解 説

リカレンスプロットを用いたニューロンへの入力信号の検出

藤原 寛太郎^{*1}, 黒河 徳大^{*2}, 山田 泰司^{*3}, 池口 徹^{*1}東京理科大学工学部第一部経営工学科^{*1}, 埼玉大学大学院理工学研究科^{*2}, 株式会社あいはいら^{*3}

Detection of Neuronal Inputs using Recurrence Plots

Kantaro Fujiwara,^{*1} Naruhiro Kurokawa,^{*2} Taiji Yamada^{*3} and Tohru Ikeguchi^{*1}Department of Management Science, Tokyo University of Science^{*1}Graduate School of Science and Engineering, Saitama University^{*2}AIHARA Electrical Engineering, Co., Ltd.^{*3}

概要

リカレンスプロットは、アトラクタ上の二点間の相関関係を視覚化することで、データに潜む非定常性などを検出できるツールである。このようなリカレンスプロットの有する特徴を用いることで、非線形力学系に対して緩やかに変化する入力信号の検出が可能となることが知られている。本稿では、この考えをニューロンから出力されるスパイク列の発火間隔を対象とした場合に拡張し、リカレンスプロットを用いたニューロンへの入力信号の検出を行う。その際、リカレンスプロット間の距離を定義することで、検出精度の定量化を行った。その結果、検出精度はニューロンの発火パターンや入力周波数に依存することが分かった。また、カオス的な発火パターンを有する場合にも、発火率のリカレンスプロットを用いることで高精度な入力信号の検出ができることが可能となることを示した。

1. はじめに

非線形時系列の解析手法の1つにリカレンスプロット (RP) がある¹⁻⁷⁾。RP は、時系列データの特徴を捉えるために考案された可視化ツールである。RP を用いると時系列データの非定常性を知ることができる。また、このような RP の特徴を用いることで、非線形力学系へ印加される緩やかな入力信号の検出が可能であることも知られている³⁻⁷⁾。

しかし、これらの議論は非線形力学系から出力される時系列を対象としており、ニューロンの発火のような点過程のデータに対する検討は行われていない。そこで、本稿では、ニューロンの発火間隔を RP で解析することで、ニューロンへの入力信号の検出可能性を調査した。また、RP 間の距離を定義することで、検出精度を定量的に評価した。さらに、発火率変化の時系列を用いた RP による検出についても検討を行い、その有用性を議論した。

2. RP を用いた入力信号検出

RP を作成するためには、一辺の長さがアトラクタ上の点の総数 N となるような二次元画像を用意する。アトラクタ上の二点 $\mathbf{v}(i)$, $\mathbf{v}(j)$ 間の距離を

$$D(i, j) = |\mathbf{v}(i) - \mathbf{v}(j)| \quad (1)$$

と定義し、その値が閾値 ϵ より小さいとき二次元画像の第 i , j 画素をプロットする。

RP を用いると、定性的に時系列データに潜む非定常性を検出できることが知られている³⁻⁷⁾。図 1 にホワイトノイズ、正弦波、ローレンツ方程式の第一変数の時系列波形とその RP を示す。本稿では、閾値 ϵ は全てアトラクタ上の二点間距離の最大値の 0.1 倍としている。ホワイトノイズの場合、RP 上に点が一様に分布している。これに対し、ローレンツ方程式の RP では、点が斑らに分布していることが分かる。また、正弦波の RP は、パターンが規則的に並び、周期的な波形であることが分かる。

このように、RP を用いると時系列データの特徴を定性的に捉えることができる。この RP の有する性質

*1 〒162-0825 東京都新宿区神楽坂 1-3

*2 〒338-8570 埼玉県さいたま市桜区下大久保 255

*3 〒273-0012 千葉県船橋市浜町 2-16-8

図1 (a) ホワイトノイズの時系列波形と (b) その RP. (c) 正弦波の時系列波形と (d) その RP. (e) ローレンツ方程式の第一変数の時系列波形と (f) その RP.

を利用して、力学系に対して緩やかに変動する入力信号の検出が可能であるという議論もなされている^{5,6)}. 本節では、文献 5), 6) の追試結果を紹介する.

まず、入力信号として Duffing 方程式 (式 (2)) の第一変数を用いる. 具体的には、Runge-Kutta 法の刻み幅を 0.0001, サンプル周期を 0.003 とし、5,000 点のデータを得る. その時系列波形と RP を図 2 に示す.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -0.05y - x^3 + 7.5 \cos t \end{cases} \quad (2)$$

これを入力信号として与える力学系には、式 (3) で示すローレンツ方程式を用いる.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (6 + 12\gamma)(-x + y) \\ \frac{dy}{dt} = -xz + 28x - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - \frac{8}{3}z \end{cases} \quad (3)$$

図2 (a) 入力信号として用いた Duffing 方程式の第一変数の時系列波形と (b) その RP

ただし、入力信号は式 (3) の第一式の右辺の γ としている. 入力信号を加えた際のローレンツ方程式のアトラクタと時系列波形, RP を図 3 に示す. 図 3(c) のように入力信号の RP (図 2(b)) と同様のパターンが出力の RP でも現れており、入力信号が検出できていることが分かる. なお、図 3 の RP を求める際には、時間遅れ座標系への変換を行うことで、5 次元の状態空間にアトラクタを再構成した.

3. ISI の RP を用いた入力検出

前節で示したように、RP を用いると非線形力学系に印加された緩やかな入力信号を検出できる^{5,6)}. これらの議論の対象は、力学系から出力される時系列である. しかし、電気生理実験などで計測されるデータは、このような連続時系列であることはむしろまれで、ニューロンから出力されるスパイク間隔 (ISI) のような点過程の時系列であることが多い. そこで、本節では、ニューロンモデルから得られるスパイク列の ISI を対象として、RP を用いた入力信号の検出問題について調査する.

本稿では、ニューロンモデルへの入力検出を行うにあたり、Izhikevich ニューロンモデルを用いる. Izhike-

図3 ローレンツ方程式への入力信号（式(2)のDuffing方程式の第一変数）の検出結果^{5,6)}の追試.
(a) アトラクタ, (b) 時系列波形, (c) RP.

Izhikevich ニューロンモデルは式(4)で記述される⁸⁾.

$$\begin{aligned} \dot{v} &= 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I \\ \dot{u} &= a(bv - u) \end{aligned} \quad (4)$$

if $v \geq 30$, then $\begin{cases} v \leftarrow c \\ u \leftarrow u + d. \end{cases}$

ここで、 v は膜電位、 u は回復変数、 I は入力信号、 a 、 b 、 c 、 d はニューロンの振る舞いを決定するパラメータである。Izhikevich ニューロンモデルでは、膜電位の値が30[mV]を超えると発火したと見なし、リセットされる。また、パラメータ a 、 b 、 c 、 d の値によって、Regular Spiking (RS), Fast Spiking (FS), Intrinsically Bursting (IB), Chattering (CH), Chaosなどの振る舞いを再現することができる⁸⁾。各発火状態

図4 Izhikevich ニューロンモデルより出力される膜電位 v の時系列波形. (a) RS, (b) FS, (c) IB, (d) CH, (e) Chaos.

の膜電位の応答例を図4に示す。

Izhikevich ニューロンモデルに対して、図2とは異なるサンプリング周期により作成したDuffing方程式の第一変数の時系列を入力 I として与えた。具体的には、Izhikevich ニューロンモデルのサンプリング周

(a)

(b)

図5 Izhikevich ニューロンモデルへ印加した Duffing 方程式の第一変数の (a) 時系列波形と (b) その RP.

期と合わせるため、刻み幅 0.0001, サンプル周期 0.0002 で Runge-Kutta 法を用いて 60,000 点のデータをサンプリングした. その時系列波形と RP を図 5 に示す. ただし, 入力 I は $\{I \mid 6 \leq I \leq 10\}$ (Chaos 応答の場合は $\{I \mid -100 \leq I \leq -96\}$) にスケーリングされ, これを 12 秒間に渡ってニューロンモデルに与える. この場合の入力信号 I は, 0.41 Hz において最大パワーとなる. Izhikevich ニューロンモデルに対し, この Duffing 方程式の時系列信号を入力として与えることで, 出力としてスパイク列を得る. スパイク列より算出した ISI の RP を図 6 に示す. Izhikevich ニューロンモデルの応答の種類に依存して検出精度は異なるが, RS, FS, IB, CH のいずれの場合も入力 of RP (図 5(b)) と同様のパターンが検出されていることが分かる. 一方, Chaos 応答を示す場合には入力の RP と ISI の RP のパターンは類似しておらず, 検出が困難であることが分かる.

4. 検出精度の定量化

4.1 RP 間の距離 D

検出精度を定量的に評価するためには, 入力信号と出力の RP がどの程度類似しているのかを計測する必

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

図6 ISI より求めた RP. (a) RS, (b) FS, (c) IB, (d) CH, (e) Chaos.

図7 画素数の異なるRPを比較するためのRP間の距離 D のイメージ。RP_A の画素 $A_{2,1}$ と $A_{2,1}$ に対応するRP_B の領域 $B_{2,1}$ の比較。

要がある。そこで、RP間の距離 D を定義する。一般に、RPの画素数は入力信号と出力ISIでは異なる。そこで、画素数の少ないRP_Aと画素数の多いRP_Bの比較を考える。まず、RP_BをRP_Aの画素数で均等に分割する。次に、RP_Aの画素に対応するRP_Bの領域の黒画素の割合を求め、RP_Aの黒画素の割合との差を求める(図7)。この操作をRP_Aの全画素に対して行い、平均化したものを画素数が異なる場合のRP間の距離 D と定義する。さらに、0で正の相関、1で無相関を表すように正規化する。具体的には、式(5)で定義する。

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{N_A} \sum_{j=1}^{N_A} |A_{i,j} \text{の黒割合} - B_{i,j} \text{の黒割合}|}{N_A^2(\text{REC}_A + \text{REC}_B - 2\text{REC}_A\text{REC}_B)} \quad (5)$$

ここで、 $\text{REC}_A, \text{REC}_B$ はそれぞれRP_AとRP_B全体での黒画素の割合である。以下では、式(5)で定義したRP間の距離 D を用いて、入力RPと出力ISIのRPを比較し、検出精度を議論する。

4.2 カオスの発火における入力周波数と検出精度

図6で示したように、周期的な場合と比べ、カオス的な発火パターンを有する場合、入力検出精度は低いことが分かる。その原因の一つが、入力信号の固有周波数と入力信号が印加された力学系の固有周波数の差であると推察される。そこで本項では、入力信号の周波数を低減させた場合の検出精度を調査する。入力信号には、図6と同じ形状で周波数が0.1倍となる信号に変換した時系列信号を用いた。具体的には、最大パワーとなる周波数が0.41 Hz(図6)から0.041 Hzとなるように変換した。このときの出力されたスパイク列のISIから作成したRPを図8に示す。結果を見ると、入力RPと同様のパターンが現れていることが分かる。

図9は、Izhikevichニューロンモデルがカオス応答

図8 入力周波数が0.041 Hzの場合のISIのRP

図9 Chaos応答を示す場合の入力の最大パワーを有する周波数成分と検出精度との関係。

を示す場合、入力信号の最大パワーを有する周波数成分と式(5)の D により評価した検出精度の関係である。Chaos応答を示す場合においても、入力信号の周波数が低くなるにつれ、検出精度が高くなる傾向が分かる。

5. 発火率RPを用いた入力信号検出

5.1 発火率RP

前節では、Izhikevichニューロンモデルから得られたスパイク列のISIをRPで可視化し、Izhikevichニューロンモデルに与えられた入力信号が検出できることを示した。また、検出精度は、ニューロンの発火の種類や入力信号の周波数に依存することも分かった。特に、カオス的な発火の場合には、ニューロンへの入力信号は周波数が相対的に低くないと検出が難しいことも示した。しかし一般に、ニューロンへの入力信号は様々な周波数成分が存在し、中には100 Hzを越える周波数を有する入力の存在も報告されている⁹⁾。前節で議論したISIを用いたRPでは、0.1 Hz程度以下の入力しか検出できず、あまり実用的とはいえない。そこで本節では、ISIによるRPではなく、単位時間あたりの

発火率の時間変化情報から RP を作成することによる入力信号の検出について調査する.

前節で議論したように, ISI から入力信号が検出されるのは, ISI が入力信号の影響を受けて変動しているためである. 入力信号の振幅値が大きいところで発火数が高く, 逆に振幅値の小さいところで発火数が低いときに RP による入力信号の検出が可能となる.

カオス的な発火特性を持つ場合, カオスの特性上, 同じ振幅値の入力に対しても ISI は様々な値を取るため, ISI から入力信号の値を一意に決定することが難しい. しかし一方で, 発火率は入力信号 I の振幅値に依存している. 即ち, カオス的な発火パターンを有する場合でも, 平均 ISI や発火率などの入力信号の値と対応する統計量を用いることで, 入力信号の検出が可能となると考えられる. そこで, この性質を利用して, 発火率の時間変化による入力検出を試みる. 具体的には, 単位時間あたりの発火率の時系列から RP を作成し, 入力信号が検出できるか調査する.

図 5 で用いた Duffing 方程式の第一変数の時系列を入力 I として, Izhikevich ニューロンモデルに与える. 次に, 時間窓 10 sec で計算した発火率の時間変化から RP を作成する (図 10). Chaos 応答の場合も含め, 全ての場合で入力 RP (図 5(b)) と同様のパターンが発火率の RP に現れている.

5.2 発火率 RP による入力信号の検出精度

図 11 は, 発火率を測定する際の時間窓の幅を変化させたときの検出精度 D の変化の様子である. また, 検出精度の初期状態に対する依存性を調査するため, 式 (2) の Duffing 方程式の第 2 変数 y の初期値 $y(0)$ を $-7 \leq y(0) \leq 8$ で変動させることで得られた時系列信号を入力として与えた場合についても調査した (図 12). この結果をみると, 初期状態に関係なく, 同様な検出精度が得られていることが分かる. また, 各状態における 3 種類の異なる初期状態より得られた結果の平均値を図 13 に示す. これらの結果より, 本稿で行った数値実験の条件下では, 入力信号, ニューロンの状態を問わず, 時間窓幅を 5 sec 程度に設定すると最も精度の高い検出が行えることが分かる.

5.3 発火率リカレンスプロットとの比較

ここまでの調査で, 発火率の時間変化に対する RP を用いると, 入力信号が検出できることが定量的に示された. また, その検出精度は発火率を測る時間窓幅に依存し, 検出に最適な時間窓幅が存在することも明らかとなった. 最後に, ISI の RP と発火率の RP での検出精度を RP 間の距離 D を用いて定量的に比較する. その際, 同一条件下で ISI と発火率の時間変化

図 10 時間窓幅 10 sec で測定した発火率から作成した RP. (a) RS, (b) FS, (c) IB, (d) CH, (e) Chaos.

図 11 発火率測定の時窓幅と検出精度.

図 13 時間窓幅と検出精度の 3 入力平均

図 12 異なる初期値を用いることで入力信号を変化させた場合の時窓幅と検出精度. (a) RS, (b) FS, (c) IB, (d) CH, (e) Chaos.

を算出し, RP を求めた.

入力信号は図 5 に示した時系列信号を用いた. 結果を表 1 に示す. なお, 発火率 RP の検出精度 D の値は, 最も適切な時間窓幅を与えたとき, つまり図 11 において D の値が最小値となる時間窓幅に設定している.

表 1 の結果をみると, どの状態においても ISI の RP

表 1 ISI の RP と発火率 RP の検出精度 D の比較

	ISI の RP の D	発火率 RP の D
RS	0.345	0.088
FS	0.360	0.051
IB	0.396	0.072
CH	0.981	0.135
Chaos	0.990	0.406

に比べ, 発火率の RP の D の値が小さく検出精度が高いことが分かる. また, ISI の RP で検出精度の低かった Chaos に対しても同様な結果が得られ, 定量的にも高い精度の入力検出ができています.

6. ま と め

本稿では, RP を用いて, ニューロンから出力されるスパイク列の発火間隔時系列から, ニューロンに加えられた入力信号が検出できることを示した. これまでも, RP を用いた非定常性の検出は, 非線形力学系に対する緩やかな入力検出^{5,6)}に用いられてきた. しかし, ニューロンからの ISI のような点過程時系列に対しては行われていなかった. 本稿では, この手法が点過程時系列へも有用であることを明らかにした.

次に, 2 つの RP を定量的に比較するための RP 間の距離を定義した. 従来の RP を用いた入力検出^{5,6)}においては, 検出精度に関する議論は定性的で, 入力周波数と検出精度の関係も議論されていなかった. 本稿では, RP 間の距離 D を用いることで, 検出精度は入力信号の周波数に依存することを定量的に示した.

ISI の RP による入力検出は周期的な発火パターンを示す場合には特に有効である. カオス的な非周期発火パターンを示す場合には ISI の値に揺らぎが生じるため, 検出が困難となる. しかし, 単位時間あたりの発火率の時間変化を RP 作成に用いることで, より高

精度な入力検出が可能となる。

本稿では、RP をニューロンから出力されるスパイク時系列に適用した。その結果、ニューロンへの入力信号を RP により検出できることが明らかとなった。これらの結果は、RP による入力検出が点過程データへも有効であることを示すものである。本稿で議論した手法を基盤とすることにより、入力信号の RP を得ることができれば、例えば平田らの手法⁴⁾を用いることで入力信号波形を復元することも可能となる。また、ニューロンのスパイク時系列から入力信号の時系列信号を復元することで、ニューラルネットワークの構造推定、神経情報の伝播の推定なども可能となる。さらには、行動や外部刺激とニューロン活動との因果関係を導き出す糸口となり、生体信号を読み解くブレイン・マシン・インタフェースの基盤技術にも応用できる。

また、本稿で提案した手法は、ニューロンから得られるスパイク時系列だけではなく、経済、地震など点過程で表されるデータ一般に対しても有効である。神経生理学のみならず、種々の分野における因果関係を紐解く手がかりとなることが期待される。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、常日頃より御助力いただく AGS 株式会社小川修一社長に感謝申し上げます。また本研究は、JSPS 科研費若手研究 (B) (24700221) および挑戦的萌芽研究 (24650116) の助成を受けました。

参 考 文 献

- 1) J.-P. Eckmann, S. Oliffson Kamphorst, D. Ruelle: Recurrence Plots of Dynamical Systems, *Europhysics Letters*, Vol.4, No.9, pp.973–977, 1987
- 2) <http://www.recurrence-plot.tk>
- 3) M. Thiel, M. Romano, J. Kurths: How much information is contained in a recurrence plot? *Physics Letters A*, Vol.330, pp.343–349, 2004
- 4) Y. Hirata, S. Horai, K. Aihara: Reproduction of distance matrices and original time series from recurrence plots and their applications, *European Physical Journal Special Topics*, Vol.164, pp.13–22, 2008
- 5) M.C. Casdagli: Recurrence plots revisited, *Physica D*, Vol.108, pp.12–44, 1997
- 6) 山田泰司, 合原一幸: リカレンスプロットと2点間距離分布による非定常時系列解析, *電子情報通信学会論文誌*, Vol.J82-A, No.7, pp.1016–1028, 1999
- 7) 池口 徹, 山田泰司, 小室元政: カオス時系列解析の基礎と応用, 合原一幸 編, 産業図書株式会社, 2000
- 8) E.M. Izhikevich: Simple Model of Spiking Neurons, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol.14, No.6, pp.1569–1572, 2003
- 9) M. Carandini, F. Mechler, C.S. Leonard, J.A. Movshon: Spike train encoding by regular-spiking cells of the visual cortex, *Journal of Neurophysiology*, Vol.76, No.5, pp.3425–3441, 1996