三相変圧器の励磁突入電流の解析

A Numerical Analysis of Inrush Current in Three Phase Transformers

岩原正吉・村本 浩・宮沢永次郎 福井大学工学部, 福井市文京 3-9-1 (910)
M. Iwahara, H. Muramoto, and E. Miyazawa

Faculty of Engng., Fukui Univ., 9-1, Bunkyo 3-chome, Fukui, 910

This paper presents a numerical method for analyzing the electromagnetic transients in three phase transformer circuits, and shows numerical and experimental results of two type three phase circuits. The one circuit consists of the E-type wound core, and the other consists of three C-type wound cores. Both circuits are driven in the star-star connection. Inrush current, induced voltage and neutral voltage of transformers are investigated numerically and experimentally under the condition of zero make on phase.

Observed transients are predicted by numerical simulations using this method, and the results are compared with the experimental results showing satisfactory agreement.

1. まえがき

三相回路では单相の場合と異なり電源および負荷との接続にさまざまな形態が考えられ、接続法によって回路の振舞いにかかなりの差異が見られる。これらの回路における問題は鉄心特性の記述方法、変圧器内の磁束分布および電気回路と磁気系との結合法の三つに要約できる。前2者の問題では近年有限要素法の発展によって著しい進歩¹⁾が見られ、実際の設計にも適用されている。一方、後者では幾らかの例²⁾はあるものの、実用上十分な方法はまだないように思われる。これに対して筆者らは電気回路と磁気系との接続が容易でかつ負荷力率などをパラメータとする従来の回路の解析法ともなじみやすい方法としてタブロー法³⁾を提案してきた。

本論文では、この解析法により星形-星形に接続した単相変圧器3台によるバンク接続とE形鉄心による三相変圧器回路を取り上げ、それらの電源投入時の励磁突入電流および鉄心内の磁束に対応する誘起電圧波形を数值的に計算し、両者を比較し、実験的にそれらの現象を確かめた。単相変圧器による星形-星形接続は実用上は使用されないが、磁気回路の構造による相違と本計算法の有効性を確認するために取り上げることとした。

2. タブロー法による数値解析

2.1 変圧器回路とタブロー表現

取り扱い三相変圧器回路と変圧器の構造を Fig. 1 に示す。電源はE形鉄心による三相回路・バンク接続によ

a) E-type core circuit.

b) Bank circuit.

Fig. 1 Three phase transformer circuits.

Fig. 2 Schemes of core partitions.

a) Two types of core blocks.

b) Equivalent circuit elements.

Fig. 3 Core blocks and equivalent elements.

る三相回路とも星形であり、変圧器の各巻線の接続方法も星形-星形とする。使用する鉄心はいずれも巻鉄心とし、E形鉄心ではその構造上の性質が消失しない程度に鉄心を分割し、バンク接続では鉄心は分割せずに取り扱う。Fig. 2 には各鉄心の分割法とその寸法を示した。図中の分割した鉄心内での磁束分布は至る所一様とし、鉄心は巻線が巻かれている場合と巻かれていない場合とに区別し、Fig. 3 に示す磁気回路素子に変換する。ここで、図中の菱形記号は従属源であることを示す。

以上の仮定に基づいて Fig. 1 の回路を書き改めると既報 4 に示した電気磁気結合回路を得る。すなわち、電源および変圧器の一次巻線からなる一次側電気回路、鉄心構造によって定まる磁気回路と変圧器二次巻線を含む二次側電気回路を得る。二つの電気回路と磁気回路はそれら自体閉じた回路となり、それぞれ異なる回路トポロジーを持っており、互いに他方の変数によって制御される従属源を含む。

得られた回路に節点解析法を適用し、タブロー表現とした後、互いに従属関係にある部分を結合係数行列を導入して再びタブロー表現とすると前述の電気磁気結合系は次式で表現される。

$$\begin{bmatrix} T_{p0} & T_{mp} & 0 \\ T_{pm} & T_{m0} & T_{sm} \\ 0 & T_{ms} & T_{s0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_p \\ X_m \\ X_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、一次側電気回路と磁気回路とについて示すと、

$$T_{p0} = \begin{bmatrix} Z_p & -Y_p & 0 \\ 0 & 1 & -A_p^t \\ A_p & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad T_{m0} = \begin{bmatrix} R_m & -P & 0 \\ 0 & 1 & -A_m^t \\ A_m & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_{pm} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -C_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad T_{mp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_p^t d/dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

となる。式 (1) の記号 T はタブロー行列、 X は未知ベクトル、 b は定数ベクトルを示す。また、添字はそれぞれ、 p は一次側電気回路、 m は磁気回路、 s は二次側電気回路を示す。式 (2) の記号 Z はインピーダンス行列、 Y はアドミッタンス行列、 R_m はリラクタンス行列、 P はパーミアンス行列、 A は既約接続行列を示し、式 (3) の記号 C は結合係数行列を示す。

二次側電気回路も同様にして定義でき、式 (1) は各回路の接続行列、枝特性、定数ベクトルおよび結合係数を与えることにより自動的に導かれる。

2.2 数値計算

式 (1) はその要素に微分項を含む。ここでは、それらの微分項に対して後退差分近似を適用し、式 (1) を離散化して数値計算を行う。

すなわち、時刻 t を $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ と離散化し微分項に前述の近似を適用すると式 (1) は

$$\begin{bmatrix} T_{p0} & T_{mp} & 0 \\ T_{pm} & T_{m0} & T_{sm} \\ 0 & T_{ms} & T_{s0} \end{bmatrix}_{n+1} \cdot \begin{bmatrix} X_p \\ X_m \\ X_s \end{bmatrix}_{n+1} = \begin{bmatrix} K_p \\ K_m \\ K_s \end{bmatrix}_{n,n+1} \quad (4)$$

となる。また、上式は整理して

$$f(X_{n+1}) = T_{n+1} \cdot X_{n+1} - K_{n,n+1} = 0 \quad (5)$$

と書き改められる。ただし、式中の添字 n または $n+1$ はそれらが時刻 t_n または t_{n+1} に関する量であることを示す。式右辺の K は後退差分近似を適用したことによる項であり、時刻 t_n についての既知量または時刻 t_{n+1} における電源電圧の値からなるベクトルである。

式 (5) 右辺第 1 項目の T の要素の一部は鉄心の非線形性により磁束の関数となるので解ベクトル X を求めるにはニュートン・ラプソン法を用いた。また、行列方程式の計算にはガウスの消去法を用いた。

3. 計算結果と実験結果

小形の変圧器を試作し、数値計算と実験結果の比較検討を行う。試作変圧器はいずれも鉄心材質が G-9 で、容量は約 250 VA である。鉄心特性は従来から用いられている多項式近似および損失を記述する場合に用いられる複素透磁率との関係付けが容易な次式で表す。

$$H = a_1 B + a_3 B^3 + \dots + (b_0 + b_2 B^2 + \dots) \cdot dB/d(\omega t) \quad (6)$$

ここで、 H は鉄心内の磁界の強さ [A/m]、 B は磁束密度 [T]、 $a_1, a_3, \dots$ は鉄心の実効的なリラクタンスに

関する係数, $b_0, b_2, \dots$ はヒステリシス損に関する係数である。試作した変圧器の鉄心係数は Table 1 に示す。

式 (6) の係数は鉄心中のうず電流の影響を考慮して³⁾ 磁束正弦波条件のもとで環状鉄心を飽和磁束密度付近まで励磁し、その励磁電流波形を取り、調波分析の後逆記述関数法により求める。この条件に基づいて、E 形鉄心では中央脚を単相励磁し、バンク接続では個々の変圧器を励磁し、測定 of SN を考慮して鉄心係数を決定した。その他の定数および記号は Fig. 1~2 に示した。

実験は各相の励磁突入電流、鉄心各部のさぐりコイルに誘起する電圧および電源の中心から測定した変圧器の中性点電圧の 3 通りについて行った。電源には二次側を星形結線とした変圧器を用い、それを可変電圧調整器で駆動した。波形は変圧器を交流消磁した後無作為にスイッチを投入し、U 相の位相が零となったものを採取した。

一方、数値計算は実験に対応させて行った。実験および数値計算の結果は励磁突入電流を Fig. 4 に、誘起電圧を Fig. 5~6 に、中性点電圧を Fig. 7 に示した。Fig. 4 より E 形鉄心の場合では任意の相の電流は残る 2 相で打消され、バンク接続ではある特定の相の電流によ

って打消される。Fig. 5 より E 形鉄心の主脚部では誘起電圧にそれほどひどい波形の歪みが見られず、バンク接続では明らかに実用上支障があると思われる波形歪みが見られる。しかし、E 形鉄心でも継鉄部では誘起電圧に著しい波形の歪みが見られ、継鉄部の磁束波形が正弦波でないことを示している (Fig. 6)。Fig. 7 より過渡的にかなり大きな中性点電圧が両方式とも発生するが E 形鉄心ではそれは一時的なもので、それ以外の点ではほとんど零に近い。一方、バンク接続では大きな電圧が継続して発生する。

次に数値計算の結果について述べる。図中では数値計算結果は点線で示し、いずれも実験結果と良い一致を示している。特に、電圧波形はかなりの精度で一致している。しかし、電流はそれほどよく一致していない。これは対象とする現象が電圧拘束状態に近いためであり、鉄心特性がそのまま電流波形に影響したものと推論される。

計算と実験結果とのずれを検討するには、鉄心内の磁束波形が正弦波でないで鉄心内のうず電流を考慮する必要があるように思われる。

中性点電圧の発生メカニズムを調べた結果、バンク接続では周知のように電流の第 3 高調波が中性点で打消

a) E-type core circuit.

b) Bank circuit.

Fig. 4 Inrush current in both circuits.

a) E-type core circuit.

b) Bank circuit.

Fig. 5 Induced voltage related with the flux in the limbs.

Table 1 Core coefficients of transformers. $f=60$ Hz, $B_m=1.8$ T, C-Type; average

a_k	E-Type	C-Type	b_k	E-Type	C-Type
1	11.483	34.186	0	11.793	21.286
3	-5.741	-69.26	2	3.1856	4.9132
5	65.005	390.60	4	-7.403	-0.0783
7	-162.6	-928.7	6	25.599	20.281
9	204.66	1154.7	8	-39.93	-27.28
11	-141.2	-790.8	10	34.296	8.2781
13	54.456	302.11	12	-15.91	4.5660
15	-11.00	-60.35	14	3.7366	-3.084
17	.9069	4.9212	16	-.3424	.4908

a) E-type core circuit.

Fig. 6 Induced voltage on the yokes. (E-type)

b) Bank circuit.

Fig. 7 Neutral voltage in both circuits.

されることが原因となって中性点電圧が発生し、一方、E形鉄心では変圧器の漏れ磁束が原因となって発生することが数値解析から分かった。

4. あとがき

本論文では、星形-星形に接続した単相変圧器によるバンク接続とE形鉄心による三相変圧器回路の無負荷時の過渡現象について実験および数値計算から検討を加えた。その結果次のことが明らかになった。

1) 数値計算結果と実験結果はほぼ満足すべき一致を示し、数値解析の手法が有効で回路のモデル化が妥当であったことが明らかになった。

2) E形鉄心による変圧器では継鉄部分のサーコイルに誘起する電圧に著しい波形歪が見られ、この部分での損失が大きくなると予測される。

3) 中性点に発生する電圧の発生のメカニズムはE形鉄心とバンク接続とは異なり、E形鉄心では、その原因は漏れ磁束の経路の構造的な非対称にある。

本文では示さなかったが投入位相が零でない場合にも

良い一致が得られた。また、負荷回路がある場合や電源電圧が正弦波でない場合にも計算可能であり、周期解が求められるように修正することも容易に可能である。

最後に、本論文を作成するに当たり数値計算および図面作成に協力をいただいた本学科の本堂義記技官に感謝の意を表します。

文 献

- 1) 中田, 高橋: 電気工学の有限要素法, 森北出版 (1982).
- 2) H. L. Nakra and T. H. Barton: *IEEE Trans. P.A.S.*, **93**, 1810 (1974).
- 3) 岩原, 村本, 宮沢: 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-81-77 (1981).
- 4) 岩原, 村本, 宮沢: 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-84-62 (1984).
- 5) M. Iwahara and E. Miyazawa: *IEEE Trans. Magn.*, **MAG-19**, 2457 (1983).

1984年12月17日受理, 1985年2月19日採録