E&S モデリングの高精度化の検討

Examination of the High Accuracy of E&S modeling

榎園正人・天野寿人

大分大学, 大分

M. Enokizono and H. Amano

Oita University, Oita

(2000 年 10 月 10 日受理, 2001 年 1 月 24 日採録)

We previously developed E&S modeling. It is desirable to improve the precision of this modeling in order to achieve a large increase in the efficiency of electrical machinery. We first define E&S modeling, taking account of the fifth harmonic wave element, and then compare it with the conventional method.

Key words: E&S modeling, two-dimensional magnetic characteristics, Fourier transformation, fifth harmonic wave element, magnetic field analysis

1. はじめに

現代社会における電気機器の大容量化や需要拡大により, エネルギー消費量は毎年増加傾向にある. そのため新しいエネルギーの開発とともに, 省エネルギー化の対策が重要視され, とりわけトッランナー方式の採用に伴い電気機器のより一層の高効率化が要求されている. この高効率化のための一手段として, 電気的損失を低減させることが挙げられるが, これにはすなわち電気機器鉄心内の鉄損を小さくする必要がある. それには, これまでの材料評価の見地からの測定法 (エプスタイン試験法, SST) では不十分で, 材料の全体の磁気特性を把握する二次元磁気測定が必要となる¹⁾²⁾. そしてこの得られた磁気特性を磁界解析等に用いるための磁気特性のモデリングが考えられなければならない. すなわち, より精度の高い磁気特性のモデリングにより磁性材料中における詳細な磁場の振る舞いを解明し, その磁気特性を導入した磁界解析手法の確立が重要である.

ところで, 磁界解析に関して存在する多くの非線形問題のなかで, 特に重要な問題となるのが磁性材料の非線形性で, これは大きさのみならず空間的位相差において併せ持つ. したがって, 磁性材料の非線形な磁気特性をどのようにモデリングし磁界解析に導入するかが重要となってくる. そして現在, 磁気特性のモデリングに関して様々な取り組みがなされていて, その一つに有効なモデルとして E&S (Enokizono and Soda) モデリングがある. このモデリングはベクトル磁気特性の磁束密度の大きさと傾き角における非線形性を考慮し, かつ交番及び回転ヒステリシスが表現可能である³⁾. このようなヒステリシス特性を含む E&S モデリングは, 電気機器鉄心内の鉄損解析の際に有効であり, またその精度を高めることは交流電気機器の低損失化の最適設計技術に必要不可欠である.

そこで, この E&S モデリングの精度を上げるために次のことを行った. 今までの E&S モデリングでは, 第三高調波成分まで含んだフーリエ変換の式を用いて係数を求めていたが, 高磁束密度領域になると磁界強度波形の歪みが激しくなりそれに伴い誤差が大き

くなる. そこで波形分析を行い, 第五高調波成分までを考慮に入れたフーリエ変換の式を用いて磁界強度の x 成分 H_x と y 成分 H_y をそれぞれ近似し計算を行うことにより, 比較的高調波の多い高磁束密度領域においても高精度に磁界強度波形を再現できる.

2. 第五高調波成分を考慮した E&S モデリング

まず E&S モデリングの概要を述べ, 次により精度を高めた第五高調波成分までを考慮した E&S モデリングの定義を行い, E&S モデリングと第五高調波成分を考慮した E&S モデリングとを比較検討する.

2.1 E&S モデリングの概要

異方性を有する磁性材料に対して容易軸方向と異なる方向に励磁した場合や回転磁束条件下では, 磁界強度ベクトル H と磁束密度 B ベクトルは同じ方向を取らず両者の間に空間的位相差が生じてくる. このような磁性材料のベクトル磁気特性は磁束密度ベクトルの大きさ B とその傾き角 θ_B における非線形性を持つ. そのため当初のテンソルモデルによる磁界解析では, 交番磁束条件下における任意方向のベクトル磁気特性は磁気低効率テンソルを用いた次式のように表してきた.

$$\begin{Bmatrix} H_x \\ H_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x & 0 \\ 0 & v_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B_x \\ B_y \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$v_x = f_x(B, \theta_B), v_y = f_y(B, \theta_B) \quad (2)$$

(2)式にも示すように磁気抵抗率 v_x, v_y は, 磁束密度ベクトルの大きさ B とその傾き角 θ_B の関数である. しかしながら, テンソルモデルで交番磁束条件下におけるヒステリシスを表現することは出来ない. なぜならば, 完全な交番磁束条件下においては B_x, B_y が共に零となる瞬間が存在するが, その際 H_x, H_y は交番ヒステリシスのため零にならない. しかし (1) 式を用いて交番磁束条件下の B と H を表現すると, B_x, B_y が共に零の時は必ず H_x, H_y は零となってしまう. また, Fig.1 の様に, 増加中である点 P と減少中である点 Q は磁束密度 B において瞬時的にはどちらも同じ値であるため, B の関数だけで定義するのが困難である. ヒステリシスを考慮した交番及び回転磁束条件下における磁気特性を表現するには, B だけでなく, B の増加減少を表す, B の微分を用いてモデリングを行えばよい. すなわち, B と H の関係を過渡的に表現すれば, 交番及び回転ヒステリシスを表現することが可能となる. そして, このようなモデリングを過渡モデリング (E&S モデリング) といい次式のように定義できる⁴⁾.

Fig.1 Measured data under the alternating condition.

$$\begin{cases} H_x = v_{xx} B_x + v_{xi} \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ H_y = v_{yy} B_y + v_{yi} \frac{\partial B_y}{\partial t} \end{cases} \quad (3)$$

ここで、過渡磁気抵抗率係数 $v_{xx}, v_{xi}, v_{yy}, v_{yi}$ はベクトル磁気測定の結果から求められる。

ベクトル磁気測定では二次元励磁により任意方向に対する交番及び回転磁束条件を作り出すため、磁束密度が完全な正弦波形になるように波形制御される（磁束正弦波条件並びに位相制御）。これにより H ベクトルと B ベクトルは一意的にその関係が定まる。そのため磁束密度の x 成分 B_x と y 成分 B_y は次式のように表される。

$$\begin{cases} B_x = B_{xm} \cos(\omega t + \phi_x) \\ B_y = B_{ym} \cos(\omega t + \phi_y) \end{cases} \quad (4)$$

ここで B_{xm} 及び B_{ym} はそれぞれ B_x, B_y の最大値である。また、(4) 式を微分して次式を得る。

$$\begin{cases} \frac{\partial B_x}{\partial t} = -\omega B_{xm} \sin(\omega t + \phi_x) \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} = -\omega B_{ym} \sin(\omega t + \phi_y) \end{cases} \quad (5)$$

x 成分のみについて考えると、(4) 式と(5) 式から次の関係が得られる。

$$\begin{cases} \sin \omega t = \frac{C_1}{C_3} B_x - \frac{C_2}{\omega C_3} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) \\ \cos \omega t = \frac{C_2}{C_3} B_x - \frac{C_1}{\omega C_3} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 C_1, C_2, C_3 は、

$$\begin{cases} C_1 = -B_{xm} \sin \phi_x \\ C_2 = B_{xm} \cos \phi_x \\ C_3 = B_{xm}^2 \end{cases} \quad (7)$$

である。

そこで、(3) 式の x 成分に(4) 式及び(5) 式の x 成分を代入して(7) 式を用いてまとめると次式になる。

$$H_x = (C_2 v_{xx} + C_1 v_{xi}) \cos \omega t + (C_1 v_{xx} - C_2 v_{xi}) \sin \omega t \quad (8)$$

ここで、フーリエ変換の一般式は、

$$\begin{cases} H_x = \sum_{n=1}^N A_n \cos\{(2n-1)\omega t + \alpha_n\} \\ H_y = \sum_{n=1}^N B_n \cos\{(2n-1)\omega t + \beta_n\} \end{cases} \quad (9)$$

このフーリエ変換の式と(8) 式を比較することにより $v_{xx}, v_{xi}, v_{yy}, v_{yi}$ の各係数を求めることができる。

2.2 第五高調波を考慮したE&Sモデリング

前項ではE&Sモデリングの概要について述べ、二次元磁気特性の結果からどのように磁気抵抗率係数 $v_{xx}, v_{xi}, v_{yy}, v_{yi}$ を決定するかを示した。そこで本節では、第五高調波成分までを考慮したE&Sモデリングの概要とその磁気抵抗率係数 $v_{xx}, v_{xi}, v_{yy}, v_{yi}$ を決定するまでを述べる。

まず今までのE&Sモデリングでは、前項でも示したように(9) 式において第三高調波まで含んだフーリエ変換の式を用いて係数を求めていたが、高磁束密度領域になると磁界強度波形の歪みが激しくなりそれに伴い誤差が大きくなる。そこで(10) 式のように第五高調波までを考慮に入れたフーリエ変換の式を用いて磁界強度の x 成分 H_x と y 成分 H_y をそれぞれ近似し計算を行う。

$$\begin{cases} H_x = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + A_2 \cos(3\omega t + \alpha_2) + A_3 \cos(5\omega t + \alpha_3) \\ H_y = B_1 \cos(\omega t + \beta_1) + B_2 \cos(3\omega t + \beta_2) + B_3 \cos(5\omega t + \beta_3) \end{cases} \quad (10)$$

ここで $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ は、やはり測定データから得られる磁束条件下で一定の値である。

また、(10) 式の x 成分を次式のように書き直す。

$$H_x = P \cos \omega t + Q \sin \omega t \quad (11)$$

ここで、 P 及び Q は次のようになる。

$$\begin{cases} P = P_1 + (P_2 - P_3) \cos^2 \omega t + \frac{4}{5} P_3 \cos^4 \omega t \\ P_1 = A_1 \cos \alpha_1 - 3A_2 \cos \alpha_2 + 5A_3 \cos \alpha_3 \\ P_2 = 4A_2 \cos \alpha_2, \quad P_3 = 20A_3 \cos \alpha_3 \\ Q = Q_1 + (Q_2 + Q_3) \sin^2 \omega t - \frac{4}{5} Q_3 \sin^4 \omega t \\ Q_1 = -A_1 \sin \alpha_1 - 3A_2 \sin \alpha_2 - 5A_3 \sin \alpha_3 \\ Q_2 = 4A_2 \sin \alpha_2, \quad Q_3 = 20A_3 \sin \alpha_3 \end{cases} \quad (12)$$

さらに(8) 式との比較により磁気抵抗率係数 v_{xx}, v_{xi} は次式のように求められる。

$$\begin{cases} v_{xx} = k_{x1} + k_{x2} B_x^2 + k_{x3} B_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) \\ \quad + k_{x4} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 + k_{x5} B_x^4 + k_{x6} B_x^3 \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) \\ \quad + k_{x7} B_x^2 \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 + k_{x8} B_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^3 + k_{x9} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^4 \\ v_{xi} = k_{xi1} + k_{xi2} B_x^2 + k_{xi3} B_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) \\ \quad + k_{xi4} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 + k_{xi5} B_x^4 + k_{xi6} B_x^3 \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right) \\ \quad + k_{xi7} B_x^2 \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^2 + k_{xi8} B_x \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^3 + k_{xi9} \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} \right)^4 \end{cases} \quad (13)$$

よって各係数は測定データから次式のように求められる。

$$\left\{ \begin{aligned} k_{x1} &= \frac{C_2 P_1 + C_1 Q_1}{C_3} \\ k_{x2} &= \frac{C_2^3 (P_2 - P_3) + C_1^3 (Q_2 + Q_3)}{C_3^3} \\ k_{x3} &= \frac{2C_1 C_2 \{C_2 (P_2 - P_3) - C_1 (Q_2 + Q_3)\}}{\omega C_3^3} \\ k_{x4} &= \frac{C_1 C_2 \{C_1 (P_2 - P_3) + C_2 (Q_2 + Q_3)\}}{\omega^2 C_3^3} \\ k_{x5} &= \frac{4 C_2^5 P_3 - C_1^5 Q_3}{5 C_3^5} \\ k_{x6} &= \frac{4 C_1 C_2 (C_2^3 P_3 + C_1^3 Q_3)}{5 \omega C_3^5} \\ k_{x7} &= \frac{4 C_1^2 C_2^2 (C_2 P_3 - C_1 Q_3)}{5 \omega^2 C_3^5} \\ k_{x8} &= \frac{4 C_1^2 C_2^2 (C_1 P_3 + C_2 Q_3)}{5 \omega^3 C_3^5} \\ k_{x9} &= \frac{4 C_1 C_2 (C_1^3 P_3 - C_2^3 Q_3)}{5 \omega^4 C_3^5} \end{aligned} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{aligned} k_{y1} &= \frac{C_1 P_1 - C_2 Q_1}{\omega C_3} \\ k_{y2} &= \frac{C_1 C_2 \{C_2 (P_2 - P_3) - C_1 (Q_2 + Q_3)\}}{\omega C_3^3} \\ k_{y3} &= \frac{2C_1 C_2 \{C_1 (P_2 - P_3) + C_2 (Q_2 + Q_3)\}}{\omega^2 C_3^3} \\ k_{y4} &= \frac{C_1^3 (P_2 - P_3) + C_2^3 (Q_2 + Q_3)}{\omega^3 C_3^3} \\ k_{y5} &= \frac{4 C_1 C_2 (C_2^3 P_3 + C_1^3 Q_3)}{5 \omega C_3^5} \\ k_{y6} &= \frac{4 C_1^2 C_2^2 (C_2 P_3 - C_1 Q_3)}{5 \omega^2 C_3^5} \\ k_{y7} &= \frac{4 C_1^2 C_2^2 (C_1 P_3 + C_2 Q_3)}{5 \omega^3 C_3^5} \\ k_{y8} &= \frac{4 C_1 C_2 (C_1^3 P_3 - C_2^3 Q_3)}{5 \omega^4 C_3^5} \\ k_{y9} &= \frac{4 C_1^5 P_3 + C_2^5 Q_3}{5 \omega^5 C_3^5} \end{aligned} \right. \quad (15)$$

またy成分の磁気抵抗率係数 v_{yr}, v_{yi} もx成分と同様に求められる。

Fig.2 Representation of rotating flux condition.

2.3 第五高調波成分までを考慮した E&S モデリングの検討

まず、傾き角45度、軸比0.6の時の磁束密度の変化による磁界強度波形のスペクトル表示したグラフをFig.3, Fig.4に示す。ここで、傾き角、軸比、磁束密度は、Fig.2で説明する。傾き角は、図の ϕ で、また軸比は α (短軸/長軸)、さらに磁束密度 $B_{\max}$ により示す。解析に用いた試料は、Fig.3は無方向性けい素鋼板 50NCFM, Fig.4は方向性電磁鋼板 23ZDKHである。ここで、スペクトルは左から順番に第一高調波成分、第三高調波成分、第五高調波成分である。このグラフを見れば高磁束密度領域になれば第五高調波成分をよく含むことがよくわかる。

Fig.3 Spectrum of the magnetic field strength wave shape.
(Sample: 50NCFM)

Fig.4 Spectrum of the magnetic field strength wave shape.
(Sample: 23ZDKH)

また、傾き角45度、軸比0.6の時の磁束密度の変化による磁界強度波形の近似を第三高調波まで考慮して行った場合と第五高調波まで考慮して行った場合を比較したグラフをFig.5, Fig.6に示す。左側が第三高調波まで考慮したもので右側が第五高調波まで考慮

したものである。解析に用いた試料は、Fig. 5 においては無方向性けい素鋼板 50NCFM、Fig. 6 においては新日鐵製の方向性電磁鋼板 23ZDKH90 である。

磁束密度を変化させた場合の磁界強度波形の近似では、Fig. 5, Fig. 6 を見ればわかるように高磁束密度領域になればなるほど磁界強度波形が歪み第五高調波成分を多く含むようになり第三高調波まで考慮して近似を行った場合では波形をうまく再現できておらず、第五高調波まで考慮して行う近似が必要であることがよくわかる。

Fig. 5 Comparison of the case in which the third higher harmonic wave and the fifth higher harmonic wave are considered.

(Sample: 50NCFM)

Fig. 6 Comparison of the case in which the third higher harmonic wave and the fifth higher harmonic wave are considered.

(Sample: 23ZDKH)

3. まとめ

本論文では、まず E&S モデリングの概要について述べ、二次元磁気特性の結果からどのように磁気抵抗率係数 $\nu_{xx}, \nu_{xx}, \nu_{yy}, \nu_{yy}$ を決定するかを示した。そして、第五高調波までを考慮に入れたフーリエ変換の式を用いた E&S モデリングの定義とその磁気抵抗率係数 $\nu_{xx}, \nu_{xx}, \nu_{yy}, \nu_{yy}$ を決定するまでを述べた。

つぎに、磁束密度の変化による磁界強度波形の近似を第三高調波まで考慮して行った場合と第五高調波まで考慮して行った場合と比較した。

今までの E&S モデリングでは、第三高調波成分まで含んだフーリエ変換の式を用いて係数を求めていたので、高磁束密度領域になると磁界強度波形の歪みが激しくそれに伴い誤差が大きくなる。

そこで、第五高調波成分までを考慮に入れたフーリエ変換の式を用いて磁界強度の x 成分 H_x と y 成分 H_y をそれぞれ近似し計算を行うことにより、比較的高調波の多い高磁束密度領域においても高精度に磁界強度波形を再現できることを示した。

しかし、第五高調波成分まで考慮して近似を行う場合には、一つの磁束条件に必要なデータ数が 36 個と第三高調波成分まで考慮して近似を行う場合の 16 個に比べて 2 倍以上となり、有限要素磁界解析に用いて解析を行う場合、計算量がかなり膨大となることは明らかである。ところが、現代社会の省エネ化問題やより精度の高い設計などを行うためには一層モデリングの精度を高めることが望ましい。また、コンピューター技術の急激な進歩により膨大となる計算も可能になりつつあるということを考慮に入れるとやはり高精度のモデリングが必要であるということは言うまでもない。

文 献

- 1) 榎園正人, 戸高孝, 金尾真一: 「二次元磁気測定による磁気特性」, 日本応用磁気学会誌, 17, 559 (1993) .
- 2) 榎園正人, 白川五郎, 鈴木浩, J. Sievert: 「けい素鋼板の二次元磁気特性」, 日本応用磁気学会誌, 15, 265-270 (1991) .
- 3) 榎園正人, 祖田直也: 「E & S モデリングによる二次元磁気特性のヒステリシスモデリング」, 日本応用磁気学会誌 (1999) .
- 4) M. Enokizono and N. Soda, " A New Modeling of Vector Magnetic Properties for Magnetic Field Analysis", Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics, Vol. 13, pp. 418-421 (1998) .