依存性

環状磁心に空隙を入れるとその値により磁心は線形リアクトルとなる。ここで磁心のインダクタンスが空隙の値だけで決まるとした場合と正確に見積もった場合とを比較する。そこで Fig.9 に空隙長とインダクタンスの関係を示し、磁気特性の変化を調べた。この際、周波数 $f=60\text{Hz}$ 、最大磁束密度 $B_m=1.5\text{T}$ である。シミュレーションから得られるインダクタンスを最大値、実効値、平均値として表し、それぞれ L_{max} 、 L_{rms} 、 L_{ave} とした。また式 (5) によって空隙の値だけで決定したインダクタンスを L_{cal} としている。Fig.9 から分かるように空隙長 l_g が大きくなるにつれてインダクタンス L は小さくなっており磁気特性が線形へと変化する特性を捉えているとともに空隙の小さなところでは空隙だけでそのインダクタンスを推定することが適切でないことが分かる。

$$L_{cal} = \mu_0 \frac{A_e}{l_g} N^2 \quad (5)$$

Fig. 6 Waveforms of voltage and current.

Fig. 7 Waveforms of eddy currents.

Fig. 8 Characteristics of core loss.

Fig. 9 Dependence on air gap.

4.2 電流正弦波となる場合

磁束正弦波の場合と同様、外部抵抗 r_x の値を大きく、また巻線の巻数 N_l の値を小さくすることにより電流正弦波の状態となる。この状態について磁束正弦波の場合と同様に動作波形や、種々の特性を求めた結果について以下に示す。

4.2.1 各部の動作波形

ここでは、各部の波形として、周波数 $f=60\text{Hz}$ 、最大磁束密度 $B_m=1.9\text{T}$ のコイル間電圧 v_l 、励磁電流 i_l 波形を Fig.10 に、Fig.11 として磁心内の各部分のうず電流 i_d 波形を示す。Fig.10 により電圧波形の再現性は磁束正弦波の場合ほど良くないが、現象の再現には問題のないことが分かる。

4.2.2 実効値 VA および鉄損特性

前節と同様にして各部の動作波形より求まる実効値 VA および鉄損特性を Fig.12 に示す。この際、周波数 $f=60\text{Hz}$ である。 P_{fe} は鉄損、 P_{hys} 、 P_{eddy} はそれぞれヒステリシス損、うず電流損である。得られた結果は磁束正弦波の場合と同様、精度良く一致しており、また鉄損の内訳についてもシミュレーションにより表現できている。

4.2.3 空隙依存性

空隙長とインダクタンスの関係を Fig.13 に示す。この際、周波数 $f=60\text{Hz}$ 、最大磁束密度 $B_m=1.5\text{T}$ である。 L_{max} 、 L_{rms} 、 L_{ave} はシミュレーションより求めた値で、それぞれインダクタンスの最大値、実効値、平均値である。 L_{cal} は磁束正弦波状態の時と同様に、式 (5) により求めた値である。空隙長が大きくなるにつれインダクタンスは小さくなっており、磁束正弦波の場合よりは計算された特性にずれがない。

Fig. 10 Waveforms of voltage and current.

Fig. 11 Waveforms of eddy currents.

Fig. 12 Characteristics of core loss.

Fig. 13 Dependence on air gap.

5. まとめ

磁心損失、空隙長の変化を考慮した環状磁心のリアクトルのシミュレーションについて報告した。報告のようにシミュレート結果はいづれも精度良く現象を再現しており、目的であるシミュレーションによる電気機器の学習に十分使用可能であることが示された。今後はさらなる精度の向上や、様々な状況についての対応を目指すとともにCAIソフトウェアとしての完成を目指す。

文 献

- 1) 岩原, 山田, 杉本: 電気学会研究会資料, MAG-94-22 (1994)
- 2) M. Iwahara et al: IEEE Trans. MAG-17,3405 (1981)
- 3) 一井, 平田, 各務, 石原: 日本応用磁気学会誌, 19, 549 (1995)
- 4) 池田, 井坂, 坂倉, 吉田, 中越, 畑野: 電学論B, Vd.119-B, No.8/9 (1999)
- 5) 東, 定永, 中村, 花田, 前側, 榎園: 日本AEM学会誌, Vd.7, No.3 (1999)
- 6) 田島, 一ノ倉, 加賀, 穴澤: 日本応用磁気学会誌, 19, 553 (1995)
- 7) 小松, 高田, 辻: 電学論C, Vd.114-C, No.7/8 (1994)
- 8) 阿部, 一ノ倉, 渡邊, 秦泉寺: 日本応用磁気学会誌, 18, 567 (1994)
- 9) 中川, Allan, 鈴木, 谷口: 情報処理学会, Vd.38, No.8 (1997)
- 10) 岡本, 松田, 佐々木: 情報処理学会, Vd.37, No.9 (1996)
- 11) M. Iwahara: IEEE Trans. MAG-19, NO.6 (1983)