E & S モデルを用いた誘導電動機の磁界解析 Magnetic Field Analysis Using E&S Model for Induction Motor

榎園正人・岡本健司

大分大学, 〒 870-1192 大分市大字旦野原 700 番地

M.Enokizono and K.Okamoto

Oita University, 700 Dannoharu, Oita, 870-1192

(1999 年 10 月 29 日受理, 2000 年 1 月 25 日採録)

We present magnetic field analysis using the E&S model and calculations of iron loss for a three-phase induction motor model core. The E&S model can express two-dimensional magnetic properties. This model shows better properties than does the conventional method, and this model can express both alternating and rotating flux conditions. It therefore can be said that using this model for magnetic field analysis is very useful, permitting evaluation of iron loss distribution.

Key words:

magnetic field analysis, rotating machine, iron loss

1. はじめに

エネルギー問題の解決策のひとつに、電気機器の高効率化が考えられる。特に、今日の回転機の普及率は非常に高いことから、その効率を 1 パーセントでも上げることができれば、全体的にみれば大きな省エネルギー化へとつながる。電気機器の高効率化のためには、機器の損失の大部分を占める鉄損の軽減が考えられるが、これに関する研究として材料の磁気特性を正確に把握した上での構造上の改良があげられる。この研究の遂行のためより正確な解析技術確立することはシミュレーションによる最適設計を行うことを可能とし高効率機器の開発、設計へとつながると考えられる。

そこで、本論文は二次元磁気特性の E & S モデル¹⁾を三相誘導電動機の磁界解析に適用し、その結果から鉄損の計算を試み本解析の有用性について述べる。

2. E & S モデル

二次元磁気特性²⁾を解析に用いる際、磁気特性のモデリングが必要となる。本解析ではこの二次元磁気特性のモデリングとして以下の式を用いる。

$$\begin{cases} H_x = v_{xr} B_x + v_{xi} \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ H_y = v_{yr} B_y + v_{yi} \frac{\partial B_y}{\partial t} \end{cases}, \quad (1)$$

(1) 式は E & S モデルと称され、回転磁束、交番磁束両条件での磁束密度ベクトル B と磁界強度ベクトル H の関係が表現可能である。なお、式中の v_{xr} , v_{xi} , v_{yr} , v_{yi} は過渡磁気抵抗率係数と呼ばれ第三高調波まで考慮した場合以下の式で決定される係数である。

$$\begin{cases} v_{xr} = k_{xr1} + k_{xr2} B_x^2 + k_{xr3} B_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) + k_{xr4} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 \\ v_{xi} = k_{xi1} + k_{xi2} B_x^2 + k_{xi3} B_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) + k_{xi4} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 \end{cases}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} v_{yr} = k_{yr1} + k_{yr2} B_y^2 + k_{yr3} B_y \left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right) + k_{yr4} \left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right)^2 \\ v_{yi} = k_{yi1} + k_{yi2} B_y^2 + k_{yi3} B_y \left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right) + k_{yi4} \left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right)^2 \end{cases}, \quad (3)$$

(2), (3) 式中の過渡磁気抵抗率を決定するための係数 k_{xrn} , k_{xin} , k_{yrn} , k_{yin} ($n = 1, 2, 3, 4$) は測定データより求まる係数である。Fig.1 に回転磁束の軸比 $\alpha = 1$ の時の k_{xrn} の変化を示す。データは無方向性ケイ素鋼板 H 30 のものである。

次に、Fig.2 に励磁周期一周期の B と H の軌跡及び B と H の位相差の変化を示す。(a) が測定による結果、(b) が E & S

Fig. 1 Coefficient k_{xrn} ($\alpha = 1$).

Fig. 2 Loci of B and H, phase difference θ_{ph}
(Sample: Non-oriented steel sheet H30)
($B_{max} = 1.2$ [T], $\alpha = 0.8$, $\phi = 45$ [deg.])

モデルを用いて計算した結果である。軌跡、位相差共に本モデルによる結果は測定値と良好な一致を示している。従来までのモデリングにはテンソル法が用いられていたが、回転磁束条件と交番磁束条件で定義が異なる、交番ヒステリシスを表すことが出来ない等の問題から B と H の関係を統一的に表せなかった。今回用いた E & S モデルは上記の問題点を解決しており、図からも分かる通り各磁束条件においても実測値と良好な一致を示すことが分かっている。以上より、このモデルを解析に適用する事は、従来のモデルを用いるよりも現実的な解析を行うことが出来るといえる。また、テンソル法では交番磁束条件下での鉄損計算は行うことが出来なかったが、E & S モデルを用いることで交番、回転両磁束条件下での鉄損計算が可能となる。

3. 解析方法

3. 1 定式化

本解析は、三相誘導電動機の有限要素磁界解析を行っている。そこで、以下のように E & S モデルを適用した誘導電動機の支配方程式を導く。

静磁場におけるマクスウェルの電磁方程式は以下のようになる。

$$\text{rot } H = J, \quad (4)$$

$$\text{div } B = 0, \quad (5)$$

ここで J は電流密度である。

また、(5) 式のように磁束の発散は常に零であるから次のような磁気ベクトルポテンシャル A が定義される。

$$B = \text{rot } A. \quad (6)$$

ここで二次元場のみを対象として (4) 式に (1) 式を代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yr} B_y + v_{yi} \frac{\partial B_y}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xr} B_x + v_{xi} \frac{\partial B_x}{\partial t} \right) = J. \quad (7)$$

また (6) 式より、

$$\begin{cases} B_x = \frac{\partial A}{\partial y} \\ B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \end{cases}, \quad (8)$$

となるので (7) 式に (8) 式を代入すると二次元場での磁界支配方程式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yr} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xr} \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yi} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xi} \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right\} = -J, \quad (9)$$

(9) 式に渦電流と速度起電力を考慮すると次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yr} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xr} \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(v_{yi} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_{xi} \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right\} = -J_0 + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} - \sigma \omega_r s \left(r_y \frac{\partial A}{\partial x} - r_x \frac{\partial A}{\partial y} \right), \quad (10)$$

ここで J_0 は強制電流、 σ は導電率、 ϕ は電位、 ω_r は回転磁界の角速度、 s はすべりである。

ただし、渦電流が考慮される二次導体は結合している導体と考えることから $\partial \phi / \partial z$ は一定である。そこで、二次導体の全要素数を n とすれば電荷保存則より以下の式が成り立つ。

$$\sum_{r=1}^n \left\{ -\frac{\partial A}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial z} + \omega_r s \left(r_y \frac{\partial A}{\partial x} - r_x \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right\} = 0. \quad (11)$$

以上の (10)、(11) 式を用いて有限要素磁界解析を行った。

3. 2 解析モデル及び解析条件

Fig.2 に本解析に用いた誘導機モデルを示す。モデルは、三相誘導電動機で界磁巻き線は二層巻きで、固定子スロット数 36、回転子スロット数 28、回転方向は時計回りである。モデルの要素分割は、総節点数 15876 節点、総要素数 30744 要素である。境界条件として、内周 504 節点、外周 504 節点のポテンシャルに零を与えている。また、入力電圧 100 [V]、電源周波数 60 [Hz] で固定子、回転子に用いる鋼板の圧延方向は共に 0 度方向であり、過渡磁気抵抗率 ν を求めるための係数 k のデータは無方向性ケイ素鋼板 H30 のデータを用いている。

次に、Fig.3 に本解析のフローチャートを示す。本解析では、励磁周期を 28 分割し計算を行う。最初の一周期は、線形計算を行い、過渡磁気抵抗率 ν の値は一定であり、特に v_{xi} 、 v_{yi} については零を入れて計算する。次に、二周期目以降は各要素ごとに計算より得られた最大磁束密度とその容易軸からの傾き角、回転磁束の軸比から係数 k を過小緩和

Fig. 3 Induction motor model core.

Fig. 4 Flow chart.

法で決定し繰り返し計算を行う。これを解が収束するまで計算させる。なお、時間微分項の計算には後退差分法を用いる。

4. 解析結果

4. 1 回転磁束, 回転磁界分布

Fig.5, Fig.6にそれぞれ本解析より得た $\omega t = \pi/7$ 時の B ベクトル分布, H ベクトル分布を示す。すべりは1である。

両図を比較すると、二次元磁気特性の特徴である B と H の空間的位相差が現れているのが見て取れる。 H の流れが B の流れより時計回り方向にずれているのが分かるが、この傾向は測定による B, H ベクトル両分布にも現れることが分かっている。この原因は、基本的に無方向性ケイ素鋼板では H の位相のほうが B より先に進むためだと考えられ

る。

次に、一周期の B と H の軌跡分布をFig.7, Fig.8に示す。従来法では高調波成分を考慮出来なかったため B と同様 H の軌跡も楕円となっていたが、本解析では第三高調波まで考慮しているので図のように軌跡が歪んでいることが分かる。特に回転子の部分に歪んだ H の軌跡が現れている。また、従来法では交番磁束条件下における H の軌跡が表現出来なかったが、本解析では本来ある H の交番ヒステリシスも表せている。

以上のように、E & Sモデルを解析に適用する事で、材料特性の影響がより正確に現れることが分かる。

Fig. 5 Distribution of B-vector.

Fig. 6 Distribution of H-vector.

Fig. 7 Loci of B-vector.

Fig. 8 Loci of H-vector.

4. 2 鉄損計算

4. 1の結果より得られた B と H の軌跡分布から次のように鉄損の計算を行った。鉄損の計算は B と H の X 方向、 Y 方向それぞれの成分が描く二つのヒステリシスの面積によって求まる。次式が鉄損計算に用いる式である。

$$P_t = \frac{1}{\rho T} \int_0^T \left(H_x \frac{dB_x}{dt} + H_y \frac{dB_y}{dt} \right) dt, \quad (12)$$

(12) 式中の ρ は材料密度、 T は励磁周期である。

図8に鉄損分布を示す。回転子に高い損失が発生しているが、これは磁束が集中するためだと考えられる。また、固

Fig. 9 Distribution of iron loss.

定子の歯の周辺部分の損失分布が一様でないのは、鉄心材料の非線形性が現れているためである。基本的に圧延方向に対して磁束が垂直に入る部分では水平に入る部分よりも H が大きくなり、損失も大きくなる。圧延方向の影響による損失の偏りは測定においても確認されており本手法が有用であることが分かる。

5. 結論

本論文では、テンソル法に代わりE & Sモデルを用いて誘導電動機の磁界解析を行った。

解析による結果は、高調波成分による H の歪みや交番ヒステリシスの表現も解析に適用できている。また、解析による誘導機鉄芯中の鉄損分布も明らかになった。その分布は、材料が無方向性といえども圧延方向が鉄損分布に影響することが分かる。以上より材料の非線形性を考慮する際、本手法は従来法に比べより正確な結果を得ることができる。

このことから、モーターに適した鉄芯材料の考察や、低損失な形状の決定等を行う際、本解析を用いることは有効であると考えられる。

参考文献

- 1) M.Enokizono,N.Soda,"A New Modeling of Vector Magnetic Propaties for Magnetic Field Analysis",Studies in Applied",Studies in Applied Electoromagnetics and Mechanics,Vol.13,pp.418-421(1998)
- 2) 櫻園正人, 戸高孝, 金尾真一:「2次元磁気測定による磁気特性」, 日本応用磁気学会誌, 17,559(1993)