渦電流形変位センサの Q 値解析手法

The Analysis Methods for the Quality Factor of an Eddy Current Displacement Sensor

水野勉・米野史一・林利明*・榎木茂実・品川宏樹**・山田一***・渡辺誠一****・岸本哲・竹下邦夫*****

*信州大学, 長野市若里 4-17-1 (〒380-8553)

**新川センサテクノロジー, 東広島市吉川工業団地 4-22 (〒739-0153)

***博士国際協同研究所, 長野市若里 3-10-39 (〒380-0922)

****長野工業高等専門学校, 長野市徳間 716 (〒381-8550)

*****日立ハイテク電子エンジニアリング, 東京都渋谷区東 3-16-3 (〒150-0011)

T. Mizuno, F. Komeno, T. Hayashi*, S. Enoki, H. Shinagawa**, H. Yamada***, S. Watanabe****, S. Kishimoto, and K. Takeshihta*****

*Shinshu University, 4-17-1 Wakasato, Nagano 380-8553, Japan

**Shinkawa Sensor Technology Co., 4-22 Yoshikawa kogyodanchi, Higashihiroshima 739-0153, Japan

***Doctoral International Collaboration Institute, 3-10-39 Wakasato, Nagano 380-0922, Japan

****Nagano National College of Technology, 716 Tokuma, Nagano 381-8550, Japan

*****Hitachi High-Tech Electronics Engineering Co., Ltd., 3-16-3 Higashi, Shibuya-ku, Tokyo 150-0011, Japan

The output voltage of an eddy current displacement sensor depends on the quality factor $Q = \omega L/R$ of the coil. Therefore, impedance analysis of the coil is important for output voltage analysis. Theoretical analysis of coils has been performed by C. V. Dodd, A. Reatti, and others. However, the quality factor of a coil cannot be calculated by using their theory. This paper presents theoretical, numerical, and experimental analyses of a coil for an eddy current displacement sensor. The impedance characteristics are analyzed by combining three theories: Dodd's theory, Reatti's theory, and the finite element method (FEM). As a result, the calculated value of the quality factor using the technique of complementing Dodd's theory with FEM is found to be accurate within seven percent. This technique is effective from the viewpoints of calculation time and accuracy. The calculation times of the three methods are also discussed in this paper.

Key words: eddy current, displacement sensor, impedance, quality factor, Dodd's theory, Reatti's theory, finite element method

1. まえがき

渦電流形変位センサ (以下, EC 変位センサと略記) は, 水, 油およびほり等が充満する空間でも測定できるなど耐環境性に優れていることから, 回転機械監視機器や変位・振動計測, 溶融面変動の監視など産業分野で広く使用されている¹⁾.

EC 変位センサの設計において, 現状では Dodd²⁾ の理論によって計算されるインピーダンスから出力電圧を推定している. しかし Dodd の理論は EC 変位センサの出力電圧特性の解析に必要なコイルの Q 値を対象としていないため, 精度の良い設計は困難である^{3),4)}. FEM 解析による精度は一般的に良いが, 長時間の計算時間を要し, 実設計への適用は現実的ではない. そのため短時間で精度の良い設計手法が求められている.

本論文は, 短時間で簡便にコイルの $Q(x)$ 値を求めるために Dodd の理論と, コイル単体のインピーダンスを解析できる Reatti⁵⁾ の理論および有限要素法 (以下, FEM と略記) を組み合わせたコイルのインピーダンス特性の 3 解析手法について

述べている. さらに実測値と計算値とを比較することで EC 変位センサに用いるコイルのインピーダンス解析について検討している. 本論文で述べる 3 解析手法は次の通りである.

- (1) FEM
- (2) Dodd の理論を FEM で補完する手法
- (3) Dodd の理論を Reatti の理論で補完する手法

2. EC 変位センサの構造と測定原理

Fig. 1 に EC 変位センサのシステム構成と変位の検出原理を示した. 同システムは測定対象 (以下, ターゲットと呼称) とコイル, および並列共振用コンデンサ C_p とコイルに流れる電流を制限するための分圧用コンデンサ C_s で構成されている. 発振器からは励振電圧 V (励振周波数 f : 並列共振となる周波数) が印加されている. EC 変位センサのターゲットは一般的に磁性体であり, 本論文ではターゲットとして磁性体であるクロムモリブデン鋼 (SCM440) を用いた.

同図中に示したようにコイルに励振電流 I_e を流すと磁束 Φ_e が発生する. Φ_e がターゲットに作用すると電磁誘導の法則によりターゲットに渦電流 I_e が流れて磁束 Φ_e が生ずる. 変位に応じてターゲットに作用する磁束が変化するために, ターゲットに流

Fig. 1 System configuration and detection principle of an eddy current displacement sensor.

れる渦電流が変わり、その結果コイルのインピーダンスが変化する。このインピーダンスの変化を並列共振回路を用いて出力電圧に変換している。出力電圧 V_o は次式で表される^{3),4)}。

$$V_o = \sqrt{\frac{1+Q^2(x)}{k^2+Q^2(x)}} \times V \quad (\text{V}). \quad (1)$$

$$k = 1 + C_p / C_s. \quad (2)$$

ここに、 $Q(x)$: 変位 x に依存する Q 値、 V : 印加電圧(V)、 C_p : 共振用コンデンサ(F)、 C_s : 分圧用コンデンサ(F)

上式は、出力電圧 V_o がコイルの $Q(x)$ 値とコンデンサ容量 C_p および C_s だけで表現されることを示している。すなわち、Fig. 1 に示した並列共振を利用した渦電流変位センサの出力電圧特性を検討するためには、コイルの $Q(x)$ 値を求める必要がある。

3. コイルの解析手法

3.1 コイルの等価回路モデル

Fig. 2 に EC 変位センサに用いたコイルの構造と等価回路を示した。コイルは 102 回巻の空心コイルであり、線径 $\phi 0.09$ mm の導線で作成した。コイル単体の共振周波数の実測値は 10.4 MHz であり、本論文では励振周波数を $f = 1$ MHz としているためにコイルの分布容量による影響を無視した集中定数等価回路として解析した。

Fig. 2 Equivalent circuit of a coil used for the eddy current displacement sensor.

3.2 変位に対するコイルの等価直列抵抗の定義

本論文で述べる3解析手法において解析できる項目を明確にするために、以下のように等価直列抵抗 $R(x)$ を定義する。Fig. 3 に変位に対するコイルの等価直列抵抗 $R(x)$ の定義を示した。

Fig. 3 Definition of $R(x)$ relative to the displacement.

変位 $x = \infty$ におけるコイルの等価直列抵抗を $R(\infty)$ 、変位に対する等価直列抵抗の変化量を $\Delta R(x)$ として、 $R(x)$ を次式のように定義した。

$$R(x) = R(\infty) + \Delta R(x) \quad (\Omega). \quad (3)$$

3.3 FEM に用いる計算モデル

Table 1 に FEM 解析に用いた条件を、Fig. 4 に FEM を用いた変位に対するコイルのインピーダンスの計算モデルを示した。Table 1 に示したターゲット SCM440 の比透磁率は、リング試料を用いて実測した初透磁率の実測値である (磁界の強さ 35 A/m)。コイルは、アクリル製の円筒状ボビンに巻かれていることから、FEM 解析では二次元円筒座標モデルを用いた。なお、Fig. 4 ではコイルを記号 (⊗) で表しているが、実際の計算モデルでは線径 $\phi 0.09$ mm の銅導線 102 本を入力し、各導線に流れる電流を同一にして解析している。

FEM 解析ではコイルの変位に対するインピーダンスを以下の方法で求めた。

変位に対するコイルの等価直列抵抗 $R(x)$ は、まず、解析領域で生ずる銅損 $P(x)$ を求めて、次のように求めた⁶⁾。

$$P(x) = \frac{1}{2\sigma} \int_V \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* dV \quad (\text{W}). \quad (4)$$

$$R(x) = \frac{P(x)}{I_c^2} \quad (\Omega). \quad (5)$$

Table 1 Analysis conditions used for FEM.

Item	Content
Software	Maxwell 2D simulator 8 (Ansoft Co.)
Analysis conditions	2D cylindrical coordinate, Eddy current solver ($f = 1$ MHz, $I_c = 1$ mA)
Analysis space	$R 70 \times Z 60$ mm
Number of elements	80,000 – 100,000
Material properties	(1) Wire: Copper ($\epsilon_r = 1$, $\sigma = 5.8 \times 10^7$ S/m, $\mu_k = 0.999991$)
	(2) Target: SCM440 ($\epsilon_r = 1$, $\sigma = 7 \times 10^6$ S/m, $\mu_k = 120$)
	(3) Bobbin: Acrylic ($\epsilon_r = 2.5$, $\sigma = 0$ S/m, $\mu_k = 1$)
	(4) Circumference: Air ($\epsilon_r = 1$, $\sigma = 0$ S/m, $\mu_k = 1$)

Fig. 4 Model for calculating the impedance versus displacement characteristics of a coil by using FEM (unit: mm).

ここに, σ : 導電率 (S/m), J : 電流密度 (A/m²), J^* : J の共役複素数 (A/m²), V : 解析領域の体積 (m³), I_c : 励振電流 (A)

さらに, 変位に対するコイルの等価直列インダクタンス $L(x)$ は, コイルの磁気エネルギー $W(x)$ を用いて次式から算出した.

$$W(x) = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dV \quad (\text{J}). \quad (6)$$

$$L(x) = \frac{2W(x)}{I_c^2} \quad (\text{H}). \quad (7)$$

ここに, B : 磁束密度 (T), H : 磁界の強さ (A/m)

また, 変位に対するコイルの $Q(x)$ 値は次式で求めた.

$$Q(x) = \frac{\omega L(x)}{R(x)}. \quad (8)$$

ここに, ω : 角周波数 (rad/s)

3.4 Dodd の理論

Fig.5 にDoddの理論を用いた変位に対するコイルのインピーダンス解析の計算モデルを示した.

同図に示したモデルから得られる変位に対するコイルのインピーダンス $Z(x)$ は, Dodd の理論から下式となる²⁾.

$$Z(x) = \frac{j\pi\omega\mu_0 N^2}{h^2(r_e - r_i)^2} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha^6} I^2(r_e, r_i) \left[2h\alpha + 2\exp(-h\alpha) - 2 \right. \\ \left. + \exp(-2x\alpha) \{ \exp(-h\alpha) - 1 \}^2 W \right] d\alpha \quad (\Omega). \quad (9)$$

$$W = \frac{\mu\alpha - \mu_0\alpha_0}{\mu\alpha + \mu_0\alpha_0} = \frac{\mu_r\alpha - \alpha_0}{\mu_r\alpha + \alpha_0}. \quad (10)$$

$$\alpha_0 = \sqrt{\alpha^2 + j\omega\mu\sigma} \quad (\text{m}^{-1}). \quad (11)$$

ここに, ω : 角周波数 (rad/s), μ_0 : 真空の透磁率 ($4\pi \times 10^{-7}$) (H/m), N : コイルの巻数 (回), h : コイルの軸方向の長さ (m), r_e : コイルの外半径 (m), r_i : コイルの内半径 (m), α : 積分変数 (m⁻¹), $I(r_e, r_i)$: 第1種変形ベッセル関数, x : 変位 (m), W : ターゲットがコイルに及ぼす影響を表す項, μ : ターゲットの透磁率 (H/m), μ_r : ターゲットの比透磁率, α_0 : 変数 (m⁻¹), σ : ターゲットの導電率 (S/m)

式 (9) 右辺の実部はコイルの抵抗を, 虚部はコイルのインダクタンスを示している. また, 変位 $x = \infty$ における $Z(\infty)$ は虚部だけとなり, これはインダクタンス成分だけとなることを意味している. したがって導出されるインピーダンスの実部と虚部は, 変位に対するコイルの抵抗の変化量 $\Delta R(x)$ とインダクタンス $L(x)$ となり, 次式で表される.

$$\Delta R(x) = \frac{\pi\omega\mu_0 N^2}{h^2(r_e - r_i)^2} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha^6} I^2(r_e, r_i) \left[2h\alpha + 2\exp(-h\alpha) - 2 \right. \\ \left. + \exp(-2x\alpha) \{ \exp(-h\alpha) - 1 \}^2 \text{Im}(W) \right] d\alpha \quad (\Omega). \quad (12)$$

Fig. 5 Model for calculating the impedance versus displacement characteristics of a coil by using Dodd's theory (r_e is the external radius, r_i is the inner radius, and h is the axial length of the coil).

$$L(x) = \frac{\pi\mu_0 N^2}{h^2(r_e - r_i)^2} \int_0^\infty \frac{1}{\alpha^6} I^2(r_e, r_i) \left[2h\alpha + 2\exp(-h\alpha) - 2 \right. \\ \left. + \exp(-2x\alpha) \{ \exp(-h\alpha) - 1 \}^2 \text{Re}(W) \right] d\alpha \quad (\text{H}). \quad (13)$$

ここに,

$$\text{Im}(W) = \frac{2\alpha_1\alpha_2\mu\mu_0}{(\alpha_1\mu_0 + \alpha\mu)^2 + \alpha_2^2\mu_0^2}.$$

$$\text{Re}(W) = \frac{\alpha_1^2\mu_0^2 - \alpha^2\mu^2 + \alpha_2^2\mu_0^2}{(\alpha_1\mu_0 + \alpha\mu)^2 + \alpha_2^2\mu_0^2}.$$

$$\alpha_1 = \text{Re}(\alpha_0) = \sqrt{\frac{\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 + (\omega\mu\sigma)^2}}{2}} \quad (\text{m}^{-1}).$$

$$\alpha_2 = \text{Im}(\alpha_0) = \sqrt{\frac{-\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 + (\omega\mu\sigma)^2}}{2}} \quad (\text{m}^{-1}).$$

上述した事項から Dodd の理論では変位 $x = \infty$ における等価直列抵抗 $R(\infty)$ を解析対象としていないことは明白であり, したがってコイルの $Q(x)$ 値を求めることができない. よって, 他の手法を用いて $R(\infty)$ を求める必要がある.

3.5 Reatti の理論

前節で述べた Dodd の理論では変位 $x = \infty$ におけるコイルの等価直列抵抗 $R(\infty)$ が導出できないのに対して, Reatti の理論ではコイル単体のインピーダンス $R(\infty)$ と $L(\infty)$ を求めることができる. Fig. 6 に Reatti の理論を用いたコイルのインピーダンスの計算モデルを示した⁵⁾. 同モデルは, 内半径 r_i , 外半径 r_e , 層数 N_L の無限長のコイルを仮定している. Reatti の理論では, 無限長のコイルの一部分 (巻始めから巻終わりまでの導線の長さ l) のインピーダンスを求めることができる.

同図に示したモデルから得られるコイルの等価直列抵抗 $R(\infty)$ は, Reatti の理論から式 (14) となる. 式 (14) の右辺第 1 項は表皮効果の影響による抵抗 R_{se} を, 第 2 項は近接効果の影響による抵抗 R_{pe} を表わしている. また, コイルの等価直列インダクタンス $L(\infty)$ は式 (15) となる.

Fig. 6 Model for calculating the impedance of a coil by using Reatti's theory (d is the diameter of the conductor, t is the distance between two conductors, r_e is the external radius, and r_i is the inner radius).

$$R(\infty) = R_{ac} + R_{ps}$$

$$= R_{ac} \frac{\gamma}{2} \left[\frac{\text{ber}'\gamma \text{bei}'\gamma - \text{bei}'\gamma \text{ber}'\gamma}{\text{ber}^2\gamma + \text{bei}^2\gamma} - 2\pi\eta \left\{ \frac{4(N_L^2 - 1)}{3} + 1 \right\} \frac{\text{ber}_2\gamma \text{ber}'\gamma + \text{bei}_2\gamma \text{bei}'\gamma}{\text{ber}^2\gamma + \text{bei}^2\gamma} \right] (\Omega). \quad (14)$$

$$L(\infty) = \frac{l}{2\pi f} \cdot R_{ac} \frac{\gamma}{2} \left[\frac{\text{ber}'\gamma \text{bei}'\gamma + \text{bei}'\gamma \text{ber}'\gamma}{\text{ber}^2\gamma + \text{bei}^2\gamma} - 2\pi\eta \left\{ \frac{4(N_L^2 - 1)}{3} + 1 \right\} \frac{\text{ber}_2\gamma \text{ber}'\gamma + \text{bei}_2\gamma \text{bei}'\gamma}{\text{ber}^2\gamma + \text{bei}^2\gamma} \right] (\text{H}). \quad (15)$$

$$R_{ac} = \frac{4l}{\pi\sigma d^2} (\Omega). \quad (16)$$

$$l = 2\pi N \times \frac{r_i + r_e}{2} (\text{m}). \quad (17)$$

$$\gamma = \frac{d}{\sqrt{2}\delta}. \quad (18)$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_r \mu_0 \sigma}} (\text{m}). \quad (19)$$

$$\eta = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{d^2}{t^2}. \quad (20)$$

ここに、 R_{ac} ：コイルの直流抵抗 (Ω)、 l ：巻始めから巻終りまでの導線の長さ (m)、 σ ：導線の導電率 (S/m)、 d ：導線の線径 (m)、 N ：コイルの巻数 (回)、 r_i ：コイルの内半径 (m)、 r_e ：コイルの外半径 (m)、 d ：表皮厚さ (m)、 μ_r ：導線の比透磁率、 μ_0 ：真空の透磁率 ($4\pi \times 10^{-7}$ H/m)、 η ：占積率、 t ：導線間の距離 (m)、 N_L ：コイルの層数 (層)、 ber ：0 次実数ケルビン関数、 bei ：0 次複素数ケルビン関数、 ber_2 ：2 次実数ケルビン関数、 bei_2 ：2 次複素数ケルビン関数⁷⁾

Reatti の理論ではコイル単体のインピーダンスだけが算出可能であり、変位に対するインピーダンスを解析対象としていないため、同理論ではコイルの $Q(x)$ 値を算出できない。

3.6 インピーダンス特性の 3 解析手法

Table 2 に各理論で計算可能なインピーダンスを示した。

Table 2 Calculable impedance according to the three theories.

Item	Equivalent series resistance	Equivalent series inductance	Quality factor
FEM	$R(x)$, $\Delta R(x)$, $R(\infty)$ *	$L(x)$	$Q(x)$
Dodd	Only $\Delta R(x)$	$L(x)$	Incalculable
Reatti	Only $R(\infty)$	Only $L(\infty)$	Only $Q(\infty)$

*See Fig. 3.

同表に示したように FEM 解析ではコイルの変位に対するインピーダンス特性と $Q(x)$ の解析が可能である。また、Dodd の理論では変位 $x = \infty$ におけるコイルの等価直列抵抗 $R(\infty)$ を解析対象としていないために、 $Q(x)$ 値を求めることができない。Reatti の理論では $R(\infty)$ 、 $L(\infty)$ だけを計算できる。

EC 変位センサの出力電圧特性を求める際、FEM 解析では計算時間が長くて実用的ではない。そこでコイルの $Q(x)$ 値を短時間で簡便に解析する手法として、式(3)の $\Delta R(x)$ を Dodd の理論を用いて計算し、FEM または Reatti の理論で計算した $R(\infty)$ で補完する手法を検討した。本論文で述べる 3 解析手法を以下にまとめた。

- (1) FEM
- (2) Dodd の理論を FEM で補完する手法
- (3) Dodd の理論を Reatti の理論で補完する手法

4. コイルのインピーダンスの実測値と計算値との比較

本章では、コイルのインピーダンス特性の実測値と前述の 3 解析手法を用いた計算値とを比較して、それぞれの解析手法について検討する。

4.1 コイルのインピーダンスの実測方法

Table 3 にコイルのインピーダンスの実測条件を示した。コイルのリード線のインピーダンスを除去するためにリード線の長さ相当の導線を用いて短絡補正した。また、各変位において 3 回実測した値の平均値を実測値とした。実測値のばらつきは 1% 以内であった。

4.2 変位 $x = \infty$ におけるコイルの等価直列抵抗 $R(\infty)$

Table 4 に Reatti の理論および FEM を用いた $x = \infty$ におけるコイルの等価直列抵抗 $R(\infty)$ の実測値と計算値を示した。同表に示した計算誤差 ε は次式を用いて算出した。

Table 3 Conditions for measuring the impedance of a coil.

Item	Conditions
Instrument	Impedance analyzer HP4192A Test fixtures 16048A (cable 1 m)
Frequency f	1 MHz
Displacement x	0.1 mm – ∞ (= 12 mm)
Target	SCM440

Table 4 Calculation errors of $R(\infty)$.

Item	$R(\infty)$ (Ω)	Error ε (%)
Measured value	7.8	—
Calculated value according to FEM	7.5	- 4.5
Calculated value according to Reatti's theory	14.8	89.9

$$\varepsilon = \frac{\text{計算値} - \text{実測値}}{\text{実測値}} \times 100 \quad (\%), \quad (21)$$

Table 4 に示したように、FEMを用いた $R(\infty)$ の計算誤差は5%以内となった。また、Reattiの理論を用いた $R(\infty)$ の計算誤差は89.9%と大きく、この原因はReattiの理論では無限長コイルを仮定して $R(\infty)$ を算出していることに起因している。

4.3 変位に対するコイルのインピーダンス

Fig. 7 に変位に対するコイルのインピーダンス特性の実測値と3解析手法を用いた計算値との比較を示した。各解析手法の特徴をまとめると以下ようになる。

(1) FEM

Fig. 7 の図中に示したようにFEMを用いたコイルのインピーダンスと $Q(x)$ 値の計算誤差はいずれも7%以内となり、コイルのインピーダンス解析手法としてFEM解析は有効である。また、コイルの分布容量による影響を無視した集中定数回路として解析しても励振周波数 $f = 1$ MHz においては十分な解析精度が得られた。同図の全インピーダンス特性 (計算点数: 7 点) を計算するのに要した時間は350時間 (約2週間) であり、解析時間の観点から難がある。なお、計算に使用したPCのCPUはPentium4 2GHz, メインメモリは2GBである。

さらに、FEMではコイルから発生する磁界や導体内の電流密度分布なども解析できる特徴がある。

(2) Doddの理論をFEMで補完する手法

Fig. 7(c)に示したように $Q(x)$ 値の計算誤差は、変位 $x = 0.1$ mm において最大の計算誤差 -6.2% となり、FEMと同等の結果が得られた。Doddの理論をFEMで補完した場合には、同図の全インピーダンス特性 (計算点数: 31 点) を計算するのに要した時間は6時間であった。したがって計算時間の観点から、実用上ではDoddの理論をFEMで補完する手法は有効であろう。なお計算時間6時間の大半はFEMで $R(\infty)$ を計算するのに要した時間である。

(3) Doddの理論をReattiの理論で補完する手法

Fig. 7(a)に示したように、変位 $x = \infty$ における $R(x)$ の計算誤差は89.9%となった。またFig. 7(c)に示したように $Q(x)$ 値の計算誤差も -49.2%と大きくなった。これはReattiの理論による $R(\infty)$ の計算誤差が大きいことに起因している。同図の全インピーダンス特性 (計算点数: 31 点) を計算するのに要した時間は10分であった。以上の3解析手法の結果をTable 5 にまとめた。

(a) Comparison of the measured and calculated values of $R(x)$.

(b) Comparison of the measured and calculated values of $L(x)$.

(c) Comparison of the measured and calculated values of $Q(x)$.

Fig. 7 Comparison of the measured and calculated values of impedance characteristics ($f = 1$ MHz).

Table 5 Comparison of three analytical methods.

Item	FEM	Dodd + FEM	Dodd + Reatti
Calculation error of $Q(x)$ (%)	- 6.7	- 6.2	- 49.2
Calculation time	350 h (2 weeks)	6 h	10 min
Calculation points	7 points	31 points	31 points

Fig.7 よりインピーダンスの実測値は、変位 $x = 0 \text{ mm} \sim \infty$ の範囲において、等価直列抵抗 $R(x)$ は $30.1 \sim 7.8 \Omega$ と 25.9% に減少しているのに対して、等価直列インダクタンス $L(x)$ は 35 mH とほぼ一定であった。したがって式(8)から求められる $Q(x)$ 値の変化は等価直列インダクタンス $L(x)$ よりも等価直列抵抗 $R(x)$ に大きく依存している。

5. あとがき

渦電流形変位センサの出力電圧特性は、コイルの Q 値に依存する。本論文では、渦電流形変位センサに用いるコイルの $Q(x)$ 値を求めるために、(1)FEM、(2)Dodd の理論を FEM で補完する手法、(3)Dodd の理論を Reatti の理論で補完する手法の 3 解析手法について述べた。さらに、Fig. 7 と Table 5 に示したコイルのインピーダンス - 変位特性の結果に基づいて各解析手法をまとめると以下のようになる。

(1) FEM

Q 値の計算誤差は 7% 以内となった。Fig. 7 に示した全インピーダンス特性 (計算点数: 7 点) を計算するのに要した時間は 350 時間 (約 2 週間) であった。本手法では実用上十分な解析精度が得られた。

(2) Dodd の理論を FEM で補完する手法

Dodd の理論を FEM で補完する手法の Q 値の計算誤差は 7% 以内となり、FEM と同等の結果が得られた。本手法で Fig. 7 に示した全インピーダンス特性 (計算点数: 31 点) を計算するのに要した時間は 6 時間であり、FEM と比較して短時間であった。なお計算時間 6 時間の大半は FEM で $R(\infty)$ を計算するのに要した時間である。

(3) Dodd の理論を Reatti の理論で補完する手法

Dodd の理論を Reatti の理論で補完する手法で求めた Q 値の計算誤差は -49.2% となった。これは Reatti の理論を用いた $x = \infty$ におけるコイルの等価直列抵抗の計算誤差が大きいことに起因している。本手法で Fig. 7 の全インピーダンス特性 (計算点数: 31 点) を計算するのに要した時間は 10 分であった。計算時間は上述の 2 解析手法と比較して短いものの、計算誤差が大きいため本手法は実用的ではない。

現在では、PC を使用した磁界解析が一般化しつつある。しかし現状の PC レベルでは、本論文に示した渦電流場解析には長い計算時間が必要である。以上の結果から 3 解析手法の中で、Dodd の理論を FEM で補完する手法は、計算精度と計算時間の観点から最も実用的なコイルのインピーダンスと Q 値の解析手法であった。Dodd の理論を FEM で補完する手法は、EC 変位センサに用いるコイルの設計に活用できるであろう。

References

- 1) H. Yamada: Handbook of linear motor applications (in Japanese), p. 538 (Kogyo Chosakai, Tokyo, 1986).
- 2) C. V. Dodd, W. E. Deeds: Analytical solutions to eddy-current probe-coil problems, *J. Appl. Phys.*, Vol. 39, No. 6, pp. 2829-2838 (1968).
- 3) T. Mizuno, T. Hashiba, S. Kawasaki, S. Watanabe, S. Enoki, and H. Yamada: Characteristics of the output voltage for eddy current displacement sensor to copper plate (in Japanese), *Technical Meeting on Magnetism, IEEJpn.*, MAG-03-16, pp. 13-18, (2003).
- 4) T. Mizuno, T. Hashiba, F. Komeno, S. Watanabe, S. Enoki, H. Shinagawa, and H. Yamada: Analysis on output voltage characteristics of eddy current displacement sensor (in Japanese), *Technical Meeting on Magnetism, IEEJpn.*, MAG-03-222, pp. 29-34, (2004), (in Japanese).
- 5) M. Bartoli, N. Noferi, and A. Reatti: Modelling winding losses in high-frequency power inductors, *Journal of Circuits, Systems and Computers*, Vol. 5, No. 4, pp. 607-626 (1995).
- 6) Ansoft: Maxwell 2D field simulator users reference, Ansoft Co., pp. A-21 -A-28, (1994).
- 7) N. W. McLachlan: Bessel functions for engineers, Oxford at the Clarendon press (Second Edition), pp. 137 - 152, (1954).

2004 年 10 月 1 日受理, 2005 年 1 月 14 日採録