柔軟磁気浮上鋼板の振動絶縁に関する検討

Considerations on Vibration Isolation of a Magnetically Levitated Flexible Steel Plate

長谷川真也・押野谷康雄*・石橋一久**

東海大学大学院, 神奈川県平塚市北金目 1117 (〒259-1292)

*東海大学工学部動力機械工学科, 神奈川県平塚市北金目 1117 (〒259-1292)

**東海大学第二工学部機械工学科, 東京都渋谷区富ヶ谷 2-28-4 (〒151-8677)

S. Hasegawa, Y. Oshinoya*, and K. Ishibashi**

Graduate School of Tokai University, 1117 Kitakaname, Hiratsuka-shi, Kanagawa 259-1292, Japan

*Department of Mechanical Engineering, Tokai University, 1117 Kitakaname, Hiratsuka-shi, Kanagawa 259-1292, Japan

**Department of Mechanical Engineering, School of Engineering II, Tokai University, 2-28-4 Tomigaya, Shibuya-ku, Tokyo 151-8677, Japan

This paper deals with a study of the elastic vibration control of an electromagnetic levitation steel plate. A new experimental apparatus that generates elastic vibration in a steel plate is proposed. Optimal control techniques were applied to two kinds of models, and the effect of suppression of the elastic vibration was investigated. One model is a simple one-degree-of-freedom system that treats the steel plate a rigid body, and the other is a comparatively complicated continuous model for the steel plate. To verify the usefulness of the two control systems, digital optimal control experiments were performed for a steel plate with free edges (800 mm × 600 mm × 0.3 mm). As a result, it was found that the control performance for elastic vibration was improved by using the control system for the continuous model in the theorized way.

Key words: steel plate, electromagnetic levitation, non-contact vibration control, elastic vibration, digital optimal control

1. はじめに

多くの工業製品の材料として薄鋼板は現代の産業界において幅広く用いられている。その多岐にわたる需要から、要求される表面品質は高級化の一途を辿っている。しかし薄鋼板生産ラインの搬送工程においては、主にローラによる接触搬送が行われているために表面品質の劣化という問題が発生している。近年ではその対応策として磁気浮上技術の応用による非接触搬送に関する研究が活発になされている^{1)~3)}。著者らはこれまでに表面処理工程後の磁気浮上搬送工程における鋼板の落下防止や、電磁石との接触回避を目的とし、電磁石と鋼板の相対距離を一定に維持する磁気浮上制御系を構築してきた⁴⁾。

一方、磁気浮上搬送中にめっきや化粧処理を行う場合を想定すると、鋼板の振動に起因する塗装むらの発生防止がニーズとして挙げられる。そのためには搬送時に鋼板が鉛直方向の絶対座標軸上で静止していることが要求される。そこでこれに応えるべくフレームの振動を絶縁する制御系、すなわち鋼板の絶対変位を一定に維持することが可能な制御装置を製作している⁵⁾。これまでは振動絶縁性能に関する基礎的な検討を目的とし、設計が容易な一自由度として薄鋼板をモデル化し、これにフィードフォワード制御(以下 FF 制御)を適用してきた⁶⁾。しかし一自由度モデルの FF 制御では、検出したフレーム振動の絶縁は可能であったが、制御

系で考慮できなかった弾性振動モードが鋼板にスピルオーバー(漏れ)として残留するという問題が発生した⁹⁾。本報告では弾性振動を考慮した板の方程式を用いて薄鋼板をモデル化し、この連続体モデルに FF 制御を適用することによって、フレーム振動の絶縁と鋼板に生ずる弾性振動の抑制が同時に可能な制御システムを構築する。

2. 制御実験システム

制御システムを Fig. 1 に示す。本研究では長さ $a=800$ mm, 幅 $b=600$ mm, 厚さ $h=0.3$ mm の長方形垂鉛めつき鋼板(材質 SS400)を磁気浮上対象とする。実験装置の概略図を Fig. 2 に、その写真を Fig. 3 に示す。

Fig. 2, Fig. 3 のように 3 台の加振器によってそれぞれ独立に上下加振させることが可能な 3 本のフレームに対して、コイルを直列接続した一対の電磁石と、その中央に渦電流式非接触変位計を配置したユニットを 5 箇所設置した。この渦電流式非接触変位計によって各電磁石の表面と鋼板との相対変位を検出する。また、3 本のフレームの絶対変位を検出するために別途 3 個の渦電流式非接触変位センサが設置してある。このフレーム絶対変位と、一対の電磁石の中央に設置した各渦電流式非接触変位計で検出した相対変位から鋼板の絶対変位 z_n を得る。

長方形薄鋼板を 5 か所の電磁石により吊り下げるようにして非接触支持するため、上述の方法によって検出した鋼板の絶対変位、この絶対変位をデジタル微分した絶対速度、電磁石コイルに流れる電流の定常値からの変動分の観測値をフィードバックする。また電磁石を設置している各フレームの絶対変位、そのデジタル微分値であるフレームの絶対速度をフィードフォワードし制御電圧を計算する。D/A コンバータから電流供給用アンプへ制御電圧を出力し、5 個の電磁石吸引力を制御し、鋼板変位が絶対座標上で一定となるように磁気浮上させる。

Fig. 4 に使用した E 型電磁石鉄心の仕様を示す。本研究ではフェライト製の一体型鉄心を使用しているが、渦電流による熱損失等は無視できると仮定している。なお電磁石の磁場による渦電流式非接触変位計への影響を計測した結果、測定誤差は 1% 以下であり制御系に及ぼす影響はほとんどないことを確認した。また、実際の搬送工程を想定すると、電磁石設置フレームの加速度を加速度ピックアップによって検出し、それを積分することによってフレームの絶対変位を得ることが望ましい。しかし加速度ピックアッ

ブ使用に伴うノイズ、オフセットや積分動作による誤差が振動絶縁性能の検討という目的を不明確にする恐れがある。そこで本報告では比較的計測誤差が少ない渦電流式非接触変位センサを用いてフレームの絶対変位の計測を行った。

本報告では弾性振動抑制の基本的な考察を行うため、極軽量のカーボンファイバー製パイプ（直径6mm、使用した全パイプ質量の薄鋼板質量に対する割合は5%未満）をFig.1の点線で示すように3本取り付け（電磁石真下の位置）、長手方向（x軸方向）の弾性振動の発生を抑制した。本研究では、鋼板を非接触支持した際に生じる弾性振動の中で、最も顕著に生ずる弾性1次モードを中心に考察を行う。低次モードを扱う場合、上述のカーボンファイバー製のパイプを鋼板に貼り付けたことによる影響はほとんどないことを確認している。

Fig. 1 Electromagnetic levitation control system.

Fig. 2 Experimental apparatus.

Fig. 3 Photograph of the electromagnetic levitation control system.

Fig. 4 Specification of the electromagnet core.

3. 鋼板のモデル化

3.1 一自由度モデル

一自由度モデルでは、鋼板に対して5箇所配置した渦電流式非接触変位計の各位における鋼板の絶対変位、並びにそのデジタル微分値である絶対速度、一対の電磁石コイルに流れる電流、電磁石を設置している各フレームの絶対変位、そのデジタル微分値であるフレームの絶対速度を各電磁石それぞれの制御電圧の決定に用いる独立制御を実施する。

そこで鋼板の質量を近似的に均等5分割し、それぞれを浮上させる一自由度系としてFig.5のようにモデル化する。電磁石からの静的吸引力によって鋼板を支持すれば一定の距離に保たれる平衡状態が存在する。そこからの鉛直方向の絶対変位を z_n (n はFig.1のNo.1~5に相当する)とすると、運動方程式は以下のようになる。

$$m_{in}\ddot{z}_n = 2f_{in}, \quad (1)$$

ここで、 $m_{in} = m/5$ (m : 鋼板の全質量) [kg], f_{in} : 電磁石1個当りの吸引力の変動値[N]である。

電磁石コイルのインダクタンスは、鋼板表面と電磁石表面のギャップに反比例する成分と漏れに相当する成分で表すことが一般的に知られている⁹⁾。そこで平衡浮上状態における電磁石1個当たりのコイルのインダクタンス L_z [H]を以下のように表す。

$$L_z = L_{eff} + L_{lea} = \frac{K}{Z_0} + L_{lea}, \quad (2)$$

ここで L_{eff} : 鋼板へ有効に作用する磁束に相当するインダクタンス [H], L_{lea} : 漏れ磁束に相当するインダクタンス [H] (本論文では一定とする), Z_0 : 平衡浮上状態における鋼板表面と電磁石表面のギャップ [m], K : 電磁石の吸引力係数 [Hm]。なお L_{eff} , Z_0 , K は実測値であり具体的数値は6.1節のTable 1に示す。

このとき線形化近似を行った電磁石吸引力に関する方程式および電磁石コイルに流れる電流に関する方程式は以下のようになる。

Fig. 5 One-degree-of-freedom (1 DOF) model of levitation control of the steel plate.

$$f_m = \frac{F_n}{Z_0}(z_n - w_{fn}) + \frac{F_n}{I_n} i_n, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} i_n = -\frac{L_{eff}}{L_z} \cdot \frac{I_n}{Z_0^2} (\dot{z}_n - \dot{w}_{fn}) - \frac{R_n}{2L_z} i_n + \frac{1}{2L_z} v_n, \quad (4)$$

ここで w_{fn} : 電磁石を設置しているフレームの定常位置からの変動分[m], F_n : 平衡浮上状態において一対の電磁石の両方から発生する静的吸引力の合計値[N], I_n : 平衡浮上状態における電磁石コイルに流れる定常電流[A], i_n : 電磁石コイルに流れる電流の変動値[A], R_n : 一対の電磁石コイルの総抵抗値[Ω], v_n : 一対の電磁石に加わる定常電圧からの変動値[V]である。

3.2 連続体モデル

連続体モデルでは、鋼板に対して 5 箇所配置した渦電流式非接触変位計全ての位置における鋼板の絶対変位、並びにそのデジタル微分値である絶対速度、5 箇所の一対の電磁石コイルに流れる電流値、各フレームの絶対変位、そのデジタル微分値であるフレームの絶対速度を各電磁石の制御電圧の決定に全て用いる統合制御を実施する。鋼板を各電磁石の静的吸引力によって支持すれば、鋼板が電磁石から一定の距離に保たれる平衡状態が存在する。そこからの鉛直方向の絶対変位を $z(x, y)$ とすると、鋼板に対する運動方程式は以下ようになる。

$$\rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} z + \frac{Ch^3}{12} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^4 z + D \nabla^4 z = \sum_{n=1}^5 f_{cn}(t) \{ \delta(x - x_{a1n}) \delta(y - y_{a1n}) + \delta(x - x_{a2n}) \delta(y - y_{a2n}) \}, \quad (5)$$

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}, \quad (6)$$

ここで ρ : 鋼板の密度[kg/m³], h : 鋼板の厚さ[m], C : 鋼板の内部減衰係数[Ns/m²], $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$, E : 鋼板の縦弾性係数[N/m²], ν : ポアソン比, $f_{cn}(t)$: 各電磁石の吸引力の変動値[N], t : 時間[s], x : 鋼板の長手方向の座標[m], x_{a1n}, x_{a2n} : 一対の電磁石の x 方向の位置[m], y : 鋼板の短手方向の座標[m], y_{a1n}, y_{a2n} : 一対の電磁石の y 方向の位置[m], $\delta()$: ディラックのデルタ関数⁹⁾[1/m]である。

なお電磁石吸引力、回路方程式は一自由度モデルの場合と同様にして導出する。

4. 状態方程式

4.1 一自由度モデルの状態方程式

状態変数として鋼板の絶対変位、絶対速度、電磁石コイルに流れる電流、フレームの絶対変位、絶対速度を採用し、式(1), (3), (4)を整理して以下のような状態方程式を得る。

$$\dot{z}_{ln} = A_{ln} z_{ln} + B_{ln} v_{ln} + D_{ln} w_{fn}, \quad (7)$$

$$z_{ln} = \begin{bmatrix} z_{ln} & \dot{z}_{ln} & i_{ln} \end{bmatrix}^T, \quad w_{fn} = \begin{bmatrix} w_{fn} & \dot{w}_{fn} \end{bmatrix}^T,$$

$$A_{ln} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2F_n}{m_n Z_0} & 0 & \frac{2F_n}{m_n I_n} \\ 0 & -\frac{L_{eff}}{L_z} \cdot \frac{I_n}{Z_0^2} & -\frac{R_n}{2L_z} \end{bmatrix},$$

$$B_{ln} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2L_z} \end{bmatrix}^T, \quad D_{ln} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{2F_n}{m_n Z_0} & 0 \\ 0 & \frac{L_{eff}}{L_z} \cdot \frac{I_n}{Z_0^2} \end{bmatrix}.$$

4.2 連続体モデルの状態方程式

薄鋼板の平衡浮上位置からの変位 $z(x, y)$ は、固有関数 $\phi_i(x, y)$ と基準座標 $\xi_i(t)$ ($i=1 \sim M$) を用いてモード展開する。また、鋼板の固有関数は x 方向、 y 方向にそれぞれ独立な両端自由梁の固有関数の積 $X_{mm}(x) \cdot Y_{nn}(y)$ ($mm, nn=1, 2, \dots$) で表すことができると仮定する。ただし、磁気浮上対象とした鋼板は x 軸方向がカーボンファイバー製パイプにより補強されているため y 軸方向の弾性振動のみを考慮してモード展開を行う。以下にモード展開式を示す。

$$z(x, y) = \sum_{i=1}^M \phi_i(x, y) \xi_i(t), \quad (8)$$

$$\phi_i(x, y) = X_{mm}(x) \cdot Y_{nn}(y) \quad (mm, nn = 1, 2, \dots),$$

$$X_1(x) = 1, \quad X_2(x) = \frac{\sqrt{3}}{a} (2x - a),$$

$$Y_1(y) = 1, \quad Y_2(y) = \frac{\sqrt{3}}{b} (2y - b),$$

$$Y_{nn}(y) = \cos \frac{\lambda_{ynn}}{b} y + \cosh \frac{\lambda_{ynn}}{b} y + \frac{\sin \lambda_{ynn} + \sinh \lambda_{ynn}}{\cos \lambda_{ynn} - \cosh \lambda_{ynn}} \left(\sin \frac{\lambda_{ynn}}{b} y + \sinh \frac{\lambda_{ynn}}{b} y \right),$$

$$\cosh \lambda_{ynn} \cdot \cos \lambda_{ynn} = 1 \quad (nn = 3, 4, \dots),$$

$$f_{ynn} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda_{ynn}}{b} \right)^2 \sqrt{\frac{D}{\rho h}}. \quad (9)$$

状態変数として鋼板の各振動モードの基準座標とその時間微分値および各電磁石コイルに流れる電流の定常値からの変動分、各フレームの絶対変位、フレームの絶対速度を選ぶ。一方観測値は、2 章にて示した方法によって求めた鋼板の絶対変位とその時間微分値および各電磁石コイルに流れる電流の定常値からの変動分と各フレームの絶対変位、フレームの絶対速度である。式(8)を式(5)に代入し固有関数の直交条件を用いて整理すると、以下に示す式を得る。

$$\dot{\xi}_M = A_{\xi M} \xi_M + B_{\xi M} v_c + D_{\xi M} w_{fc}, \quad (10)$$

$$z_c = C_{\xi M} \xi_M, \quad (11)$$

$$\xi_M = [\xi_1 \dots \xi_M \quad \dot{\xi}_1 \dots \dot{\xi}_M \quad i_1 \dots i_5]^T,$$

$$v_c = [v_1 \dots v_5]^T,$$

$$w_{fc} = [w_{f1} \ w_{f3} \ w_{f1} \ w_{f3} \ w_{f2} \ \dot{w}_{f1} \ \dot{w}_{f3} \ \dot{w}_{f1} \ \dot{w}_{f3} \ \dot{w}_{f2}]^T,$$

$$z_c = [z_1 \dots z_5 \quad \dot{z}_1 \dots \dot{z}_5 \quad i_1 \dots i_5]^T,$$

ここで、行列 $A_{\xi M}$, $B_{\xi M}$, $C_{\xi M}$, $D_{\xi M}$ の詳細に関しては、紙面の都合上省略する¹⁰⁾。なお、本研究では、センサ数が 5 個であることから 5 次モードまで ($M = 5$) を制御系設計上考慮する。Fig. 6 に本研究で採用する固有関数 $\phi_i(x, y)$ の形状を示す (1 から 3 番目のモードは剛体モード (並進 ($\phi_1 = X_1 \cdot Y_1$), ロール ($\phi_2 = X_2 \cdot Y_1$),

Fig. 6 Mode shape of the steel plate.

ピッチ ($\phi_3 = X_1 \cdot Y_2$), 4 番目のモードはねじりに相当 ($\phi_4 = X_2 \cdot Y_2$), 5 番目のモードは短手方向の弾性 1 次振動 ($\phi_5 = X_1 \cdot Y_3$) である。

4.3 外乱成形フィルタ

制御対象である鋼板の振動特性を考えた場合、最も大きな共振ピークは弾性 1 次モードで現れる。したがって鋼板の弾性 1 次モードの共振周波数帯域を含む外乱を積極的に抑制する制御系を構築することが必要となる。本研究では白色雑音入力時に鋼板の弾性 1 次モードの共振周波数と同様の卓越周波数を有する有色雑音を出力する成形フィルタを用いて拡大システム¹¹⁾を設計し、これに確率的最適制御理論¹²⁾を適用することで共振周波数を積極的に抑制可能なフィードフォワード併合制御系の構築を行う。なお本研究で用いる鋼板の弾性 1 次モードの固有振動数 f_{y1} は 4.75 Hz であり、実験的に求めた鋼板のヤング率 E を式(9)に代入することによって算出した。

成形フィルタの状態変数にフレームの絶対変位、絶対速度を選び、状態空間表示すると以下ようになる。

$$\dot{w}_s = A_s w_s + D_s w, \quad (12)$$

$$\bar{w}_s = C_s w_s, \quad (13)$$

$$A_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\zeta\omega \end{bmatrix}, \quad D_s = \begin{bmatrix} 0 & \omega^2 \end{bmatrix}^T,$$

一自由度モデルの場合

$$C_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

連続体モデルの場合

$$C_s = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$E\{w(t)\} = 0, \quad (14)$$

$$E\{w(t)w^T(\tau)\} = W\delta(t - \tau), \quad (15)$$

ここで w は式(14)、(15)のような特性を持った白色雑音であり $E\{\cdot\}$

Fig. 7 Frequency characteristics of disturbance.

は数学的期待値を意味し、 W は白色雑音のインテンシティ、 $\delta(\cdot)$ はディラックのデルタ関数である。本報告では ζ を 0.1、 ω を $2\pi \times 4.75$ rad/s とした。なお本節において設計した成形フィルタの周波数伝達特性を Fig. 7 に示す。

4.4 拡大システム

鋼板の浮上システムと 4.3 節にて設計したフレームの外乱生成システムを結合し、白色雑音を入力とする拡大システムを設計する。ただし

・一自由度モデルの場合: $A = A_m, B = B_m, D = D_m, z = z_m,$

・連続体モデルの場合: $A = A_{\xi s}, B = B_{\xi s}, D = D_{\xi s}, z = \xi_s,$

とする。状態変数に z, w_s を選ぶと、拡大システムの状態方程式は次式ようになる。

$$\dot{z}_p = A_p z_p + B_p v_p + D_p w, \quad (16)$$

$$z_p = \begin{bmatrix} z & w_s \end{bmatrix}^T, \quad A_p = \begin{bmatrix} A & DC_s \\ 0 & A_s \end{bmatrix},$$

$$B_p = \begin{bmatrix} B & 0 \end{bmatrix}^T, \quad D_p = \begin{bmatrix} 0 & D_s \end{bmatrix}^T,$$

また、制御系全体のブロック線図を Fig. 8 に示す。なお、 F_b はフィードバックゲイン、 F_f はフィードフォワードゲインである。

5. 制御理論

4.4 節において設計した拡大システムを用いて制御則を求める。本研究では制御系を離散時間系で構成するため、連続系の評価関数を離散化し、離散時間系の最適制御理論に基づいて最適制御則を求める。ここでは式(16)を離散化した次のシステムを考える。

$$z_d(i+1) = \Phi z_d(i) + \Gamma v_d(i), \quad (17)$$

$$\Phi = \exp(A_p T_s), \quad \Gamma = \int_0^{T_s} \exp(A_p \tau) d\tau B_p,$$

ここで離散時間系の評価関数は次のように表される。

$$J_d = \sum_{i=0}^{\infty} [z_d(i)^T Q_d z_d(i) + v_d(i)^T r_d v_d(i)], \quad (18)$$

ただし Q_d : 鋼板の絶対変位、絶対速度、電磁石コイルに流れる電流、およびフレームの絶対変位、絶対速度に関する重み係数を要素とする行列、 r_d : 制御入力に関する重み行列である。式(18)を最小にする離散時間系最適制御則は次の離散時間系 Riccati 型代数方程式において正定対称解 M を求めることで得られる¹³⁾。

$$M = \Phi^T M \Phi + Q_d - \Phi^T M \Gamma (r_d + \Gamma^T M \Gamma)^{-1} \Gamma^T M \Phi, \quad (19)$$

$$v_d^o = -F_d z_d, \quad (20)$$

$$F_d = (r_d + \Gamma^T M \Gamma)^{-1} \Gamma^T M \Phi, \quad (21)$$

Fig. 8 Block diagram of the feedback with feedforward link control system.

ここで T_s はサンプリング時間である。本研究では離散系 Riccati 型代数方程式の解を求める際、MATLAB- toolbox (The Math Works, Inc) の lqrd を使用した。

6. 制御実験

6.1 2つの制御系における比較基準の設定

2つの制御系の性能を比較するためには何らかの基準を定めなければならない。そこで同一の外乱入力に対して、ほぼ同じ応答となる制御系のパラメータを以下のように決定する。

まず鋼板を浮上用電磁石から 5 mm の平衡位置に浮上させ、次に電磁石を設置している 3 本のフレームに同一のステップ入力を加える。このとき一自由度モデルを用いた場合と、連続体モデルを用いた場合の鋼板中央部の変位が同一になるように 2 つの制御系のパラメータを決定した。なおフレームに加えるオフセットは +1 mm とした。これはフレームに外乱を加えない状態では鋼板表面から電磁石表面までの距離が 5 mm であることから、その 20 % に相当するオフセットである。その際のフレーム No.2 の変位 w_2 を Fig. 9 に示す。同図において縦軸 0 はフレームの定常位置である。

Fig. 10, Fig. 11 に上述のステップ外乱を加えた際の磁気浮上鋼板中央部の変位の時刻歴の一例を示す。Fig. 10 は一自由度モデルを用いた場合、Fig. 11 は連続体モデルを用いた場合の実験結果である。また縦軸 0 は絶対変位における鋼板の平衡浮上位置であることを示す。

Fig. 10, Fig. 11 共に横軸 4 秒付近においてフレームにステップ外

Fig. 9 Time history of the step input of frame no. 2.

Fig. 10 Time history of the displacement of the steel plate under step input (experimental result using the 1 DOF model).

Fig. 11 Time history of the displacement of the steel plate under step input (experimental result using the continuous model).

Table 1 The symbols and values.

Symbol	Value	Symbol	Value
m	1.08kg	ρ	$7.50 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Z_0	$5.00 \times 10^{-3} \text{ m}$	E	217GPa
$F_1 \sim F_4$	1.85N	ν	0.3
F_5	3.21N	C	$2.49 \times 10^8 \text{ Ns/m}^2$
$I_1 \sim I_4$	0.51A	L_z	0.225H
I_5	0.67A	K	$3.60 \times 10^{-2} \text{ Hm}$
$R_1 \sim R_5$	20.6 Ω	L_{leg}	0.189H

乱が加わり、鋼板は平衡浮上位置から鉛直下向きに - 0.11 mm 移動している。これは電磁石を設置しているフレームにプラス方向のオフセットが加わることで、電磁石と鋼板との相対距離が広がり鋼板に作用する吸引力が減少したこと起因する。しかし一自由度モデル適用時、連続体モデル適用時共にフレーム変位に対して鋼板変位を 10 分の 1 に抑制しており、ステップ入力フレームに加わる場合において両制御手法ともに十分な振動絶縁性能を有していると言える。このときの各制御系のパラメータを以下に示す。

式(18)における重み行列：

- ・一自由度モデル： $Q_d' = I$, $r_d' = 1$ 。
- ・連続体モデル： $Q_d^c = I$, $r_d^c = I$ 。

ここで Q_d 並びに r_d の上付き添字 l, c は、それぞれ一自由度モデル (local model) と連続体モデル (continuous model) を意味している。なお本研究における各パラメータの値は Table 1 の通りである (実測値)。

6.2 不規則加振実験による振動絶縁性能の検討

本節では電磁石を設置しているフレームを加振することで強制的に鋼板が弾性振動を励起しやすい状況を作り出す。入力外乱は、多くの外乱パターン (ランダム振動、スウィープ振動、正弦波振動) や入力周波数の帯域幅、入力継続時間、加振するフレームの位置等を試した中で、最も明確に振動モードが出現する結果が得られたフレーム No.2 のみをランダム波で加振する方法を採用した。このときのフレーム No.2 の絶対変位の時刻歴、パワースペクトル

(a) Displacement

(b) Power spectrum density

Fig. 12 Time history and power spectrum density of the displacement of frame no. 2.

密度(PSD)を Fig. 12 に示す。変位の標準偏差は 0.318 mm であり、加振器の特性上 0~20 Hz 程度までは、ほぼフラットなパワーを有する外乱となっている。Fig. 13 は一自由度モデル、Fig. 14 は連続体モデルの制御系によって浮上させた鋼板に Fig. 12 に示す外乱を入力した結果である。磁気浮上鋼板中央部の変位の時刻歴とそのパワースペクトル密度を示す。いずれの場合も加振によって横ずれし落下することなく浮上可能であった。

一自由度モデル適用時は、外乱によって生じた弾性振動がスピルオーバーとして残留し、本報告で用いた鋼板の弾性 1 次モード振動の共振周波数 (4.75 Hz) にピークが発生している。ただしこのときの鋼板変位の標準偏差は 0.147 mm であり、フレームの振動を約半分に絶縁していることが確認できる。一方、連続体モデル適用時では一自由度モデル適用時において発生する弾性 1 次モードが抑制されていることが分かる。また標準偏差は 0.033 mm でありフレームの振動を約 10 分の 1 にまで絶縁している。すなわち鋼板

Fig. 13 Time history and power spectrum density of the displacement of the steel plate under random excitation (experimental results using the 1 DOF model).

Fig. 14 Time history and power spectrum density of the displacement of the steel plate under random excitation (experimental results using the continuous model).

を連続体としてモデル化することの優位性が十分現れている。これらの結果より、鋼板を連続体としてモデル化し弾性 1 次モードを制御系に考慮することによって、鋼板に強制的な弾性 1 次モード振動が励起されるような場合に対しても、十分な振動絶縁性能を有することが確認できた。

6.3 過渡応答による弾性 1 次モード抑制効果の検討

6.2 節では強制的に外乱が入力される場合に関する検討を行ったが、本節では過渡応答時の振動抑制性能に関する検討を行う。

2 つの制御手法で浮上させた鋼板にフレーム No.2 から本報告で用いた鋼板の弾性 1 次モードの共振周波数である 4.75 Hz の正弦波を入力した。この状態からフレームの加振を停止し、弾性 1 次モードの過渡応答に対する振動抑制性能を比較した。Fig. 15(a)は一自由度モデル、(b)は連続体モデルにおける実験結果であり、鋼板中央部における変位の時刻歴である。両図とも横軸における 1 秒の時点でフレームの加振が停止している。6.2 節の結果と同様、加振時の振幅は一自由度モデルのほうが 4 倍以上大きくなっている。さらに振動の収束性を検討するため、(a)、(b)の結果で振幅がおおよそ 0.1 mm の状態から定常状態に落ち着くまでの時間を比較すると、(a)の一自由度モデルでは約 2.5 秒に対して、(b)の連続体モデルは約 0.8 秒である。これらの結果から、鋼板を連続体としてモデル化し弾性 1 次モードを制御系に考慮することによって、その振幅を抑制することが可能となることを示せた。また振動の収束時間を短縮する効果を制御系が有することも確認した。

7. まとめ

本論文では薄鋼板を連続体としてモデル化し、これにフィードフォワード制御を適用することによって、フレーム振動の絶縁と鋼板に生ずる弾性振動の抑制が同時に可能な制御システムを構築した。また、設計が比較的容易な一自由度モデル適用時と振動絶縁性能を比較することによって連続体モデルの優位性に関する検討を行った。本研究で得られた結果を要約すると次のようである。

Fig. 15 Transient response of the elastic first mode.

- (1) モデル化が容易な一自由度モデルを用いた制御系でも、今回使用した浮上対象に対して絶対空間上に磁気浮上可能なことが確認できた。また、弾性振動が鋼板に励起されない場合であれば、十分な振動絶縁性能を有することを確認した。
- (2) 制御系に考慮した振動モードを十分抑制できたことから、本システムにおける柔軟鋼板の連続体モデルの妥当性を実験的に確認できた。
- (3) 連続体モデルにフィードフォワード制御を適用することによってフレーム振動の絶縁と、柔軟鋼板に生ずる弾性振動の同時抑制が可能であることを示せた。

今後は、弾性 2 次モード以降の高次弾性振動抑制が可能な制御系の確立や、電磁石の非線形性や発熱による抵抗値変動などの様々な不確かさにロバスト性を有する磁気浮上システムの構築を目指す。

謝辞 本研究に際して、東海大学大学院生・太田伸行氏には多大な協力を得た。ここに感謝の意を表する。

References

- 1) K. Matsuda, M. Yoshihashi, Y. Okada, and A. C. C. Tan: *Trans. ASME Journal of Vibration and Acoustics*, **118**, 469 (1996).
- 2) T. Nakagawa, M. Hama, and T. Furukawa: *IEEE Trans. Magn.*, **36**, 3686 (2000).
- 3) M. Sase, S. Torii: *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, **13**, 129 (2001/2002).
- 4) Y. Oshinoya, T. Obata: *Trans. of JSME(C)*, **45**, 60 (2002).
- 5) S. Hasegawa, M. Kobori, N. Ohta, Y. Oshinoya, and K. Ishibashi: *The 12th Transportation and Logistics Conference*, 139 (2003).
- 6) Y. Oshinoya, K. Ishibashi, and M. Kobori: *JSAEM*, **11**, 229 (2003).
- 7) Balas, M. J.: *IEEE Trans. AC*, **23**, 673 (1978).
- 8) Syadanhoujin Nihonkikaigakkai: *Shingijyutsuuyugou Series : Dai 1kan Jikijikuuke no Kiso to Ouyou* (in Japanese), p.26 (Youkendou, Tokyo, 1995).
- 9) C. R. Wylie: *Kougyou Suugaku (jyou)* (in Japanese), p.276 (Brain Tosyo Shuppan, Tokyo, 1962).
- 10) Y. Oshinoya, K. Ishibashi, S. Okamoto: *JSAEM*, **9**, 384 (2001).
- 11) K. Nonami, H. Nishimura, M. Hirata: *MATLAB niyoru Seigyokei Sekkei* (in Japanese), p.64 (Tokyo Denki Daigaku Shuppanyoku, Tokyo, 1998).
- 12) Y. Sawaragi, T. Soeda, T. Nakamizo: *Kakuritsu Shisutemu Seigy no Kiso* (in Japanese), p.57 (Nissin Shuppan, Tokyo, 1975).
- 13) K. Ogata: *Modern Control Engineering*, p.915 (Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1997).

2004 年 10 月 8 日受理, 2005 年 3 月 15 日採録