研究論文

スパースコーディングされた自己相関型連想記憶
モデルの統計神経力学*1

重 光 卓, 岡 田 真 人

大阪大学基礎工学部*2

Statistical Neurodynamics of the Sparsely Encoded Associative Memory

Takashi Shigemitu and Masato Okada

Faculty of Engineering Science, Osaka University

We analyse the dynamics of sparsely encoded associative memory models by means of the statistical neuro-dynamical method. Now the three methods are taken to control the activity of the neuron, (1) optimally controlled threshold at each step, (2) fixed optimal threshold which gives a maximal storage capacity, and (3) adding the fixed threshold to lateral inhibitions. We study the basin of attraction in each of three cases by the statistical neurodynamics and the computer simulations. And, we use continuous dynamics instead of discrete one to improve dynamical properties.

1. は じ め に

今回我々はスパースコーディングされた自己相関型連想記憶モデルのダイナミクスを解析した。

記憶パターンの発火率が50%の時は、自己相関型連想記憶モデル（以下連想記憶モデルと略す）の記憶容量は約0.14である。記憶パターンにスパースパターンを用いると記憶容量は飛躍的に増加する¹⁾。

連想記憶モデルの平衡状態についてはレプリカ法²⁾やSCSNA³⁾を用いてかなり詳しく解析されている。しかしながら想起のダイナミクスについては解析が本質的に困難であり、近似的なダイナミクスの理論が提案されている⁴⁻⁶⁾。今回我々は統計神経力学⁵⁾を用いてスパースコーディングされた連想記憶モデルを解析する。

スパースコーディングを用いた場合、想起中の素子の発火率を調整する必要がある。発火率の調整方法としては以下の3通りが考えられる。

1. 素子の発火率が一定になるようにしきい値を各時刻コントロールする。
2. 適当なしきい値を時刻に関係なく固定して用いる（想起中の発火率は一定ではない）。

3. 適当なしきい値を時刻に関係なく固定して用い、さらに結合に抑制を加える。

まず離散時間同期型のダイナミクスを持つモデルに関して記憶容量と引き込み領域を理論と計算機シミュレーションで調べる。またこれらの解析から、3については連続時間のダイナミクスを用いることが重要であることが示唆される。3について、連続時間ダイナミクスを持つモデルの性質を主に計算機シミュレーションで調べる。

2. モ デ ル

N 個の素子からなる連想記憶モデルを考える。まず離散時間同期型ダイナミクスを持つモデルを議論する。このモデルの記憶パターンを ξ^μ とし、 ξ^μ の各成分 ξ_i^μ を次の確率で生成させる。

$$\text{Prob}[\xi_i^\mu = \pm 1] = \frac{1 \pm a}{2}, \quad (1)$$

ここで、 ξ_i^μ の平均 $E[\xi_i^\mu]$ は a である。記憶パターンの発火率は $\frac{1+a}{2}$ となり、 $a \rightarrow -1$ の極限で発火率は0になる。

素子 j から素子 i への結合荷重を

$$J_{ij} = \frac{1}{N(1-a^2)} \sum_{\mu=1}^{aN} (\xi_i^\mu - a)(\xi_j^\mu - a) - \frac{g}{N}, \quad (2)$$

*1 1996年3月29日受付

*2 〒560 豊中市待兼山町 1-3

とする。時刻 t での i 番目の素子の出力を $x_i(t)$ とし、モデルのダイナミクスは次のようにする。

$$x_i(t+1) = F\left(\sum_{j=1}^N J_{ij}x_j(t) - h(t)\right). \quad (3)$$

F は出力関数で、単調な二値関数の場合、 $F(\cdot) = \text{sgn}(\cdot) - a$ のとき最大記憶容量を与えることが知られている^{7,8)}。

しきい値 $h(t)$ 及び想起中のモデルの発火率の調節方法として次の3通りについて調べた。

1. しきい値コントロールモデル
 $g=0$ とし、 $\sum_i F(\sum_j J_{ij}x_j(t) - h(t)) = 0$ となる $h(t)$ を用いる。この条件が満たされている時、モデルの発火率は記憶パターンの発火率に等しい。
2. しきい値固定モデル
 $g=0$ とし、 $h(t) = h_{\text{opt}}$ とする。 h_{opt} は時刻によらず一定で、しきい値コントロールモデルの記憶容量が最大となるしきい値をとる。
3. しきい値固定及び側抑制モデル
 $g \neq 0$ とする。今議論している離散時間同期型モデルでは $g=4.5$ を用いた。 h_{opt} はモデル2で求めた値とする。 g は抑制を表し、素子の発火率が記憶パターンの発火率からずれた時、発火率を調節する。もし素子の発火率が記憶パターンの発火率より大きい場合、 $\sum_i x_i > 0$ となる。この時 g は素子の発火率を下げる働きをする。

1 番目の記憶パターンを想起する場合を考える。想起の具合を示すオーバーラップを以下のように定義する。

$$m(t) = \frac{1}{N(1-a^2)} \sum_{i=1}^N (\xi_i^1 - a)x_i^1. \quad (4)$$

記憶パターンが想起されたときは $x_i(t) = \xi_i^1 - a$ となり、このとき $m(t) = 1$ となる。

以上のモデルの記憶容量と引き込み領域を理論と計算機シミュレーションを用いて調べる。理論には統計神経力学⁹⁾を用いた。この理論はクロストークノイズの分散を求める際に、 n ステップ前までのクロストークノイズの記憶パターン ξ 依存性を考慮した理論である。これを n 次近似と呼ぶことにする。Amari-Maginu の理論⁹⁾ はこの理論の1次近似に相当する。

3. 解析結果

式(1)の a が -0.8 の場合を議論する。これは発火率が10%の場合に相当する。シミュレーションでは、素子を500個用い、10回の試行を行なった。初期状態としては記憶パターンである割合だけを反転させたものを用いる。ただしこの際、発火率を一定にするよう

に反転した。このように反転する時クロストークノイズが最小になることが知られている⁹⁾。理論は1次から4次の近似 ($n=1 \sim 4$) について調べた。Fig. 1, 2, 3の横軸は記憶パターン数を示し、縦軸はオーバーラップを示す。理論結果の下側の曲線が引き込み領域の境界で、上側の曲線が記憶パターン付近の平衡状態のオーバーラップを表している。また垂直な直線が記憶容量を表している。図中のエラーバーは、計算機シミュレーションから得られた引き込み領域の境界の平均値と標準偏差を示す。Fig. 1, 2, 3は発火率コントロールの3通りのモデル1, 2, 3に対応している。今回3つのモデルの引き込み領域を比較したいため、それ以外の条件である記憶容量をモデルに依存しないように設定するのが望ましい。そこで、モデル2, 3での固定しきい値 h_{opt} は0.98とした。この値は1のしきい値コントロールモデルの記憶率 a を記憶容量にした時 ($a = a_c$) のしきい値である。このように2のしきい値固定モデルのしきい値を設定したため、1と2のモデルの記憶容量は変わらない。また、あとでわかるようにモデル3と1の記憶容量もほとんど変化しない。モデル3での抑制 g は $h_{\text{opt}} = 0.98$ の時に最も大きな引き込み領域を与えるように選んで $g=4.5$ とした。

引き込み領域に関しては、しきい値コントロールモデル (Fig. 1) では記憶パターン数 a が増加すると共に小さくなっていくのに対し、しきい値を固定モデル (Fig. 2) ではほぼ一定値をとっている。しきい値引き込み領域はかなり小さくなっている。そこで側抑制を加えるとこの領域は広がる (Fig. 3)。

Fig. 1 The basin of attraction using the threshold control model. The abscissa is the number of memorized patterns, and the ordinate is the overlap. $N=500$. $a=-0.8$.

Fig. 2 The basin of attraction using the threshold fixed model. $N=500$. $a=-0.8$. $h_{\text{opt}}=0.98$.

Fig. 3 The basin of attraction using the threshold fixed model with lateral inhibition. $N=500$. $a=-0.8$. $h_{\text{opt}}=0.98$. $g=4.5$.

今回のモデル 1, 2, 3 の理論計算とシミュレーション結果にはいくつかの差異がみられる。これは平均値の効果が取り入れられていないからであると考えられる。平衡状態では、特に出力関数が $\text{sgn}(\cdot)$ ではなく $\text{sgn}(\cdot) - a$ である場合は平均値の効果が顕著になることが SCSNA でわかっている^{3,9)}。しかしながら我々の理論は 3 つのモデルのふるまいの定性的な違いをかなりよく記述できることがわかる。

4. 連続時間ダイナミクス

側抑制を加えることで引き込み領域の改善が行われたが、これはしきい値コントロールモデルと比べて満足できるものではない。その理由は初期入力を記憶

パターンと同じ発火率（ここでは 10%）にしているために想起の第 1 ステップで側抑制が作用しないためであると考えられる。そこで、解決策として離散時間ダイナミクスではなく連続時間ダイナミクスを用いることを考える。連続ダイナミクスを用いることで、素子の状態は過去の状態にひきずられて少しずつ変化することになる。したがって状態が大きく変化しないうちに側抑制の効果があらわれることが期待される。

連続時間ダイナミクスには、出力に関する連続時間ダイナミクス（以下 x -ダイナミクスと略す）、

$$\frac{d}{dt}x_i = -x_i + F\left(\sum_{j \neq i} J_{ij}x_j - h_{\text{opt}}\right) \quad (5)$$

と内部状態に関する連続時間ダイナミクス（以下 u -ダイナミクスと略す）、

$$\frac{d}{dt}u_i = -u_i + \sum_{j \neq i} J_{ij}x_j - h_{\text{opt}}, \quad (6)$$

$$x_i = F(u_i), \quad (7)$$

の 2 通りが考えられる。この 2 つのモデルについて引き込み領域を計算機シミュレーションで調べた。実際には、式 (5), (6) を次のように離散化して計算した、

$$x_i(t + \Delta t) = (1 - \Delta t)x_i(t) + \Delta t F\left(\sum_{j \neq i} J_{ij}x_j - h_{\text{opt}}\right), \quad (8)$$

$$u_i(t + \Delta t) = (1 - \Delta t)u_i(t) + \Delta t \left(\sum_{j \neq i} J_{ij}x_j - h_{\text{opt}}\right), \quad (9)$$

$$x_i(t) = F(u_i(t)). \quad (10)$$

$\Delta t=1$ は離散時間ダイナミクスに相当する。

抑制 $g=8.0$ の場合、 u -ダイナミクスでは、Fig. 4 のように連続化による効果が現れる。タイムステップ Δt を 1.0 から徐々に小さくしていくと引き込み領域は大きくなっていく。 $\Delta t=0.01$ では、しきい値コントロールモデル程度に領域が大きくなっている。なお x -ダイナミクスでも同様な結果となる。連続時間ダイナミクスにすることで引き込み領域が広がった。

次にこれらの連続時間モデルを理論的に取り扱う。記憶パターンの発火率が 50% の場合、 $a=0$ （パターン数有限）での引き込み領域の境界 ($m_c(a=0)$ とする) は $m_c(a=0)=0$ となり、 $a=0$ での議論はトリビアルである。しかしながら、スパースコーディングの場合は $a=0$ でも $m_c(a=0)=0$ とならないことが今回示された。そこで $a=0$ に関して理論的に議論する。

記憶パターン ξ を想起する場合を議論する。 x -ダイナミクスは $a=0$ の場合、式 (4) のオーバーラップと以下の平均発火率 $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_j x_j$ の 2 つの巨視的変数で以下のように記述できる。

Fig. 4 The basin of attraction on u -dynamics. $N=500$. $a=-0.8$. $h_{\text{opt}}=0.98$. $g=8.0$.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} m &= -m \\ &+ \frac{1}{(1-a^2)} \langle (\xi - a) F((\xi - a)m - g\bar{x} - h_{\text{opt}}) \rangle_{\xi}, \\ (11) \\ \frac{d}{dt} \bar{x} &= -\bar{x} + \langle F((\xi - a)m - g\bar{x} - h_{\text{opt}}) \rangle_{\xi}. \end{aligned} \quad (12)$$

ただし $\langle \rangle_{\xi}$ は式(1)による ξ に関する平均を表す。また式(11), (12)は式(3)のダイナミクスを非同期で行なった場合の巨視的方程式と一致する。

u -ダイナミクスは、オーバーラップと平均発火率では巨視的方程式を閉じた形で求めることができない。今 $a=0$ であるので、想起パターン ξ^{μ} と初期状態 $\mathbf{u}(0)$ に応じた4つの変数 U_{++} , U_{+-} , U_{-+} , U_{--} を導入すると、全ての素子のダイナミクスを記述できる¹⁰⁾。ここで U_{++} は $\xi_i^1=+1$, $x_i(0)=+1-a$ である素子の内部ポテンシャルを表し、 $U_{++}(0)=1$ である。また U_{+-} は $\xi_i^1=+1$ であるが、出力は反転しており $x_i(0)=-1-a$ である素子の内部ポテンシャルを表し、 $U_{+-}(0)=-1$ である。 U_{-+} , U_{--} も同様に定義する。

これらの変数は以下の方程式に従う。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} U_{\pm\pm} &= -U_{\pm\pm} + (1-a)m - g\bar{x} - h_{\text{opt}}, \quad (13) \\ U_{\pm\pm}(0) &= \pm 1, \\ \frac{d}{dt} U_{\pm\mp} &= -U_{\pm\mp} + (-1-a)m - g\bar{x} - h_{\text{opt}}, \quad (14) \\ U_{\pm\mp}(0) &= \pm 1. \end{aligned}$$

簡単のために $a < -1$, つまり記憶パターンにおいて発火している素子の数が少ない状況のみを考えてみよう。 k は初期入力における $\xi=1$ の反転率であり、 $0 \leq$

$k \leq 1$ である。オーバーラップ m と平均発火率 $\bar{x}$ は U を使って、

$$\begin{aligned} m &= \frac{1-k}{2} \{\text{sgn}(U_{++}) - a\} \\ &+ \frac{k}{2} \{\text{sgn}(U_{+-}) - a\} \\ &- \frac{k(1+a)}{2(1-a)} \{\text{sgn}(U_{-+}) - a\} \\ &- \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k(1+a)}{1-a} \right) \{\text{sgn}(U_{--}) - a\}, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1+a}{2} (1-k) \{\text{sgn}(U_{++}) - a\} \\ &+ \frac{1+a}{2} k \{\text{sgn}(U_{+-}) - a\} \\ &+ \frac{1+a}{2} k \{\text{sgn}(U_{-+}) - a\} \\ &+ \left(\frac{1-a}{2} - \frac{1+a}{2} k \right) \{\text{sgn}(U_{--}) - a\}, \quad (16) \end{aligned}$$

とあらわせる。

以上の方程式のふるまいを説明するために、 $a=h_{\text{opt}}=g=0$ の場合を定性的に考える。出力関数は $F(\cdot)=\text{sgn}(\cdot)$ となる。また $a=0$ であるので全ての ξ_i^1 を1としてよい。

x -ダイナミクスの巨視的方程式は、

$$\frac{d}{dt} m = -m + F(m), \quad (17)$$

となる。Fig. 5の縦軸はオーバーラップ値を示し、横軸は時間を示す。グラフは各初期オーバーラップからの想起の時間変化を表している。 $m(0) > 0$ では、オーバーラップ m は指数関数的に1に漸近する (Fig. 5)。

u -ダイナミクスの巨視的な方程式は2つの変数で以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} U_{\pm\pm} &= -U_{\pm\pm} + m, \quad U_{\pm\pm}(0) = \pm 1, \quad (18) \\ m &= \frac{1+m(0)}{2} \text{sgn}(U_{++}) + \frac{1-m(0)}{2} \text{sgn}(U_{+-}). \end{aligned} \quad (19)$$

Fig. 6の縦軸は内部状態の値及びオーバーラップ値を示し、横軸は時刻を示す。指数関数的挙動が内部状態のダイナミクス式(18)を示す。ステップ関数的挙動が初期オーバーラップ $m(0)=0.2$ の時のオーバーラップの時間変化を示す。

U_{++} , U_{+-} は m に指数関数的に漸近する (Fig. 6)。しかし U_{+-} の値が負から正に変化するとオーバーラップ m が大きくなり、結果的には U_{++} , U_{+-} は1に指数関数的に収束していく。

次に $a \neq 0$ のスパースコーディングを考える。 $a=-0.8$, $h_{\text{opt}}=0.98$, $g=8.0$ とした。このときの結果が

Fig. 5 x -dynamics. $a=0.0$. $h_{opt}=0.0$. $g=0.0$. Fig. 8 u -dynamics. $a=-0.8$. $h_{opt}=0.98$. $g=8.0$. Fig. 6 U_{++} , U_{+-} -dynamics and u -dynamics. $a=0.0$. $h_{opt}=0.0$. $g=0.0$. $m(0)=0.2$. Fig. 9 The memory capacity and the basin of attraction to the inhibition(g). Each graph indicates: 1. memory capacity, 2. boundary of the basin on u -dynamics, 3. boundary of the basin on x -dynamics and 4. boundary of the basin on discrete dynamics. Fig. 7 x -dynamics. $a=-0.8$. $h_{opt}=0.98$. $g=8.0$.

Fig. 7, 8 である。どちらともかなり小さい初期オーバーラップ値でも想起している。これは連続時間モデルのシミュレーション結果と一致している。また連続時間モデルでは抑制 g は、離散時間モデルとは最適値が異なる (Fig. 9)。Fig. 9 の縦軸は側抑制 g の値を示す。グラフ 1 は臨界記憶容量を示し、グラフ 2, 3 は $a=0$ での記憶パターンを想起することができる引き込み領域の臨界値を示す。グラフ 2 が u -ダイナミクスを用いた場合で、グラフ 3 が x -ダイナミクスを用いた場合である。抑制 g に対して記憶容量はほとんど同じであるが、引き込み領域は異なることがわかる。ダイナミクスには内部状態に関するものを用いた方が引き込み領

域が大きくなる。また離散ダイナミクスを用いた場合の引き込み領域の境界線がグラフ 4 である。ダイナミクスは連続時間にする事で引き込み領域が大きくなることがいえる。

5. 議論と考察

素子の発火率調整に対する 3 通りの場合で比較すると、引き込み領域に関してはしきい値は毎ステップで調整したほうがかなり大きい。しかし発火率を毎回調整することが不自然であることを考慮すると抑制を入れたしきい値固定のモデルは望ましい。

抑制付きしきい値固定モデルも連続ダイナミクスを用いることで引き込み領域をかなり改善することができ、発火率調整も自動的に行なうので有効である。また想起の連想記憶モデルで従来から知られている ± 1 出力を持ち 50% 発火の記憶パターンを持つモデルでは、ダイナミクスが連続でも離散でも、その動的な性質はほとんど同じであった。今回議論したスパースコーディングされたモデルではこれらのダイナミクス間に大きな違いがあることがわかった。

連続時間ダイナミクスでは u -ダイナミクスを用いる方が引き込み領域が大きくなり、 x -ダイナミクスとは差異があることがわかった。

付 録

時刻 t での i 番目の素子の内部ポテンシャルは、

$$\sum_{j=1}^N J_{ij} x_j(t) = \xi_i^1 m(t) + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{\mu=2}^{aN} \xi_i^\mu \xi_j^\mu x_j(t), \quad (20)$$

となる。1 項目は想起へのシグナルを示し、2 項目は他の記憶パターンからのクロストークノイズを示している。ここで、クロストークノイズを

$$z_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{\mu=2}^{aN} \xi_i^\mu \xi_j^\mu x_j(t), \quad (21)$$

とする。クロストークノイズ z_i は次のように展開できる。

$$z_i(t+1) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{\mu=2}^{aN} \xi_i^\mu \xi_j^\mu F(v) + U_{i+1} z_i(t), \quad (22)$$

$$U_{t+1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F'(v), \quad (23)$$

$$v = \xi_j^1 m(t) + \frac{1}{N} \sum_{k \neq j} \sum_{\nu=1, \mu}^{aN} \xi_j^\nu \xi_k^\nu x_k(t). \quad (24)$$

また各変数は次のようになる。

$$m_{t+1} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \langle \xi F(\xi m_t + \sigma_t z) \rangle_{\xi}, \quad (25)$$

$$q_{t+1} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \langle F^2(\xi m_t + \sigma_t z) \rangle_{\xi}, \quad (26)$$

$$U_{t+1} = \frac{1}{\sigma_t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} z \langle F(\xi m_t + \sigma_t z) \rangle_{\xi}. \quad (27)$$

$\langle \rangle_{\xi}$ は記憶パターン ξ についての平均を示す。クロストークノイズの分散 σ_{t+1}^2 は次のようになる。

$$\sigma_{t+1}^2 = a q_{t+1} + U_{t+1}^2 \sigma_t^2 + 2a \sum_{\tau=t+1-n}^t Q_{t+1,\tau} \prod_{x=\tau+1}^{t+1} U_x, \quad (28)$$

$$Q_{t+1,\tau} = E[x_t^{t+1} x_\tau^{\tau-1}]_{\xi_t, z_t, z_{\tau-1}^{\tau-1}}. \quad (29)$$

$Q_{t+1,\tau}$ は時刻 $t+1$ と τ での出力間の相関をとったものである。 $Q_{t+1,\tau}$ は次式により求めることができる。

$$Q_{t+1,\tau} = \int Dc \int Da \int Db \langle F(\xi m_t + \sigma_t(d_0 a + d_1 c)) \times F(\xi m_{\tau-1} + \sigma_{\tau-1}(d_0 b + d_1 c)) \rangle_{\xi} \quad (30)$$

$$d_0 = \sqrt{1 - \frac{C_{t,\tau-1}}{\sigma_t \sigma_{\tau-1}}} \quad (31)$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{C_{t,\tau-1}}{\sigma_t \sigma_{\tau-1}}} \quad (32)$$

ここで $C_{t,\tau-1}$ は時刻 t と $\tau-1$ でのクロストークノイズ $z_t^t, z_{\tau-1}^{\tau-1}$ の相関である。

$$C_{t,\tau-1} \equiv E[z_t^t z_{\tau-1}^{\tau-1}]_{\xi_t}, \quad \text{は、} \quad (33)$$

$$\tau = t - n + 1, n \geq 1$$

$$C_{t,\tau-1} = 0, \quad (34)$$

$$\tau = t - n + 2, n \geq 2$$

$$C_{t,\tau-1} = a Q_{t,\tau-1} + U_t C_{t-1,\tau-1}, \quad (35)$$

$$t - n + 3 \leq \tau \leq t, n \geq 3$$

$$C_{t,\tau-1} = a Q_{t,\tau-1} + U - t U_{\tau-1} C_{t-1,\tau-2}$$

$$+ a \sum_{\eta=t-n+1}^{\tau-2} Q_{t,\eta} \prod_{x=\eta+1}^{\tau-1} U_x + a \sum_{\eta=t-n+1}^{t-1} Q_{\eta,\tau-1} \prod_{x=\eta+1}^t U_x, \quad (36)$$

で示される。以上に従ってオーバーラップ m のふるまいを調べる。

またクロストークノイズの相関 $C_{t,\tau-1}$ を n ステップ前まで考慮したのを n 次近似と呼ぶ。 $n=1$ の場合は Amari-Maginu の理論⁹⁾ に相当する。

$$\sigma_{t+1}^2 = a q_{t+1} + U_{t+1}^2 \sigma_t^2 + 2 a m_{t+1} m_t U_{t+1}. \quad (37)$$

$m_{t+1}, q_{t+1}, U_{t+1}$ は各々式 (25), (26), (27) で与えられる。 $n=2$ の時は以下となる。

$$\sigma_{t+1}^2 = a q_{t+1} + U_{t+1}^2 \sigma_t^2 + Q_{t+1} U_{t+1} + 2 a m_{t+1} m_{t-1} U_{t+1} U_t, \quad (38)$$

$$C_{t,\tau-1} = a Q_{t,\tau-1} + U_t \sigma_{t-1}^2 \quad (39)$$

謝 辞 本研究の一部は、一般研究(A)「脳に学ぶ能動的視覚パターン認識の研究」(No. 07408005)の援助を受けて行なわれた。

参 考 文 献

- 1) Amari, S. (1989) : Characteristics of sparsely encoded associative memory, *Neural Networks*, Vol. 2, pp. 451-457
- 2) Amit, D. J., Gutfreund, H. and Sompolinsky, H. (1985) : Storing infinite numbers of patterns in a spin-glass model of neural networks, *Physical Review Letters*, Vol. 55, pp. 1530-1533
- 3) Shiino, M. and Fukai, T. (1992) : Self-consistent signal-to-noise analysis and its application to analogue neural networks with asymmetric connection, *Journal of Physics A : Mathematical and General*, Vol. 25, pp. L375-L381
- 4) Amari, S. and Maginu, K. (1988) : Statistical neurodynamics of associative memory, *Neural Networks*, Vol. 1, pp. 63-73
- 5) Okada, M. (1995) : A hierarchy of macrodynamical equations for associative memory, *Neural Networks*, Vol. 8, pp. 833-838
- 6) Coolen, A. C. C. and Sherrington, D. (1993) : Dynamics of fully connected attractor neural networks near saturation, *Physical Review Letters*, Vol. 71, pp. 3886-3889
- 7) Perez-Vicente, C. J. and Amit, D. J. (1989) : Optimized network for sparsely coded patterns, *Journal of Physics A : Mathematical and General*, Vol. 22, pp. 559-569
- 8) 岡田真人, 三村和史, 倉田耕治 (1994) : 相関型連想記憶モデルのスパースコーディングと素子のしきい値, *電子情報通信学会論文誌 D-II*, J77-D-II, pp. 1934-1936
- 9) Okada, M. : Notions of sparse coding and associative memory, To be published in *Neural Networks*
- 10) 森永 聡, 原田大志 (1995) : 連想記憶ニューラルネットワークへの α パラメータの提案—平衡状態・ダイナミクスの解析—, *電子情報通信学会論文誌, J78-D II*, pp. 954-961