PRML 方式に対する消失誤り訂正方式の一検討

A Study of Erasure Error Correction for a PRML System

岡本好弘・大坪 純・大沢 寿・仲村泰明・村岡裕明^{*}・中村慶久^{*}

愛媛大学工学部，愛媛県松山市文京町 3 (〒790-8577)

^{*}東北大学電気通信研究所，仙台市青葉区片平 2-1-1 (〒980-8577)

Y. Okamoto, J. Ohtsubo, H. Osawa, Y. Nakamura, H. Muraoka^{*}, and Y. Nakamura^{*}

Faculty of Engineering, Ehime University, 3 Bunkyo-cho, Matsuyama-shi, Ehime 790-8577, Japan

^{*}Research Institute of Electrical Communication, Tohoku University, 2-1-1 Katahira, Aoba-ku, Sendai 980-8577, Japan

In a hard disk drive (HDD), a postprocessor is used for correcting the random error in a PRML (Partial Response Maximum Likelihood) channel. However, the postprocessor needs an error-detecting code, such as a single parity check code, and the code rate decreases. This paper proposes an erasure correction by Reed-Solomon (RS) code using Squared-Distance-Increase (SDI) instead of a postprocessor. This system does not need any error detecting code. The performance is obtained by computer simulation and is compared with that of the error correction system using a postprocessor. The results show that the proposed system provides an SNR improvement of about 2.6dB compared with the system using a postprocessor in a perpendicular magnetic recording channel with random and burst errors.

Key words: perpendicular magnetic recording, PRML, RS code, SDI, postprocessor

1. まえがき

近年，ハードディスク装置 (HDD : Hard Disk Drive) の高密度化が飛躍的に進み，更なる高密度記録を達成するために誤り訂正方式，記録符号，PRML (Partial Response Maximum Likelihood)方式などの信号処理方式が必須の技術となっている．現行の HDD では，誤り訂正符号としてバースト誤りを効率良く訂正することができる Reed-Solomon (RS)符号が使われている．但し，RS 符号による訂正を行う前に，ランダム誤りを減らすために，ポストプロセッサ¹⁾が使われる．しかし，ポストプロセッサは単一パリティ符号等による誤り検出が必要であるために，システム全体の符号化率が低下するという問題がある．本論文では，ポストプロセッサの代わりに RS 符号に対する消失誤り訂正の適用について検討を行う．

2. 記録再生系

Fig.1 に，RLL (Run Length Limited) 符号化を RS 符号化に対して前置した RLL-RS 符号化 PRML 方式に，誤り位置情報として SDI (Squared-Distance-Increase)¹⁾を用いる誤り訂正を適用した記録再生系ブロック図を示す．現行の HDD では RLL 符号化 PRML 方式での復号誤りを訂正するために，その外側に RS 符号化・復号化を設けている．これに対して本方式では，ピタビ復号器出力と等化器出力より求めた SDI を誤り位置情報として消失誤り訂正を行うために，RLL 符号化・復号化を RS 符号化・復

号化の外側に置いている．また，誤り訂正前に RLL 符号の復号化を行うと，PRML 方式における誤りが，RLL 符号の復号化で複数符号ビットに拡大されて RS 符号を用いた誤り訂正の負担が大となる²⁾．これは，高符号化率 RLL 符号を構成するために符号長が長くなり RLL 符号の復号化で誤り拡大が顕著になる³⁾．しかし，本方式のように RLL 符号の復号を行う前に RS 符号を用いて誤り訂正を行うことで，PRML 方式において生じた誤りが拡大される前に誤り訂正を行える．

Fig.1 における 2 値入力データ系列 $\{a_{k'}\}$ は，RLL 符号化器を通ることにより符号系列 $\{b_{k'}\}$ に変換される．但し，RLL 符号として 128/130(0,16/8)符号³⁾を用いる．更に，次式で表されるプリコードを介して $\{c_{k'}\}$ が得られ， $\{c_{k'}\}$ を RS 符号化することで，記録データ系列 $\{e_k\}$ が得られる．RS 符号化器出力系列 $\{e_k\}$ を記録電流波形として，記録ヘッドから記録媒体に NRZ 記録を行う．

$$c_{k'} = b_{k'} + c_{k'-2} \quad (1)$$

ここでは，ステップ状の記録波形に対する孤立再生波形を，

$$h(t) = A \tanh\left(\frac{\ln 3}{T_{50}} t\right) \quad (2)$$

と仮定する．但し， $A = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$ は $h(t)$ の飽和レベル， T_{50} は $h(t)$ が $-A/2$ から $A/2$ まで変化するのに要する時間であり，規格化線密度 K_p は T_{50}/T_b で定義する．但し， T_b はビット間隔である．また，雑音として磁化遷移点が白色ガウス性に変動するジッタ性媒体雑音，及び平均値が 0 の白色ガウス雑音を仮定し，読み出し点における SN 比を，

$$\text{SNR} = 20 \log_{10} \frac{A}{\sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_w^2}} \quad [\text{dB}] \quad (3)$$

で定義する．但し， σ_j^2 及び σ_w^2 は，それぞれ $0.6 f_b$ の帯域におけるジッタ性媒体雑音，白色ガウス雑音の電力であり， $f_b = 1/T_b$ はビットレートである．また，読み出し点における全雑音電力に

Fig. 1 Block diagram of PRML system with RS encoder and decoder.

対するジッタ性媒体雑音の割合を次式で定義する．

$$R_j = \frac{\sigma_j^2}{\sigma_j^2 + \sigma_w^2} \times 100 \quad [\%] \quad (4)$$

再生波形は，ビットレート f_b で規格化した遮断周波数 x_h を持つ 6 次パワース・ローパスフィルタとタップ数が N_t のトランスバースフィルタからなる等化器で PR1 特性となるように波形等化される．次いで，AR (Autoregressive) チャネルモデルを適用したビタビ復号器⁴⁾により復号が行われる．ビタビ復号器出力に対して RS 符号による誤り訂正を行うが，このとき，等化器出力とビタビ復号器出力より求めた SDI を用いて誤り位置を決定し，消失誤り訂正を行う．また，RS 復号器出力からプリコードの逆特性を持つポストコードにより $\{\hat{b}_k\}$ が得られる．更に 128/130(0,16/8) 復号器により出力データ系列 $\{\hat{a}_k\}$ に復号される．そして，入力データ系列と出力データ系列を比較することにより，ビット誤り率 (BER) が求められる．

3. 符号化方式

Fig.2 に符号化の手順を示す．まず，1 セクタに相当する入力データ系列 4096 ビットを 128/130(0,16/8)符号化し，4160 符号ビットの RLL 符号系列を得る．128/130(0,16/8) 符号は “0” の連続長を 0～16 符号ビットに制限し，更に偶数および奇数に分割した各部分系列における “0” の最大連続長を 8 符号ビット以下に制限する RLL 符号である．128/130(0,16/8)符号化された系列を，10 符号ビットをガロア体 GF(2¹⁰)上の 1 シンボルとして(464,416,49)RS 符号化する．ここで，(464,416,49)RS 符号は 416 シンボルのデータ語を 464 シンボルの符号語に符号化し，最小ハミング距離は 49 となる．そのため，この RS 符号は 1 符号語内に発生する 24 シンボル以内の誤りを訂正することができる．但し，RS 符号化して得られた符号語の冗長部分は RLL の制約を満たしていない可能性があるため，16 符号ビットごとにガードビットを挿入し，RLL の制約を確保する．ここで，全体の符号化率は 0.877 である．

Fig. 2 Encoding for RLL - RS system.

Fig. 3 Interleaved parity coding.

一方，本論文で比較対象としたポストプロセッサによる誤り訂正を行う方式でも先に示した 24 シンボル誤りを訂正できる(464,416,49)RS 符号を使用する．但し，RLL の制約を満たすためにガードビットを挿入した後，ポストプロセッサでの誤り検出のためにインタリーブパリティ符号化を行う．インタリーブパリティ符号化の手順を Fig.3 に示す．インタリーブパリティ符号化は 128/130(0,16/8) 符号化された 1 符号語に相当する 130 符号ビットを 1 ブロックとして符号化する．まず，ビット単位に 4 インタリーブして各行に単一パリティを付加し，得られた 134 チャンネルビットを再びディインタリーブして記録系列とする．再生時には，Fig.3 の各行に対してパリティ検査を行う．1 ブロック内に発生した誤りが 1 事象であれば，その誤りパターンと誤りが始まる行を絞り込むことができる．これら候補の中から SDI が低い位置を誤り位置と判定して，誤り訂正を行う．したがって，RS 符号によるシンボル単位の誤り訂正の負担を軽減することが期待できるものの，パリティ符号化により全体の符号化率は 0.851 に低下してしまう．一方，本論文で提案する方式は，ポストプロセッサによる訂正を行う代わりに消失誤り訂正を行うため，パリティ符号化による符号化率の低下がなく，これによる性能改善が期待できる．また，パリティ符号化に与える冗長を RS 符号に割り当て，RS 符号の訂正能力を 30 シンボルまで上げた(476,416,61)RS 符号を適用すればバースト誤りに対する耐性を強化することも可能である．

4. PRML 方式

2. で述べたように本論文では，微分特性を持たない垂直磁気記録再生系の伝達特性に合わせて PR1 方式を適用している．また，垂直磁気記録再生系においては，機器雑音だけでなく，磁化遷移点変動に起因するジッタ性媒体雑音の影響を低減する必要がある．そこで，信号依存性雑音を予測する AR チャネルモデルを適用したビタビ復号器のブロック図を Fig.4 に示す．このビタビ復号器は，図のようにメトリックの計算部，AR チャネルモデル，雑音メモリ，パスメモリから構成されている．ビタビ復号器入力 y_k から信号系列参照表出力 x_k^{ij} を引くことにより得られる k 時点における雑音の候補 $\tilde{n}_k^{ij}$ が $L \times 2^{L-1}$ の雑音メモリに入力される．そして，メトリックの計算結果を基に雑音メモリを更新することにより，各状態に対応した雑音メモリ内の値 n_k^i が求まる．雑音メモリ内の値

Fig. 4 ML - AR detector.

と雑音予測係数 $e_L(\beta)$ を畳み込むことで $1 \sim L$ チャネルビット過去の雑音から予測した雑音レベル n_k^{ij} を求める．このように，AR チャネルモデルを用いたビタビ復号器においては，雑音も含めて推定値を求めて最尤復号を行う．但し，AR チャネルモデルの信号表，雑音係数表を予め求めておく必要がある．

5. SDI による消失位置の決定

消失誤り訂正を行うためには消失シンボルを特定する必要がある．そのための情報として，復号器における復号信頼性情報^{1),5),6)} TA(Thermal Asperity)やドロップアウトなどに対する検出フラグが考えられる．本論文では消失シンボルを特定するために SDI を用いる．Fig.5 に，PR1ML 方式におけるトレリス線図の例を示す．図中の実線は復号結果に対応するパス，破線は誤りパスを表している．図のように，時刻 k において特定の誤りパターンが発生したと仮定して，SDI の計算を行う．時刻 k において長さ m の誤りパターンを仮定したときの SDI は次式で定義され，ビタビ復号器の復号信頼度を表す¹⁾．但し，“+ - 0”の誤りの場合では $m = 3$ となる．

$$s_k^m = d_k^2 - d_k'^2 \quad (5)$$

ここで， d_k^2 ， $d_k'^2$ は式(6)，(7)で定義され，それぞれ時刻 k におけるビタビ復号器の復号結果に対応する等化器出力 y_k の推定値 x_k と y_k との 2 乗ユークリッド距離，長さ m の誤りパターンを仮定したときの y_k の推定値 x_k' と y_k との 2 乗ユークリッド距離を表している．

$$d_k^2 = \sum_{n=k}^{k+m-1} (x_n - y_n)^2 \quad (6)$$

$$d_k'^2 = \sum_{n=k}^{k+m-1} (x_n' - y_n)^2 \quad (7)$$

本論文では，このようにして求まる SDI を消失誤り訂正に用いる方法を提案する．まずビタビ復号器の復号結果に対して $m = 1 \sim 5$ チャネルビットに渡る復号誤りを仮定して s_k^m を計算し，その中で最も低い SDI を時刻 k での SDI として採用する．RS 符号はガロア体 $GF(2^{10})$ 上のシンボル単位で誤り訂正を行うため，チャネルビット単位で求めた s_k^m の中で最も低い SDI をガロア体 $GF(2^{10})$ 上の SDI として採用し，これを $s_{k_{RS}}$ とする．但し， k_{RS} はシンボル単位の時刻とする．この $s_{k_{RS}}$ が最も低いシンボルから順番に消失位置として選び RS 符号による消失誤り訂正を行う．Fig.6 に

SDI と誤り位置の関係を示す．但し， $R_1=90\%^{7)}$ ， $K_p=1.5$ ， $N_t=0.4$ ， $SNR=20.6\text{dB}$ としている．図において，横軸はガロア体 $GF(2^{10})$ 上のシンボル間隔 T_{RS} で規格化した時間，縦軸は $s_{k_{RS}}$ を表している．また，図中の $\times$ 印は実際に誤りが発生した位置での SDI を示している．図からわかるように，SDI が低い位置は実際にも誤っている可能性が高く，SDI が低いシンボルを消失とすることで，効果的な消失誤り訂正が期待できる．Fig.7 にバースト誤りを含むセクタの SDI と誤り位置の関係を示す．但し，バースト長は 200 ビットとし， $R_1=90\%$ ， $K_p=1.5$ ， $N_t=0.4$ ， $SNR=23.5\text{dB}$ としている．図からわかるように，バースト誤りの位置でも，SDI の値が低くなっている．そのため，バースト誤りに対しても SDI を利用できることがわかる．

Fig. 5 Trellis diagram for PR1ML system.

Fig. 6 Example of SDI in RS decoder.
($R_1=90\%$, $K_p=1.5$, $N_t=0.4$, $SNR=20.6\text{ dB}$)

Fig. 7 Example of SDI around burst error.
($R_1=90\%$, $K_p=1.5$, $N_t=0.4$, $SNR=23.6\text{ dB}$)

6. 性能比較

Fig.8 に、計算機シミュレーションにより求めた BER 特性を示す。但し、 $R_j=90\%$ 、 $K_p=1.5$ 、 $N_t=0.4$ 、 $L=5$ としている。図中の印は比較対象としたポストプロセッサによる訂正を行う方式の場合を示している。これに対して印はポストプロセッサによる訂正を行わない代わりに RS 符号による消失誤り訂正を行った場合を示している。この方式ではパリティ符号化を行う必要がないため、印の場合に比べて符号化率が改善され、印の方式よりも良好な特性が得られている。印は印の方式がパリティ符号に与える冗長を RS 符号に割り当てて訂正能力を上げた場合を示している。印と印を比較すると、ランダム誤りに対しては RS 符号の訂正能力を上げることによる改善は得られていないが、RS 符号の訂正能力を上げたことでバースト誤りに対する耐性が向上していると考えられる。

Fig.9 に、読み出し点においてバーストをセクタあたり一度だけ発生させた場合の BER 特性を示す。但し、バーストは再生信号が 0 となるように与え、RS 符号の訂正能力の限界に近い誤りが発生した場合の性能を比較するため、バースト長は 200 ビットとした。また、RS 符号は組織符号であるため、RS 符号のパリティ部分にバーストを与えると、誤りを訂正することができなかった場合でも復号によってバースト誤りを除去してしまうため、バーストを与える位置は RS 符号のパリティ部分以外の位置とした。印と印では、RS 符号の訂正能力は等しいが、ポストプロセッサによる訂正を行うよりも、符号化率改善と消失誤り訂正を行う方が良好な特性を示すことがわかる。また、印は先に示したように、バースト誤りに対する耐性の向上から期待された性能を示し、印に対して 10^7 ユーザービット中に誤り無しとなる SN 比を約 2.6dB 改善できることがわかる。これより、ランダム誤りとバースト誤りが存在する場合はバーストの程度によって RS 符号の訂正能力を上げることが有効であることがわかる。

Fig.8 BER performance without burst error.

Fig.9 BER performance with burst error.

7. むすび

本論文では、垂直磁気記録における PRML 方式に対して、ランダム誤りを減らすために用いられるポストプロセッサの代わりに、RS 符号による消失誤り訂正を行う方式の性能評価を計算機シミュレーションにより行い、ポストプロセッサによる誤り訂正を行う方式と比較検討を行った。

その結果、符号化率の改善により RS 符号による消失誤り訂正を行う方が良好な特性が得られることが明らかとなった。また、パリティ符号化のための冗長を RS 符号に割り当てることで、バースト誤りに対する耐性が向上し、バースト誤りとランダム誤りの混在する場合には更に良好な特性が得られることが明らかとなった。

謝辞 日頃、有益なご助言を賜わる尾道大学田崎三郎教授に深謝いたします。また、本研究の一部は情報ストレージ研究推進機構 (SRC) の助成のもとに行ったものであることを付記し、謝意を表します。

References

- 1) Zining Wu: Coding and Iterative Detection for Magnetic Recording Channels, p. 103 (Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, 2000).
- 2) H. Kamabe: *Proc. The 2001 IEICE Society Conference, Tokyo, 2001*, SC-4-4 (The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, Tokyo, 2001).
- 3) H. Saito, T. Iga, M. Sirakawa, Y. Okamoto, and H. Osawa: *IEICE Trans. Electron.*, **J86-C**, 952 (2003).
- 4) Y. Okamoto, N. Masunari, H. Yamamoto, H. Osawa, H. Saito, H. Muraoka, and Y. Nakamura: *IEICE Technical Report*, MR2001-92 (2002).
- 5) H. Yamamoto, K. Itoh: Viterbi Decoding Algorithm for Convolutional Codes with Repeat Request, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 26, pp. 540-547 (1980).
- 6) J. Hagenauer and P. Hoeher: A Viterbi algorithm with softdecision outputs and its applications, *Proc. IEEE GlobeCom*, pp. 1680-1686 (1989).
- 7) H. Osawa, Y. Okamoto, and H. Saito: *IEICE Trans. Electron.*, **J81-C**-(4), 393 (1998).

2004 年 10 月 7 日受理，2004 年 12 月 14 日採録