Complex E&S Modeling for Magnetic Field Analysis Taking Account of 2-D Vector Magnetic Properties

K. Nakanoue, S. Urata, Y. Nakahata, T. Todaka, M. Enokizono, and H. Shimoji

Faculty of Engineering, Oita Univ., 700 Dannoharu, Oita 870-1192, Japan

2-D vector magnetic properties accurately represent the magnetic properties of various kinds of electrical steel sheets, because they can represent an alternating magnetic field in any direction and a rotating magnetic field by using the relationship between the flux density vector $\mathbf{B}$ and the field strength vector $\mathbf{H}$. E&S modeling is proposed as a method for representing 2-D vector magnetic properties in magnetic field analyses. However, the E&S modeling used in magnetic field analyses is very time-consuming. To solve this problem, we propose complex E&S modeling on the assumption that both the flux density and field strength waveforms are sinusoidal. We carried out FEM analyses taking account of complex E&S modeling. Finally, we compared the analyses results considering complex E&S modeling with those of conventional E&S modeling, and made clear the efficiency of complex E&S modeling.

Key words: E&S modeling, 2-D vector magnetic properties, complex magnetic permeability, hysteresis loop, effective magnetic reluctivity coefficient, effective magnetic hysteresis coefficient

2次元ベクトル磁気特性を考慮した磁界解析のための複素 E&S モデル

中ノ上 賢治・浦田 信也・中畑 和・戸高 孝・榎園 正人・下地 広泰

大分大学工学部, 大分市旦野原 700 (〒870-1192)

1. はじめに

近年の地球温暖化に伴い、京都議定書などをはじめ、世界中で省エネを進める動きが活発になってきている。日本国内においても 1998 年に省エネ法的大幅な改正が行われ、この改正の中にはトランシーバー方式という新しい制度も盛り込まれており、電気機器の高効率化が求められている。電気機器の更なる高効率化を実現するためには機器の磁気特性を詳細に理解する必要があり、機器の開発・設計において磁界解析技術は重要なものとなってきている。現在磁界解析においては、単一方向の交番磁気特性を考慮したものが主流であるが、本来ベクトル量であるはずの磁気の世界を表現するには不十分とされている。この問題を解決するため、磁束密度と磁界強度をベクトル量として評価する 2 次元ベクトル磁気特性が提案されている¹⁾。2 次元ベクトル磁気特性は磁束密度と磁界強度をベクトル量として評価しているため、材料の磁気異方性を表現することができ、鉄損分布を直接計算することもできる。この 2 次元ベクトル磁気特性を磁界解析に取り入れることができれば、更なる高効率電気機器開発への大きな助力となると考えられる。そこで著者は、磁界解析に 2 次元ベクトル磁気特性を考慮する手法として E&S モデルを提案した^{2),3)}。E&S モデルは、磁界強度波形を磁束密度波形の同相分と 90 度位相の異なる成分を用いて表現し、位相ずれで損失を表現することが特徴となっている。しかしながら、従来の E&S モデルは実測した材料特性のデータベースを基とする手法であり、高磁束密度領域の非線形性の強い問題では収束性が悪く多大の計算時間を要するため、最適設計問題への適用が困難であった。最適設計において効率を向上させるためにはまず近似的な計算によってある程度の傾向を把握することが重要であり、その後精確な計算を行うことが望ましい。仮に磁束密度と磁界強度が正弦波であれば、正弦波理論から複素量を用いることが可能であり、磁気抵抗を複素磁気抵抗で取り扱う

ことができる。本論文では、磁束密度および磁界強度波形の歪みを見逃し、それらの基本波成分の関係を複素数で表現した E&S モデルを複素 E&S モデルと呼称する。複素 E&S モデルは 1 周期を 1 回の計算で解くことが可能であり、従来の時間ステップの E&S モデルに比べて精度は落ちるものの高速に近似解を求めることができる。もしこの複素 E&S モデルを実用的な簡易設計ツールとして確立することができれば、短時間で多数のモデル条件を解析する最適設計問題等への適用が可能となり、2 次元ベクトル磁気特性を考慮した機器設計が容易となる。

本論文では複素 E&S モデルの定義式を示し、従来の E&S モデルの解析結果と比較して、その妥当性および有効性を示す。

2. 2次元ベクトル磁気特性測定磁束条件

Fig. 1 に 2 次元ベクトル磁気特性を定義するための磁束条件を示す。磁束条件は、最大磁束密度 B_{max} 、圧延方向(磁化容易軸方向)と最大磁束密度方向のなす角度 θ_B 、および最大磁束密度と最小磁束密度の大きさの比 α の 3 つのパラメータにて支配される^{4),5)}。 $\alpha = 0$ の場合に交番磁束条件となり、 $\alpha = 1.0$ の場合に真円の回転磁束条件となる。

Fig. 1 Representation of alternating and flux conditions.

3. 定義式と定式化

3.1 従来のE & S モデル

従来のE&Sモデルの定義式を以下に示す²⁾。

$$H_x = \bar{v}_{xr} B_x + \bar{v}_{xi} \frac{\partial B_x}{\partial t} \quad (1)$$

$$H_y = \bar{v}_{yr} B_y + \bar{v}_{yi} \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (2)$$

ここで、 $\bar{v}_{xr}$ 、 $\bar{v}_{yr}$ はそれぞれX方向、Y方向の磁気抵抗係数を表し、 $\bar{v}_{xi}$ 、 $\bar{v}_{yi}$ はそれぞれX方向、Y方向の磁気ヒステリシス係数を表す。磁気抵抗係数と磁気ヒステリシス係数は実測データから求められ、磁束条件のパラメータである B_{max} 、 θ_B 、 α の関数としてデータベース化される。

3.2 複素 E&S モデル

式(1)、(2)において磁束密度と磁界強度が正弦波であれば、 $\partial/\partial t$ を $j\omega$ とおくことができ、複素E&Sモデルは以下のように定義できる。

$$\dot{H}_x = \bar{v}_{xr} \dot{B}_x + j\omega \bar{v}_{xi} \dot{B}_x \quad (3)$$

$$\dot{H}_y = \bar{v}_{yr} \dot{B}_y + j\omega \bar{v}_{yi} \dot{B}_y \quad (4)$$

ドット(・)は複素量を表す。

ここで、磁束密度を式(5)、(6)にて、磁界強度を式(7)、(8)にて表現する。Fig. 2 に $\dot{B}_x$ と $\dot{H}_x$ の位相関係を示す。

$$\dot{B}_x = |\dot{B}_x| e^{j\theta_{B_x}} = |\dot{B}_x| (\cos(\theta_{B_x}) + j \sin(\theta_{B_x})) \quad (5)$$

$$\dot{B}_y = |\dot{B}_y| e^{j\theta_{B_y}} = |\dot{B}_y| (\cos(\theta_{B_y}) + j \sin(\theta_{B_y})) \quad (6)$$

$$\dot{H}_x = |\dot{H}_x| e^{j\theta_{H_x}} = |\dot{H}_x| (\cos(\theta_{H_x}) + j \sin(\theta_{H_x})) \quad (7)$$

$$\dot{H}_y = |\dot{H}_y| e^{j\theta_{H_y}} = |\dot{H}_y| (\cos(\theta_{H_y}) + j \sin(\theta_{H_y})) \quad (8)$$

磁気抵抗係数および磁気ヒステリシス係数は次式で定義できる。

$$\bar{v}_{xr} = \frac{|\dot{H}_x|}{|\dot{B}_x|} \cos(\theta_{H_x} - \theta_{B_x}) = \frac{|\dot{H}_x|}{|\dot{B}_x|} \cos(\theta_{BH_x}) \quad (9)$$

$$\bar{v}_{xi} = \frac{|\dot{H}_x|}{\omega |\dot{B}_x|} \sin(\theta_{H_x} - \theta_{B_x}) = \frac{|\dot{H}_x|}{\omega |\dot{B}_x|} \sin(\theta_{BH_x}) \quad (10)$$

$$\bar{v}_{yr} = \frac{|\dot{H}_y|}{|\dot{B}_y|} \cos(\theta_{H_y} - \theta_{B_y}) = \frac{|\dot{H}_y|}{|\dot{B}_y|} \cos(\theta_{BH_y}) \quad (11)$$

$$\bar{v}_{yi} = \frac{|\dot{H}_y|}{\omega |\dot{B}_y|} \sin(\theta_{H_y} - \theta_{B_y}) = \frac{|\dot{H}_y|}{\omega |\dot{B}_y|} \sin(\theta_{BH_y}) \quad (12)$$

3.3 支配方程式

複素E&Sモデルを考慮した支配方程式は次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\bar{v}_{yr} \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x} + j\omega \bar{v}_{yi} \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\bar{v}_{xr} \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial y} + j\omega \bar{v}_{xi} \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x} \right) = -\dot{J}_{0z} \quad (13)$$

ここで、 $\dot{A}_z$ は複素ベクトルポテンシャルのZ方向成分、 $\dot{J}_{0z}$ は複素電流密度のZ方向成分とする。

3.4 鉄損計算

本数値磁界解析において鉄損は次式で計算される。

$$P_t = \left| \frac{1}{\rho T} \int_C \dot{H} \cdot d\dot{B} \right| \quad (14)$$

ただし、 ρ は材料密度であり T は励磁周期とする。

3.5 フローチャート

フローチャートを Fig. 3 に示す。まず磁性材料の領域には、初期値として磁気抵抗係数 $\bar{v}_{xr} = \bar{v}_{yr} = 250$ 、磁気ヒステリシス係数 $\bar{v}_{xi} = \bar{v}_{yi} = 100$ を与えた。また線形領域である空気領域とコイル領域には真空の透磁率を与えた。本手法では、有限要素法を用いて磁気ベクトルポテンシャルを導出し、磁気ベクトルポテンシャルから式(15)、(16)を用いて磁束密度を計算する。そして、磁束条件 (B_{max} 、 θ_B 、 α) に応じた磁気抵抗率係数 ($\bar{v}_{xr}$ 、 $\bar{v}_{yr}$)、磁気ヒステリシス係数 ($\bar{v}_{xi}$ 、 $\bar{v}_{yi}$) をデータベースから求め、過小緩和法を

Fig. 2 Phase relationship between $\dot{B}_x$ and $\dot{H}_x$.

Fig. 3 Flow chart.

用いて新しい係数に修正し、収束条件が満たされるまで以上の計算を繰り返す。本解析では、実部と虚部の磁気ベクトルポテンシャルにおけるそれぞれの相対誤差が0.1 % 以下となったとき、解が収束したと見なした。

複素 E&S モデルのデータベースは、各磁束条件下 (B_{max} , θ_B , α) の磁気測定を行い、測定結果から求められた係数 $\bar{v}_{xr}$, $\bar{v}_{yr}$, $\bar{v}_{xi}$, $\bar{v}_{yi}$ が保存されている。これらの係数は、測定された正弦波磁束密度波形と歪んだ磁界強度波形の基本波成分の関係を用いて式(9)～式(12)より作成した。

$$\dot{B}_x = \frac{\partial \dot{A}_z}{\partial y} \quad (15)$$

$$\dot{B}_y = -\frac{\partial \dot{A}_z}{\partial x} \quad (16)$$

4. 解析結果および検討

Fig. 4 に解析モデルを示す。図(a)は概略寸法図を示し、図(b)は局所磁気特性の検討部位を示す。解析モデルは無方向性電磁鋼板の打ち抜きリングコアモデルとした。図(a)中の矢印は電磁鋼板の圧延方向を示す。Fig. 5 にメッシュ分割図を示す。解析モデルの要素数は2668、節点数は1335とした。

本解析では、励磁電源を正弦波電圧源とし、端子電圧法を考慮して解析を行った^{6),7)}。Fig. 6 ~ Fig. 8 に磁束密度分布、磁界強度分布および鉄損分布を示す。Fig. 6 ~ Fig. 8 において、図(a)は複素 E&S モデルの結果、図(b)は従来の E&S モデルの結果である。

まず、複素 E&S モデルの解析結果について検討する。磁束密度分布を示す Fig. 6 (a)によれば、上下部分の内側における磁束密度の値が特に高くなっていることがわかる。これは、 $\theta_B = 0 \text{ deg}$ である上下部分の場合は磁気抵抗が小さく、磁路長の影響が強く出たためと考えられる。逆に、 $\theta_B = 90 \text{ deg}$ である左右部分の場合は磁気抵抗が大きくなるので磁路長の影響が出にくくなっている。磁界強度分布を示す Fig. 7 (a)によれば、 $\theta_B = 90 \text{ deg}$ 付近である左右部分では、磁界強度が大きくなっていることが確認できる。これは、磁化困難軸方向に磁束を流すため大きな磁界強度が必要となり、 $\theta_B = 0 \text{ deg}$ の場合よりも $\theta_B = 90 \text{ deg}$ の場合に磁気抵抗が大きくなるのが原因として考えられる。鉄損分布を示す Fig. 8 (a)によれば、鉄損分布は磁路長が短い内側付近が高くなっていることが分かる。以上の結果から、通常の直交異方性的取り扱いでは方向性磁性材料内の2次元磁気特性表現できないが⁸⁾、複素 E&S モデルを考慮した磁界解析では2次元磁気特性を考慮することが可能で、磁束密度と磁界強度のベクトル関係から直接鉄損分布を解析することができる数値モデルであるといえる。また今回の解析結果より明らかなように、無方向電磁鋼板であっても圧延方向に磁気異方性が存在するので、正確な磁界解析を行うためには2次元ベクトル磁気特性を考慮する必要があるといえる。

次に、複素 E&S モデルと従来の E&S モデルの解析結果の比較を行う。両モデルの磁束密度分布を比較すると、磁束密度の値、磁束が集中する箇所などの傾向がほとんど一致した。磁界強度分布・鉄損分布は、計算値の大きさが複素 E&S モデルの方で小さくなったが、傾向は良く一致した。計算値が小さくなった原因は、

複素近似法を利用するために磁界強度波形の歪みを無視して正弦波近似したためと考えられる。正弦波近似したことにより、Fig. 9 の例のように、最大磁束密度付近のヒステリシス軌跡が変化し、ヒステリシスループが描く面積に差異が生じたため、複素 E&S モデルにより求められた鉄損が従来の E&S モデルにより求められた鉄損に対して低く評価されたということである。

次に、Fig. 10 に、Fig. 4 (b)に示した点 (point A,B,C) の局所ヒステリシスループの比較結果を示す。複素 E&S モデルは磁束密度および磁界強度を正弦波と見なしているためヒステリシスループは楕円となっており、従来の E&S モデルで求めたヒステリシス軌跡と形は異なるが、両分布の傾向はよく一致していることが分かる。すなわち、X 方向と Y 方向のヒステリシス軌跡の大きさを比較することはできるが、磁束密度が飽和する点や残留磁化を正しく解析することはできないということである。このため、最大磁束密度分布の差以上に磁界強度、鉄損分布の差の方が大きくなっている。しかし、最適設計問題等に適用するための精度は十分に得られている。Fig. 11 に従来の E&S モデルを用いて計算した鉄損値と複素 E&S モデルを用いて計算した鉄損値の比較結果を示す。値は従来の E&S モデルの値を基準に何%大きくなったかを示している。図の様に 1.4 T 以下の磁束密度領域であれば、同一磁束条件における相対誤差は 1 % 以下であり実用上問題なく適用できるが、1.4 T 以上になると誤差が急激に大きくなり複素近似法 (*jo* 法) で表現するのは困難となる。

Fig. 4 Ring core model for analysis.

Fig. 5 Illustration of mesh division.

(a) Complex E&S model

(b) Conventional E&S model

Fig. 6 Flux density distributions.

(a) Complex E&S model

(b) Conventional E&S model

Fig. 8 Iron loss distributions.

(a) Complex E&S model

(b) Conventional E&S model

Fig. 7 Field strength distributions.

Fig. 9 Hysteresis loci.

最後に複素 E&S モデルと従来の E&S モデルの解析時間の比較を行った。解析には、CPU Pentium 3.4GHz の PC を用いた。リングコアモデル解析において、従来の E&S モデルでは 15~16 時間の解析時間であったのに対して、複素 E&S モデルでは約 30 分で解析することができ、約 1/30 の大幅な解析時間の短縮を可能にした。以上から、複素 E&S モデルは簡易的に短時間で近似解が求まる手法であり、2 次元ベクトル磁気特性を考慮した高速な磁界解析を行う手法として、有効に使用できる。

(a) Point A

(b) Point B

(c) Point C

Fig. 10 Hysteresis loci in local regions.

Fig. 11 Iron loss difference.

5. まとめ

本論文では、従来の E&S モデルに複素透磁率の表現を取り入れた複素近似による解析手法を開発し、その妥当性を検証した。以下に結果をまとめる。

- 1) 従来の E&S モデルの定義式に複素近似法(*jω*法)を適用した定式化を示した。
- 2) 実験データから求めた最大磁束密度、傾き角を考慮した磁気抵抗係数と磁気ヒステリシス係数を用いることにより 2 次元ベクトル磁気特性を考慮した磁界解析が可能となった。
- 3) 複素 E&S モデルを用いることで、従来の E&S モデルに比べ、大幅な解析時間を短縮することが可能であることを明らかにした。

References

- 1) M. Enokizono: *Journal of the Magnetics Society of Japan.*, Vol.27, No.2, p.50-58. (2003).
- 2) M. Enokizono and T. Amano: *Journal of the Magnetics Society of Japan.*, Vol.25, p.1107-1110. (2001).
- 3) N. Soda and M. Enokizono: *IEEE Transactions on Magnetics.*, Vol.36, No.4, p.1285-1288. (2000)
- 4) N. Soda and M. Enokizono: *Journal of the Magnetics Society of Japan.*, Vol.24, p.827-830. (2003).
- 5) J.Sievert, One- and Two-dimensional Magnetic Phenomena in Electrical Steel and their Measurement, *Advanced Computational and Design Techniques in Applied Electromagnetic Systems* (ed. S.-y.Hahn, Elsevier Science B.V., pp.639~645. (1995).
- 6) S. Urata, T. Todaka, S. Shimoji, M. Enokizono: *Journal of the Magnetics Society of Japan.*, Vol.29, No.3, p.320-325. (2005).
- 7) T. Nakata, and N.Takahashi: *IEEE Trans. on Magn.*, Vol.18, No.2, p.325-330. (1982).
- 8) T.Nakata, N.Takahashi, K.Fujiwara, M.Nakano and N.Okamoto: *IEEE Trans. on Magn.*, Vol.35, No.5, p.3395-3998. (1994).

2005 年 10 月 19 日受理，2006 年 01 月 16 日採録