E&S モデルによる二次元磁気特性のヒステリシスモデリング

Hysteresis Model of Two-dimensional Magnetic Properties Using an E&S Model

祖田直也・榎園正人

大分大学, 〒 870-1192 大分市大字旦野原 700 番地

N. Soda and M. Enokizono

Oita University, 700 Dannoharu, Oita, 870-1192

(1999 年 10 月 29 日受理, 2000 年 1 月 25 日採録)

We defined an effective hysteresis model of two-dimensional magnetic properties for magnetic field analysis. Our hysteresis model is applicable to both alternating and rotating flux conditions. Moreover, we compared the calculated results with the measured ones and verified the accuracy of this model. We can calculate iron losses in the magnetic materials exactly. As a result, we show that the hysteresis model is generally applicable to two-dimensional magnetic properties of some kinds of magnetic materials.

Key words: hysteresis model, two-dimensional magnetic properties, iron loss

1. はじめに

磁界解析に関して存在する多くの非線形問題のなかで、特に重要な問題となるのが磁性材料の非線形性であると言える。その中でも高配向性ケイ素鋼板は、ある特定方向に磁化されやすいという強い磁気異方性を示すため、その扱いを一層困難にしている。さらに、変圧器や電動機等の電気機器は主に磁性材料中を磁束が流れるため、磁界解析の際に磁性材料の非線形性をどのように扱うかは重要な問題であると言える。磁性材料の非線形性には磁気飽和現象、異方性問題、磁気ヒステリシス現象等があり、その磁気特性をどのようにモデリングし磁界解析に導入するかが大変重要となってくる。

一方磁気測定に関して、磁性材料のベクトルの磁気測定が行える二次元磁気測定装置が提案され磁性材料の詳細な磁場の振る舞いが明らかになってきた¹⁾。当然、有限要素法で電気機器内の磁界解析をする際にも、この二次元磁気特性を考慮し正確な磁界解析を行いたい。しかしながら二次元磁気測定法により得られる磁気特性は、従来の磁気特性を用いたスカラーの有限要素磁界解析法には直接適用することが出来ない。またこの二次元磁気特性は磁束密度の大きさと容易軸からの傾き角に対して非線形性を有するため、二次元磁気特性をそのまま磁界解析に用いると多大な入力データを必要とし、メモリ使用量が増大してしまう。そのため、二次元磁気特性を導入した有限要素磁界解析を行うためには、それに適応する磁気特性表現法が必要となる。

そこで我々は、各種励磁条件下の二次元磁気特性に適用可能な磁気特性モデルである、E&Sモデル²⁾を提唱した。本論文ではE&Sモデルの定義を行い、二次元磁気特性に有効なヒステリシスモデルであるかを検討する。

2. E&S モデルの定義

異方性を有する磁性材料に対して容易軸方向と異なる方向に励磁した場合、磁界強度 H と磁束密度 B は同じ方向を取らず両者の間に空間的位相差が生じてくる。このような磁性材料の二次元磁気特性は磁束密度の大きさ B とその傾き角 θ_B における非線形性を持つ。そのため従来での磁界解析では、交番磁束条件下における任意方向の二次元磁気特性は磁気抵抗率テンソルを用いて次式のように表現してきた。

$$\begin{Bmatrix} H_x \\ H_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x & 0 \\ 0 & v_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B_x \\ B_y \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

$$v_x = f(B, \theta_B), \quad v_y = f(B, \theta_B). \quad (2)$$

(1)式に示すように磁気抵抗率 v_x, v_y は磁束密度の大きさ B とその傾き角 θ_B の関数である。しかしながら、テンソルモデルで交番磁束条件下におけるヒステリシスを表現することは出来ない。なぜならば、Fig. 1 に示すように完全な交番磁束条件下においては B_x, B_y が共に零となる瞬間が存在するが、その際 H_x, H_y は交番ヒステリシスのため零にはならない。しかし(1)式を用いて交番磁束条件下の B と H を表現

Fig. 1 Measured data under alternating flux condition.

すると、 B_x, B_y が共に零の時は必ず H_x, H_y は零となってしまう。また Fig. 2 の様に、増加中である点 P と減少中である点 Q は磁束密度 B において瞬時的にはどちらも同じ値であるため、 B の関数だけで定義するのが困難である。ヒステリシスを考慮した交番及び回転磁束条件下における磁気特性を表現するには、 B だけでなく、 B の増加減少を表す B の微分を用いてモデリングを行えばよい。すなわち B と H の関係を過渡的に表現すれば、交番及び回転ヒステリシスを表現することが可能となる。そこでこのようなモデルを E&S モデル (Enokizono and Soda Model) と称し、次式のように定義できる。

$$\begin{cases} H_x = v_{xr} B_x + v_{xi} \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ H_y = v_{yr} B_y + v_{yi} \frac{\partial B_y}{\partial t} \end{cases} \quad (3)$$

磁気抵抗率係数 v_{xr}, v_{xi}, v_{yr} 及び v_{yi} は二次元磁気測定の結果から以下のようにして求められる。

ベクトル磁気測定では二次元励磁により任意方向に対する交番及び回転磁束条件を作り出すため、磁束密度が完全な正弦波形になるように波形制御される。これにより H と B は一意的にその関係が定まる。そのため磁束密度の x 成分 B_x と y 成分 B_y は次式のように表される。

$$\begin{cases} B_x = B_{xm} \cos(\omega t + \phi_x) \\ B_y = B_{ym} \cos(\omega t + \phi_y) \end{cases} \quad (4)$$

ここで B_{xm} 及び B_{ym} はそれぞれ B_x, B_y の最大値である。また、(4) 式を微分して次式を得る。

$$\begin{cases} \frac{\partial B_x}{\partial t} = -\omega B_{xm} \sin(\omega t + \phi_x) \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} = -\omega B_{ym} \sin(\omega t + \phi_y) \end{cases} \quad (5)$$

x 成分のみについて考えると、(4) 式と (5) 式から次の関係が得られる。

$$\begin{cases} \sin \omega t = \frac{C_1}{C_3} B_x - \frac{C_2}{\omega C_3} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) \\ \cos \omega t = \frac{C_2}{C_3} B_x + \frac{C_1}{\omega C_3} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) \end{cases} \quad (6)$$

ここで C_1, C_2, C_3 は

Fig. 2 Relationship between a point of P and Q under alternating flux condition.

$$\begin{cases} C_1 = -B_{xm} \sin \phi_x \\ C_2 = B_{xm} \cos \phi_x \\ C_3 = B_{xm}^2 \end{cases} \quad (7)$$

である。そこで、(3) 式の x 成分に (4) 式及び (5) 式の x 成分を代入して (7) 式を用いてまとめると次式になる。

$$H_x = (C_2 v_{xr} + C_1 \omega v_{xi}) \cos \omega t + (C_1 v_{xr} - C_2 \omega v_{xi}) \sin \omega t. \quad (8)$$

このとき磁界強度の x 成分 H_x と y 成分 H_y を次式のように近似する。

$$\begin{cases} H_x = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \{(2n-1)\omega t + \alpha_n\} \\ H_y = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos \{(2n-1)\omega t + \beta_n\} \end{cases} \quad (9)$$

紙面の都合により第 3 高調波までを考慮すると次式のようになる。

$$\begin{cases} H_x = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + A_2 \cos(3\omega t + \alpha_2) \\ H_y = B_1 \cos(\omega t + \beta_1) + B_2 \cos(3\omega t + \beta_2) \end{cases} \quad (10)$$

ここで $A_1, A_2, B_1, B_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ は測定データから得られる磁束条件下で一定の値である。

また、(10) 式の x 成分を次式のように書き直す。

$$H_x = P \cos \omega t + Q \sin \omega t, \quad (11)$$

ここで P 及び Q は次のようになる。

$$\begin{cases} P = P_1 + P_2 \cos^2 \omega t \\ P_1 = A_1 \cos \alpha_1 - 3A_2 \cos \alpha_2, \quad P_2 = 4A_2 \cos \alpha_2 \\ Q = Q_1 + Q_2 \sin^2 \omega t \\ Q_1 = -A_1 \sin \alpha_1 - 3A_2 \sin \alpha_2, \quad Q_2 = 4A_2 \sin \alpha_2 \end{cases} \quad (12)$$

(8) 式と (11) 式を比較することにより磁気抵抗率係数 v_{xr}, v_{xi} は次式のように求められる。

$$\begin{cases} v_{xr} = k_{xr1} + k_{xr2} B_x^2 + k_{xr3} B_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) + k_{xr4} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 \\ v_{xi} = k_{xi1} + k_{xi2} B_x^2 + k_{xi3} B_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) + k_{xi4} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 \end{cases} \quad (13)$$

ここで各係数は次式により二次元磁気測定データから求められる。

$$\begin{cases} k_{xr1} = \frac{C_2 P_1 + C_1 Q_1}{C_3} \\ k_{xr2} = \frac{C_2^3 P_2 + C_1^3 Q_2}{C_3^3} \\ k_{xr3} = \frac{2C_1 C_2 (C_2 P_2 - C_1 Q_2)}{\omega C_3^3} \\ k_{xr4} = \frac{C_1 C_2 (C_1 P_2 + C_2 Q_2)}{\omega^2 C_3^3} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} k_{xi1} = \frac{C_1 R - C_2 Q_1}{\omega C_3} \\ k_{xi2} = \frac{C_1 C_2 (C_2 P_2 - C_1 Q_2)}{\omega C_3^2} \\ k_{xi3} = \frac{2 C_1 C_2 (C_1 P_2 + C_2 Q_2)}{\omega^2 C_3^3} \\ k_{xi4} = \frac{C_1^3 P_2 - C_2^3 Q_2}{\omega^3 C_3^3} \end{cases} \quad (15)$$

またy成分の磁気抵抗率係数 ν_{yr} , ν_{yi} もx成分と同様に求められる。

$$\begin{cases} \nu_{yr} = k_{yr1} + k_{yr2} B_y^2 + k_{yr3} B_y \left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right) + k_{yr4} \left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right)^2 \\ \nu_{yi} = k_{yi1} + k_{yi2} B_y^2 + k_{yi3} B_y \left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right) + k_{yi4} \left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right)^2 \end{cases} \quad (16)$$

二次元磁気測定に用いた試料は、新日鐵製の無方向性けい素鋼板H30(板厚0.5mm)と方向性けい素鋼板23ZDKH90(板厚0.23mm)である。なお測定では交番、回転磁束条件ともに励磁周波数は50[Hz]を使用し、一周を500分割して波形近似している¹⁾。

3. E&S モデルの検証

E&Sモデルが二次元磁気特性に有効なヒステリシスモデルであるかを検証するため、(3), (13), (16)式を用いて交番及び回転磁束条件下に対する H を一周計算し、実測結果と比較する。

Fig. 3に交番及び回転磁束条件の定義である最大磁束密度 $B_{\max}$ 、軸比 α (短軸/長軸)と圧延方向(x 軸方向)からの傾き角 ϕ の関係を示す。特に軸比が0の場合を交番磁束条件と言う。**Fig. 4**及び**Fig. 5**に無方向性けい素鋼板の場合の交番及び回転磁束条件下における実測結果とE&Sモデルを用いた計算結果をそれぞれ比較する。同様に**Fig. 6**及び**Fig. 7**に方向性けい素鋼板の場合の交番及び回転磁束条件下における実測結果と計算結果をそれぞれ比較する。**Fig. 4**, **Fig. 6**に示すようにE&Sモデルにより従来まで不可能であった交番ヒステリシスを表現することが可能となった。また回転磁束条件下における B と H の関係もかなり正確に表現出来ているのが**Fig. 5**, **Fig. 7**から分かる。

Fig. 3 Relationships among maximum flux density $B_{\max}$, axis ratio α , and inclination angle ϕ .

(a) Measured results

(b) Calculated results

Scale: B : (0.5 [T]/div.) H : (100 [A/m]/div.)

Fig. 4 Loci of B and H (Sample: Non-oriented steel sheet) ($B_{\max} = 1.2$ [T], $\alpha = 0$, $\phi = 45$ [deg.])

(a) Measured results

(b) Calculated results

Scale: B : (0.5 [T]/div.) H : (100 [A/m]/div.)

Fig. 5 Loci of B and H (Sample: Non-oriented steel sheet) ($B_{\max} = 1.2$ [T], $\alpha = 0.8$, $\phi = 45$ [deg.])

(a) Measured results

(b) Calculated results

Scale: B : (0.5 [T]/div.) H : (100 [A/m]/div.)

Fig. 6 Loci of B and H (Sample: Grain-oriented steel sheet) ($B_{\max} = 0.8$ [T], $\alpha = 0$, $\phi = 30$ [deg.])

(a) Measured results

(b) Calculated results

Scale: B : (0.5 [T]/div.) H : (100 [A/m]/div.)

Fig. 7 Loci of B and H (Sample: Grain-oriented steel sheet) ($B_{\max} = 0.8$ [T], $\alpha = 0.6$, $\phi = 30$ [deg.])

次に E&S モデルを用いて正確な鉄損計算が可能であることを検証する。鉄損計算には次式を用いる。

$$P_t = \frac{1}{\rho T} \int_0^T \left(H_x \frac{dB_x}{dt} + H_y \frac{dB_y}{dt} \right) dt \quad [\text{W/kg}], \quad (17)$$

ただし T は励磁周期、 ρ は材料密度である。

Fig. 8 及び Fig. 9 に無方向性けい素鋼板及び方向性けい素鋼板の場合における、E&S モデルを用いて求めた鉄損計算結果と、二次元磁気特性から直接求めた実測結果の比較をそれぞれ示す。Fig. 8 及び Fig. 9 における (a),(b),(c) は、それぞれ最大磁束密度 $B_{\max}$ 、軸比 α 、傾き角 ϕ の変化に対する鉄損値の変化を示す。Fig. 8 と Fig. 9 を比較すると、方向性の方が無方向性に比べ実測値との誤差が大きくなっている。これは方向性の方が無方向性より H の波形に多くの高調波成分を含むためである。しかしながら、無方向性及び方向性のいずれも計算結果と実測結果は比較的一致しており、E&S モデルの妥当性を示したと言える。

Fig. 8 Comparison between measured iron losses and calculated ones. (Sample: Non-oriented steel sheet)

4. まとめ

本論文では、二次元磁気特性に適用可能な磁気特性モデルである E&S モデルを提唱し、これが有効なヒステリシスモデルであるかを実測結果を用いて比較検討した。方向性及び無方向性けい素鋼板におけるいずれの磁束条件下においても、E&S モデルによる計算結果と実測結果は比較的一致しており、モデルの妥当性を示した。

参考文献

- 1) 榎園正人, 白川五郎, 鈴木毅浩, J. Sievert: 「けい素鋼板の 2 次元磁気特性」, 日本応用磁気学会誌, 15, 265-270 (1991)
- 2) M. Enokizono and N. Soda, "Iron Loss Analysis of Three-Phase Transformer by using Finite Element Method", Proc. ICEE'98, Vol. 1, pp. 852-855 (1998)

Fig. 9 Comparison between measured iron losses and calculated ones. (Sample: Grain-oriented steel sheet)